DOI: 10.3901/JME.2020.09.091

自适应分块前向后向分段正交匹配追踪在重构滚动轴承故障信号中应用*

孟宗石 颖 潘作舟 陈子君

(燕山大学河北省测试计量技术及仪器重点实验室 秦皇岛 066004)

摘要: 针对滚动轴承故障信号分块压缩感知过程中, 因分块之间的稀疏度差异较大以及重构支撑集构造不合理, 致使信号重构精度较低, 影响信号整体重构效果的问题, 提出基于自适应分块前向后向分段正交匹配追踪算法(Adaptive block forward and backward stagewise orthogonal matching pursuit, Adaptive Block-FBStOMP)。首先, 依据短时自相关算法确定滚动轴承故障信号自适应分块长度, 并根据此长度对信号进行自适应分块; 其次, 利用K奇异值分解(K-singular value decomposition, K-SVD)算法训练稀疏字典; 最后, 提出FBStOMP算法, 在重构过程中增加原子回溯和二次筛选过程, 提高有效支撑集原子被全部选入支撑集中的可能性, 改善重构效果。通过仿真信号和故障信号试验分析可知, 与传统压缩感知重构算法相比, 该算法能够有效提升滚动轴承故障信号的重构精度。

关键词: 压缩感知; 自适应分块; 重构算法; 稀疏字典

中图分类号: TG156

Fault Diagnosis of Rolling Bearing Based on Adaptive Block Forward and Backward Stagewise Orthogonal Matching Pursuit Algorithm

MENG Zong SHI Ying PAN Zuozhou CHEN Zijun

(Key Lab of Measurement Technology and Instrumentation of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

Abstract: In the process of block compression sensing of rolling bearing fault signal, the reconstruction accuracy of the signal is low due to the large difference in sparsity between blocks and the unreasonable components of reconstruction support set, which affects the overall reconstruction effect of the signal. In order to improve the signal reconstruction results, adaptive block forward and backward stagewise orthogonal matching pursuit (Adaptive Block-FBStOMP) algorithm based on adaptive block method is proposed. Firstly, the adaptive block length of the rolling bearing fault signal is determined according to the short-time autocorrelation algorithm, and the signal is divided into signal blocks according to the adaptive block length to equalize the sparsity of each block. Secondly, the K-singular value decomposition (K-SVD) algorithm is used to train the sparse dictionary of each block to obtain better sparse effect. Finally, the FBStOMP reconstruction algorithm is proposed. The atom backtracking and quadratic screening processes are added in the reconstruction process to improve the possibility that all the effective support set atoms can be selected into the support set. The experimental analysis of the simulation signal and the bearing fault signal shows that, compared with the traditional compressed sensing reconstruction algorithm, the proposing algorithm can effectively improve the reconstruction accuracy of the bearing fault signal.

Key words: compression sensing; adaptive block; reconstruction algorithm; sparse dictionary

0 前言

作为近年来新兴的一种信号获取理论, 压缩感

知(Compressed sensing, CS)^[1-3]突破了传统奈奎斯特(Nyquist)采样定理框架的限制。压缩感知理论将信号的采集与压缩过程合并, 利用有限个数的采样点重构原始信号^[4], 具有所需采样点数少、数据存储量低等特点, 已经在信号采集理论、雷达探测^[5]、压缩成像^[6]、数据通信^[7]等领域得到了应用。

压缩感知理论在存储压缩结果的同时也需要存

* 国家自然科学基金(51575472)和河北省自然科学基金(E2019203448)资助项目。20190519收到初稿, 20191214收到修改稿

稀疏矩阵和测量矩阵, 以便实现信号的重构, 且信号越长, 所需的存储空间越大^[8-10]。为降低相关矩阵的存储空间, 严保康等^[11]设计了语音信号的帧内、帧间分块压缩感知算法。杨淑媛等^[12]提出基于图像块的纹理信息的分块压缩感知方法。上述分块压缩感知方法均成功实现了降低稀疏矩阵与测量矩阵存储空间的目的。因此, 为解决机械设备连续监测过程中存储空间需求较大的问题, 借鉴语音信号分帧、图像分块的思想, 将采集的滚动轴承故障信号进行分块压缩处理, 进一步降低故障信号的存储、传输空间。同时, 在接收端对压缩信号进行重构, 获取完整的故障信号, 并对重构信号进行故障诊断, 达到断判信号所属故障类型的目的。但是一般的经验值分块方式在机械振动信号中的应用效果并不理想, 重构精度较低。

在信号重构过程中, 重构算法一般需要根据信号稀疏度确定支撑集大小, 但实际信号的稀疏度通常难以预知。DONOHO 等^[13]提出通过预先设定判断阈值来选取重构支撑集原子的分段正交匹配追踪算法(Stagewise orthogonal matching pursuit, StOMP)算法, 解决了稀疏度未知条件下的重构问题。张淑清等^[14]将 StOMP 算法应用于图像领域, 降低重构图像所需的时间。

为提升滚动轴承故障信号在分块压缩感知过程中的重构效果, 提出基于自适应分块前向后向分段正交匹配追踪算法。该算法将信号分块与 K 奇异值分解(K-singular value decomposition, K-SVD)学习字典相结合, 在均衡不同信号块之间稀疏度的基础上降低每一个信号块的稀疏度, 并改进了 StOMP 算法, 在重构过程中对支撑集原子进行二次筛选, 使得支撑集中原子构造更加合理, 进一步提升重构效果。

1 理论基础

1.1 分块压缩感知理论

设 $\mathbf{x}$ 为原始信号, 其长度为 N ; 将信号 $\mathbf{x}$ 分为 n 块, 其中 $\mathbf{x}_i$ 表示第 i 块信号; $\boldsymbol{\psi}_i$ 为第 i 块信号的变换域; $\boldsymbol{\phi}_i$ 为第 i 块信号的测量矩阵; $\boldsymbol{\theta}_i$ 为第 i 块信号的感知矩阵; $\boldsymbol{\alpha}_i$ 为第 i 块信号的稀疏系数矢量; $\mathbf{y}_i$ 为压缩后的第 i 块信号。利用 $\boldsymbol{\psi}_i$ 将非稀疏信号变换为稀疏信号, 并用 $\boldsymbol{\phi}_i$ 对 $\mathbf{x}_i$ 进行压缩, 则分块压缩感知可表示为

$$\mathbf{y}_i = \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{x}_i \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_i = \boldsymbol{\psi}_i \boldsymbol{\alpha}_i \quad (2)$$

$\mathbf{y}_i$ 为 M 维矢量, 通过将测量对象 $\mathbf{x}_i$ 从 N 维降

至 M 维($N > M$), 实现信号存储空间的压缩。将式(1)代入式(2)中, 可得到压缩感知的整体表达式

$$\mathbf{y}_i = \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{x}_i = \boldsymbol{\phi}_i \boldsymbol{\psi}_i \boldsymbol{\alpha}_i = \boldsymbol{\theta}_i \boldsymbol{\alpha}_i \quad (3)$$

其中, 感知矩阵 $\boldsymbol{\theta}_i = \boldsymbol{\phi}_i \boldsymbol{\psi}_i$ 。

式(3)为欠定方程, 因此从 $\mathbf{y}_i$ 中恢复 $\mathbf{x}_i$ 是一个 NP-hard 的问题, 无法求出确定解, 即难以无差还原信号。但在信号稀疏度为 K 的条件下, 可以利用 M 个测量值来准确地重构 K 个系数。信号的重构模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'_i &= \arg \min \|\boldsymbol{\alpha}_i\|_{l_0} \\ \text{s.t. } \boldsymbol{\theta}_i \boldsymbol{\alpha}_i &= \mathbf{y}_i \end{aligned} \quad (4)$$

为简化求解过程, DONOHO 等将 l_0 范数转化为 l_1 范数^[15-19], 使非凸优化问题转化为凸优化问题, 利用线性规划重构稀疏信号 $\boldsymbol{\alpha}_i$, 并通过矩阵 $\boldsymbol{\psi}_i$ 还原出原始信号 $\mathbf{x}_i$ 。

为了保证全部信号都能实现精确重构, $\boldsymbol{\theta}_i$ 需要满足有限等距(Restricted isometry property, RIP)性质^[20-21], 即矩阵 $\boldsymbol{\theta}_i$ 满足

$$1 - \varepsilon \leq \frac{\|\boldsymbol{\theta}_i \boldsymbol{\alpha}_i\|_2}{\|\boldsymbol{\alpha}_i\|_2} \leq 1 + \varepsilon \quad (5)$$

其中 $\varepsilon \in (0, 1)$ 。

1.2 K-SVD 算法

K-SVD 算法是一种经典的字典训练算法, 在迭代过程中对字典原子和对应的原子系数进行逐步更新, 从而得到具有更优稀疏效果的字典。

为降低信号稀疏度, 使用 K-SVD 算法对 DCT 字典进行训练, 进一步降低稀疏变换后信号的稀疏度。其训练过程如下

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x} - \mathbf{D}\mathbf{X}\| &= \left\| \mathbf{x} - \sum_{j=1}^k d_j \mathbf{X}_j^T \right\| = \\ &= \left\| \left(\mathbf{x} - \sum_{j \neq k} d_j \mathbf{X}_j^T \right) - d_k \mathbf{X}_k^T \right\|_F = \\ &= \|\mathbf{E}_k - d_k \mathbf{X}_k^T\|_F^2 \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{X}$ 为所求的稀疏矩阵; $\mathbf{X}_k^T$ 为矩阵 $\mathbf{X}$ 的第 k 行; 初始字典 $\mathbf{D}$ 为 DCT 字典; $\mathbf{E}_k$ 为字典 $\mathbf{D}$ 第 k 列的残差。对 $\mathbf{X}_k^T$ 进行去零收缩并对 $\mathbf{E}_k$ 进行奇异值分解(Singular value decomposition, SVD) $\mathbf{E}_k = \mathbf{U}\Delta\mathbf{V}^T$, 矩阵 $\mathbf{U}$ 中的第 1 列作为字典 $\mathbf{D}$ 第 k 列更新后的 d_k , 同时令 $\Delta(1,1)$ 与第 1 列的乘积作为更新后的稀疏系数。重复上述过程直至每个字典训练完成。

1.3 StOMP 算法

StOMP 算法作为一种贪婪类迭代算法, 通过设定阈值 μ_1 , 在迭代过程中每次选取多个大于阈值的原子加入重构支撑集, 经多次迭代后, 能够选取到

足够的支撑集原子以实现对原始信号的重构。StOMP 算法具有重构时间短的优点,同时因其具有无需预知信号的稀疏度的优良特性被广泛应用于机械故障诊断领域,但因 StOMP 算法在每次迭代过程中会选入多个原子,导致错误原子选入支撑集的几率增大,降低了滚动轴承故障信号的成功重构率,因此该算法的准确率有待提升。

2 Adaptive Block-FBStOMP 算法

2.1 自适应分块方法

目前,压缩感知算法在进行分块处理的过程中,分块的大小通常是依据经验进行选取,并且分块大小为固定值,这种分块方式称为经验分块方法。固定分块方法具有结构简单,分块速度快等优势,因此得到了广泛应用。但是对于滚动轴承故障信号而言,这种分块方法会造成各块之间稀疏度不同,导致信号的整体重构效果并不理想。为了改善信号的整体重构效果,应采用自适应分块方法,根据信号自身特征调整分块长度,达到均衡信号块稀疏度的目的。

图1 滚动轴承故障信号组成成分

如图1所示,滚动轴承故障信号可简化为由冲击成分、固有成分、噪声成分三部分复合而成,并且可以进一步理解为由冲击成分、固有成分复合而成的信号以及噪声信号构成,如式(7)所示

$$y(t) = x(t) + \omega(t) \quad (7)$$

式中, $y(t)$ 为滚动轴承故障信号, $x(t)$ 为冲击成分、固有成分的复合信号, $\omega(t)$ 为噪声信号。

假设第 i 次冲击相对于理论周期 T 的波动能量为 τ_i , $s(t)$ 为冲击衰减振荡。滚动轴承故障信号中复合信号 $x(t)$ 的模型为^[22]

$$x(t) = \sum_i A_i s(t - i \times T - \tau_i) \quad (8)$$

这一复杂信号可简化为由两个简单信号组成

$$A_i = A_0 \times \cos(2\pi f_r t + \varphi_A) + C_A \quad (9)$$

$$s(t) = e^{-Bt} \times \cos(2\pi f_n t + \varphi_w) \quad (10)$$

式中, f_n 为轴承或系统固有频率, f_r 为工作的旋转频率, B 为衰减系数, A_0 为激励起的共振强度, C_A 为任意常数, φ_A 和 φ_w 为初始相位。

因 A_i 与 $s(t)$ 均为周期信号,故其构成的复合信号 $x(t)$ 同样为周期信号。以 $x(t)$ 的信号周期作为分块长度对信号进行分块,则可保证每个分块内包含的冲击成分和固有成分大致相同,稀疏变换后信号的稀疏度相同,达到均衡分块间稀疏度的目的。

由于噪声信号的干扰,难以直接确定复合信号 $x(t)$ 的周期长度。受语音信号提取基音周期的启发,结合不同故障信号的特点,通过短时自相关算法间接求出复合信号 $x(t)$ 的近似周期,以此周期为依据自适应地调整信号的分块长度,进行自适应分块,即可达到均衡分块间稀疏度,提升信号重构精度的目的。

故障信号 $y(t)$ 的短时自相关函数 $R_n(\tau)$ 定义为

$$R_n(\tau) = \sum_{m=0}^{L-k-1} Y_n(t) Y_n(t+\tau) \quad (11)$$

式中, L 为 $y(t)$ 所加窗口的长度; $Y_n(t)$ 是复合信号 $y(t)$ 经窗长为 L 的窗口截取的一段加窗故障信号,定义为

$$Y_n(t) = y(t) \omega(n-m) \quad (12)$$

式中, $\omega(n-m)$ 为窗函数。

2.2 FBStOMP 算法重构支撑集分析

为提升 StOMP 算法在稀疏度较大时的重构效果,对其重构支撑集进行改进。

式(3)中, α 是稀疏度为 K 的稀疏矩阵,其中存在大量的 0 元素。设 $\alpha_{k,1} = 0$, 则矩阵 θ 中第 k 列元素 $\theta_{1,k}, \theta_{2,k}, \dots, \theta_{m,k}$ 与 0 相乘,所得结果均为 0,改变第 k 列中的数值不影响压缩结果。由此,将 α 中全部 0 元素所在行对应的矩阵 θ 中的列向量组成的集合称为无效支撑集 I ; 而 α 中其它非 0 元素所在行对应的矩阵 θ 中的列向量对压缩结果有影响,将这些列组成的集合称为有效支撑集 E 。

$$\begin{cases} \theta = \sum_{i \in I} \theta_i \alpha \\ y = \sum_{j \in E} \theta_j \alpha \end{cases} \quad (13)$$

由压缩过程可知

$$y = \sum_{j \in E} \theta_j \alpha + \sum_{i \in I} \theta_i \alpha \quad (14)$$

设重构过程中,重构支撑集由 E_1 和 I_1 两个集合构成。 E_1 为 E 的子集,其原子数为 p ; I_1 为 I 的子集,其原子数为 q 。若要实现信号的成功重构,重构支撑集中应包含全部的 E 集合原子,支撑集原子的选取过程可认为是寻找全部 E 集合有效支撑集原子的过程。

2.3 FBStOMP 算法

为提高 StOMP 算法的重构精度,需及时剔除已选入支撑集中的无效支撑集原子,为有效支撑集原

子的选入提供空间, 保证有效支撑集原子能够全部选入支撑集。基于此提出 StOMP 的改进算法——FBStOMP 算法。该 FBStOMP 算法对 StOMP 算法支撑集的选取方式进行改进, 在 StOMP 算法的前向选入过程基础上增加后向自适应剔除过程, 对选入支撑集内的无效支撑集原子进行剔除, 剔除后继续在剩余原子中搜寻有效支撑集原子, 直至所有原子筛选完毕。引入后向剔除机制后, 支撑集中包含全部有效支撑集原子的可能性得以显著增加。FBStOMP 伪代码如下。

输入: ϕ, y

设定: $K_{\max}, \varepsilon, \mu_1, \mu_2$

初始化

$$T^0 = \emptyset \quad r^0 = y$$

迭代:

前向阶段

$$v = \phi^T r$$

$$\text{sigma} = \text{norm}(r^k) / \sqrt{M}$$

$$T_f = \{i | v_i \geq \mu_1 \times \text{sigma}(v)\}$$

$$\{\phi_\alpha = 0 \mid \alpha \in T_f\}$$

$$\tilde{T}^k = T^{k-1} \cup T_f$$

$$v = \arg \min \|y - \phi_{\tilde{T}^k} v\|_2$$

后向阶段

$$T_b = \{i | v_i < \mu_2 \times \max(v_j)\}$$

$$T^k = \tilde{T}^k - T_b$$

投影

$$v = \arg \min_v \|y - \phi_{T^k} v\|_2$$

$$r^k = y - \phi_{T^k} v$$

终止判断: 如果 $\|r^k\|_2 \leq \varepsilon \|y\|_2$ 或者 $|T^k| \geq K_{\max}$, 则终止迭代。

其中, T_f 为候选集, $\tilde{T}$ 为加入候选原子的支撑集, T_b 为支撑集剔除原子集合, T 为最终支撑集, μ_1 为前向过程阈值, μ_2 为后向过程阈值, r 为残差。

2.4 本文算法流程

本文提出基于自适应分块的前向后向分段正交匹配追踪算法, 该算法流程图如图 2 所示。

图 2 算法流程图

3 仿真分析

3.1 信号分块方法仿真分析

根据式(15)所示构造如下机械振动仿真信号进行仿真实验分析。

$$y(t) = (1 + 0.2 \cos(20\pi t)) \cos(120\pi t + 0.5 \sin(50\pi t)) + \sin(300\pi t) \quad (15)$$

信号由调幅频率为 20 Hz、载波频率为 120 Hz、

调频频率为 50 Hz 的调制信号和频率为 300 Hz 的正弦信号叠加而成, 采样频率为 5 000 Hz, 其时域波形图如图 3 所示。

为研究分块压缩感知中信号分块长度对块稀疏度的影响, 本文经验值分块长度的参数设定参考自文献[19]。将式(15)中的仿真信号依据经验值分块长度 64、经验值分块长度 100 和自适应分块进行分块, 再将所得信号块进行 DCT 变换, 得到信号块的稀疏表示。因分块后信号块的数目众多, 图 4~图 6 中

图3 仿真信号波形图

图4 分块长度为经验值 64 的 DCT 域图

图5 分块长度为经验值 100 的 DCT 域图

仅绘制每种分块长度下的前 8 个信号块的稀疏图像,用以说明分块长度对块稀疏度的影响。

图 4 和图 5 表明,依据经验值分块后不同信号块之间的稀疏图像存在明显差异,表明不同分块具有不同的稀疏度。由图 6 可知,经自适应分块方法处理后,信号的稀疏度相同,每个信号块的 DCT 域稀疏图像相同,表明该方法可以达到均衡稀疏度的目的。

图6 自适应分块的 DCT 域图

3.2 StOMP 算法重构支撑集仿真分析

采用长度 $N=256$, 稀疏度 $K=30$ 的高斯随机信号对 StOMP 算法重构支撑集进行仿真分析,其中测量矩阵 ϕ 为 100×256 的高斯随机矩阵。定义相对误差 e 来描述信号的重构效果。

$$e = \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{r} - \mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2} \times 100\% \quad (16)$$

若 $e > 10^{-6}$, 视为信号无法成功重构,反之视为信号实现成功重构。

为验证有效支撑集对重构效果的影响,向重构支撑集中逐步增加有效支撑集原子个数,并于图 7 中绘制包含不同支撑集原子个数的有效支撑集的重构图。

由表 1 可知,随着重构支撑集中包含的有效支撑集原子数目的增加,重构信号与原始信号的相对误差逐步缩小,即重构信号逐步接近原始信号。

结合图 7、表 1 可知,相对误差和重构支撑集中有效支撑集原子数目有关,重构支撑集包含的有效支撑集原子数目越多,重构信号相对误差越小,信号重构效果越好。当有效支撑集原子被全部选入重构支撑集时,相对误差为 6.5×10^{-16} ,远低于 10^{-6} ,可认为实现了无差重构。

为进一步研究无效支撑集对重构效果的影响,令有效支撑集原子数目分别取 1、5、10、15、20、25、30,在每一种情况下,再令无效支撑集原子数目以 5 为步长从 0 增加至 40,计算不同情况下的重构误差并绘制相对误差曲线,如图 8 所示。

由图 8 可知,随着无效支撑集原子数目的增大,7 种情况下的相对误差曲线变化趋势相近,曲线之间近似平行,没有交点;包含 1 个有效支撑集原子的曲线相对误差最大,包含 30 个有效支撑集原子的曲线相对误差最小。可见,当重构支撑集中有效支

撑集原子数目一定时,无效支撑集原子数目的多少对相对误差影响不大。

图7 不同数目有效支撑集原子重构效果对比图

表1 不同有效支撑集原子数条件下重构信号与原始信号的相对误差

有效支撑集原子数	1	5	10	15	20	25	30
相对误差	0.92	0.61	0.42	0.31	0.17	7.1×10^{-2}	6.5×10^{-16}

图8 无效支撑集原子数目对相对误差的影响

3.3 FBStOMP 算法重构性能仿真分析

为验证 FBStOMP 算法的重构性能,分别利用压缩采样匹配追踪(Compressive sampling matching pursuit, CoSaMP)、子空间追踪(Subspace pursuit, SP)、正交匹配追踪(Orthogonal matching pursuit, OMP)、StOMP、FBStOMP 五种算法对长度为 256 的高斯随机信号进行重构仿真,测量矩阵为 100×256 的高斯随机矩阵,信号稀疏度 K 以 5 为步长从 0 增加至 50。每种重构算法在每个稀疏度条件下各运行 100 次,分别绘制五种重构算法的成功重构率、相对误差、重构时间对比图,评价五种算法在不同稀疏度下的重构性能。

由图 9~11 可知,FBStOMP 算法的成功重构率是五种算法中最高的,在信号的稀疏度为 40 时,成功重构率仍为 65%,远高于其他算法;其重构时间低于 OMP、SP、COSaMP 等算法,所需时间较短;同时,FBStOMP 算法的重构信号具有最小的相对误差,与其他算法相比,其重构信号更接近原始信号。根据仿真实验结果可知,不论在成功重构率、重构时间还是相对误差方面,FBStOMP 算法均显示出了较好地重构性能。

图9 不同算法重构信号成功重构率对比图

图10 不同算法重构信号相对误差对比图

图 11 不同算法重构时间对比图

4 试验验证

试验所用的滚动轴承故障信号源自美国凯斯西储大学的旋转机械故障模拟实验台。故障信号的采样频率为 12 kHz, 电动机转速为 1 797 r/min, 选取故障直径为 0.177 8 mm。采用驱动端轴承内圈、外圈、滚动体三种故障信号进行验证试验, 信号采样点数取 4 096, 采样信号如图 12~14 所示。

图 12 内圈故障信号

图 13 滚动体故障信号

4.1 滚动轴承故障信号的自适应分块

为验证自适应分块方式在滚动轴承故障信号方面的应用效果, 分别在压缩比为 0.3、0.5、0.7 的情况下, 按照自适应分块方式和经验值分块方式对信号进行分块, 之后利用 K-SVD 算法训练稀疏字典,

图 14 外圈故障信号

最后采用 FBSOMP 算法实现信号重构, 并将重构效果进行对比。其中经验值分块长度分别取 64 和 100, 每组试验重复 100 次, 结果取平均值。

使用相对误差和峰值信噪比 (Peak signal to noise ratio, PSNR) 作为衡量信号重构效果的指标。其中 PSNR 定义为

$$PSNR = 10 \lg(x_{\max}^2 / \sigma_e) \quad (17)$$

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [\mathbf{x} - \mathbf{r}(j) - \mathbf{x}(j)]^2} \quad (18)$$

式中, σ_e 为均方根误差; $\mathbf{x}_r$ 为重构信号; N 为信号总长度。

表 2、表 3 分别以相对误差、PSNR 为指标, 展示了不同压缩比条件下, 不同类型滚动轴承故障信号在不同分块方式下的重构效果。其中, Δ_1 、 Δ_2 分别表示自适应分块方式与经验值 64 分块、经验值 100 分块方式相比, 相对误差下降百分比; Δ_3 、 Δ_4 分别表示自适应分块方式较经验值 64 分块、经验值 100 分块方式的 PSNR 增加值。

表 2 不同故障信号相对误差对比

	压缩比 R	分块长度			Δ_1	Δ_2
		64	100	自适应		
内圈	0.3	0.41	0.40	0.34	0.17	0.15
	0.5	0.26	0.25	0.23	0.12	0.08
	0.7	0.24	0.13	0.10	0.58	0.23
滚动体	0.3	0.41	0.38	0.35	0.14	0.07
	0.5	0.24	0.22	0.20	0.16	0.09
	0.7	0.23	0.19	0.13	0.43	0.32
外圈	0.3	0.36	0.26	0.24	0.33	0.08
	0.5	0.14	0.12	0.11	0.21	0.08
	0.7	0.13	0.12	0.10	0.23	0.17

由表 2、3 可知, 同一信号在不同压缩比的情况下, 重构信号相对误差和信噪比存在差异; 不同信号在相同压缩比的情况下, 重构效果也存在差异。对上述信号, 在相同压缩观测条件下, 自适应分块方式的重构精度优于经验值分块方式, 说明本文研究的自适应分块方式可以有效应用于内圈、滚动体、

外圈等不同类型的滚动轴承故障信号,依据自适应长度的分块方式可提升信号的整体重构效果。

表 3 不同故障信号 PSNR 对比

	压缩比 R	分块长度			Δ_3	Δ_4
		64	100	自适应		
内圈	0.3	31.77	32.87	33.38	1.61	0.51
	0.5	34.90	35.16	36.25	1.35	1.09
	0.7	35.19	37.46	38.93	3.74	1.47
滚动体	0.3	36.01	36.73	37.26	1.25	0.53
	0.5	38.44	38.23	39.22	0.78	0.99
	0.7	38.51	39.51	40.59	2.08	1.08
外圈	0.3	30.95	31.89	32.90	1.95	1.01
	0.5	35.11	35.72	36.41	1.30	0.69
	0.7	34.65	35.71	36.17	1.52	0.46

4.2 基于 FBSOMP 算法的滚动轴承故障信号重构

为验证 FBSOMP 算法对滚动轴承故障信号的重构性能,利用 CoSaMP、SP、OMP、StOMP、FBSOMP 五种算法,分别对图 12~图 14 所示的美国凯斯西储大学驱动端轴承故障信号,在压缩比为 0.5 的情况下进行重构试验。将故障信号在 DCT 域内进行稀疏变换,再对所得的稀疏信号进行重构,最后对重构得到的结果进行 IDCT 变换。

将五种算法的相对误差和重构时间记录在表 4 和表 5 中。由表 4、5 可以看出,使用凯斯西储大学故障齿轮内圈、滚动体、外圈的试验所得结果与仿真试验结果相似;FBSOMP 算法的重构相对误差值最小,其重构时间低于 OMP、SP、COSaMP 等算法。

表 4 不同算法的相对误差

算法	CoSaMP	SP	OMP	StOMP	FBSOMP
内圈	0.54	0.54	0.57	0.62	0.27
滚动体	0.42	0.43	0.44	0.51	0.32
外圈	0.45	0.45	0.47	0.60	0.31

表 5 不同算法的重构时间(s)

算法	CoSaMP	SP	OMP	StOMP	FBSOMP
内圈	28.58	23.07	14.23	3.16	11.13
滚动体	27.28	24.65	12.50	3.39	10.31
外圈	29.37	24.81	13.25	3.35	12.84

从上述试验中可以看出,本文研究的 FBSOMP 算法在继承了 StOMP 算法不用预知信号稀疏度的特点的基础上,提高了信号的重构精度。

4.3 基于自适应分块的 FBSOMP 算法的滚动轴承故障信号重构

将自适应分块方式与 FBSOMP 算法相结合,

验证基于滚动轴承故障信号自适应分块的前向后向分段正交匹配追踪算法重构效果,如图 15~17 所示。

图 15 内圈故障信号重构图

图 16 滚动体故障信号重构图

图 17 外圈故障信号重构图

4.4 自适应分块的 FBSOMP 算法在复合故障下的应用

为研究本文所提方法在复合故障下的应用效果,选用燕山大学的机械故障模拟器所采集到的混合故障信号(故障类型包括:内圈故障、滚动体故障、外圈故障)进行试验。

图 18 为采集到的混合故障原始信号图,图 19 为混合故障信号的重构信号图,对比图 18 与图 19 可知,重构后的混合故障信号能够较好的重现原始信号故障特征,冲击幅值与冲击发生时刻均可较好的匹配原始信号。

表 6 为不同分块长度、不同压缩比下混合故障信号的相对误差对比,表 7 为不同分块长度、不同压缩比下混合故障信号的 PSNR 值,表 8、表 9 为利用不同算法重构混合故障信号的相对误差与重构时间。

图 18 混合故障信号原始图

图 19 混合故障信号重构图

表 6 混合故障信号相对误差对比

	压缩比 R	分块长度			Δ_1	Δ_2
		64	100	自适应		
混合故障信号	0.3	0.34	0.33	0.29	0.14	0.12
	0.5	0.31	0.31	0.28	0.09	0.09
	0.7	0.29	0.28	0.26	0.10	0.07

表 7 混合故障信号 PSNR 对比

	压缩比 R	分块长度			Δ_3	Δ_4
		64	100	自适应		
混合故障信号	0.3	35.66	35.74	37.15	1.49	1.41
	0.5	35.72	35.99	37.41	1.69	1.42
	0.7	36.03	36.24	38.04	2.01	1.80

对比表 6、表 7 可知，在不同压缩比下，基于自适应分块方法分块后的混合故障信号的重构效果要优于基于经验值分块方法分块后的重构效果。说明自适应分块可有效提升混合故障信号的重构效果。

采用自适应分块的方式对混合故障信号进行分块，并比较了经 CoSaMP、SP、OMP、StOMP、FBStOMP 五种算法重构后，所得信号的相对误差。表 8 给出了混合故障信号经五种算法重构后的相对误差，表 9 给出了混合故障信号经五种重构算法重构所需的时间。五种重构算法中 StOMP 算法的重构时间最短但相对误差最大，FBStOMP 算法不仅保留了 StOMP 算法运行速度快的优势，且大幅提升了重构信号的精度，其相对误差是五种算法中最低的一种。

表 8 混合故障信号经不同算法重构后的相对误差

算法	CoSaMP	SP	OMP	StOMP	FBStOMP
相对误差	0.45	0.46	0.33	0.54	0.28

表 9 混合故障信号经不同算法重构后的重构时间

算法	CoSaMP	SP	OMP	StOMP	FBStOMP
重构时间/s	30.28	28.65	19.50	6.39	15.31

综上所述，本文研究的基于自适应分块的前向后向分段正交匹配追踪算法能够有效改善滚动轴承故障信号分块压缩感知过程中的重构效果。

4.5 重构信号的故障诊断

为验证滚动轴承故障信号的重构效果，分别计算所得重构信号的时域特征量，并以此为依据，对轴承的故障类型进行划分，以达到故障诊断的目的。

选取凯斯西储大学内圈故障数据、滚动体故障数据、外圈故障数据各 30 组进行试验。因凯斯西储大学不同滚动轴承故障信号的方差、均值、最大值存在明显差异，可将上述三个时域特征量作为故障分类诊断的标准。本文分别计算原始故障信号与重构故障信号的方差、均值、最大值，并绘制原始信号与重构信号的三维可视化图。其中图 20 为原始信号的三维可视化图，图 21 为重构信号的三维可视化图。

图 20 原始信号三维可视化图

图 21 重构信号三维可视化图

对比图 20、21 可知,在进行时域特征量分类诊断的过程中,重构后的故障信号与原始信号具备相近的分类效果,即重构后的故障信号可实现对不同的故障类型的有效区分。因此,利用本文所述算法重构所得信号,具备高精度的故障信号诊断能力。

5 结 论

本文针对滚动轴承故障信号分块压缩感知过程中,因不同分块间稀疏度差异造成信号重构效果差的问题,利用短时自相关函数确定自适应分块长度,并依据该长度对信号进行分块的方法,达到了均衡块间稀疏度差异的目的;采用 K-SVD 算法训练稀疏字典,进一步降低了信号稀疏变换后的稀疏度,提高稀疏效果;提出 FBStOMP 算法,在 StOMP 算法的前向选入过程基础上引入后向自适应剔除机制,及时剔除支撑集内的无效支撑集原子,为有效支撑集原子提供足够的空间,增大全部有效支撑集原子被选入支撑集中的可能性。通过仿真分析和试验验证可以看出,本文算法能够有效提升滚动轴承故障信号在分块压缩感知过程中的重构效果。

参 考 文 献

- [1] CAND S E, OMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal recognition from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [2] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] QAISAR S, BILAL R M, LQBAL W, et al. Compressive sensing: From theory to applications, a survey[J]. Journal of Communications and Networks, 2013, 15 (5): 443-456.
- [4] 焦李成, 杨淑媛, 刘芳, 等. 压缩感知回顾与展望[J]. 电子学报, 2011, 39(7): 1651-1662.
JIAO Licheng, YANG Shuyuan, LIU Fang, et al. Development and prospect of compressive sensing [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39 (7): 1651-1662.
- [5] HERMAN M A, STROHMER T. High-resolution radar via compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(6): 2275-2284.
- [6] 严奉霞, 王泽龙, 朱炬波, 等. 压缩感知理论与光学压缩成像系统[J]. 国防科技大学学报, 2014, 36(2): 140-147.
YANG Fengxia, WANG Zelong, ZHU Jubo, et al. Compressive sensing theory and optical compressive
imagine systems[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(2): 140-147.
- [7] PAREDES J L, ARCE G R, WANG Z M. Ultra-wideband compressed sensing: Channel estimation[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2017, 1(3): 383-395.
- [8] TANG G, HOU W, WANG H, et al. Compressive sensing of roller bearing faults via harmonic detection from under-sampled vibration signals[J]. Sensors, 2015, 15(10): 25648-25662.
- [9] WANG H, KE Y, LUO G, et al. Compressed sensing of roller bearing fault based on multiple down-sampling strategy[J]. Measurement Science & Technology, 2016, 27(2): 025009.
- [10] 郭海燕, 王天荆, 杨震. DCT 域的语音信号自适应压缩感知[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(6): 1262-1268.
GUO Haiyan, WANG Tianjing, YANG Zhen. Adaptive speech compressed sensing in the DCT domain[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(6): 1262-1268.
- [11] 严保康, 周凤星. 基于相干累积量分段正交匹配追踪方法的轴承早期故障稀疏特征提取[J]. 机械工程学报, 2014, 50(13): 88-96.
YAN Baokang, ZHOU Fengxing. Initial fault identification of bearing based on coherent cumulant stagewise orthogonal matching pursuit[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(13): 88-96.
- [12] 杨淑媛, 焦李成, 刘芳, 等. 利用纹理信息的图像分块自适应压缩感知[J]. 电子学报, 2013, 41(8): 1506-1514.
YANG Shuyuan, JIAO Licheng, LIU Fang, et al. Block-based adaptive compressed sensing of imagine using texture information[J]. Acta Electronica Sinica, 2013, 41(8): 1506-1514.
- [13] DONOHO D L, TSAIG Y, DRORI I, et al. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(2): 1094-1121.
- [14] 张淑清, 胡永涛, 王世豪, 等. 基于混合采样的压缩感知重构算法[J]. 计量学报, 2017, 38(1): 69-72.
ZHANG Shuqing, HU Yongtao, WANG Shihao, et al. Compressed sensing reconstruction algorithm based on hybrid sampling[J]. Acta Metrologica Sinica, 2017, 38(1): 69-72.
- [15] 范虹, 孟庆丰, 张优云, 等. 基于改进匹配追踪算法的

- 特征提取及其应用[J]. 机械工程学报, 2007, 43(7): 115-119.
- FAN Hong, MENG Qingfeng, ZHANG Youyun, et al. Feature extraction based on modified matching pursuit and its application[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering 2007, 43(7): 115-119.
- [16] 郑国军, 唐志峰, 王友钊, 等. 基于匹配追踪算法的超声导波管道轴向缺陷大小定量分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(4): 1-5.
- ZHENG Guojun, TANG Zhifeng, WANG Youzhao, et al. Evaluation of pipe axial defeat through the use of ultrasonic guided wave and matching pursuit[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(4): 1-5.
- [17] 郭俊锋, 石斌, 雷春丽, 等. 基于双稀疏字典模型机械振动信号压缩感知方法[J]. 机械工程学报, 2018, 54(6): 118-127.
- GUO Junfeng, SHI Bin, LEI Chunli, et al. Method of compressed sensing for mechanical vibration signals based on double sparse dictionary model[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(6): 118-127.
- [18] 孟宗, 李晶, 龙海峰, 等. 基于压缩信息特征提取的滚动轴承故障诊断方法[J]. 中国机械工程, 2017, 28(7): 806-812.
- MENG Zong, LI Jing, LONG Haifeng, et al. Fault diagnosis method for rolling bearings based on compression information feature extractions[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 28(7): 806-812.
- [19] 王强, 张培林, 王怀光, 等. 机械振动信号分块自适应压缩感知算法[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(2): 312-319.
- WANG Qiang, ZHANG Peilin, WANG Haiguang, et al. Adaptive blocked compressed sensing algorithm for the machinery vibration signal[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(2): 312-319.
- [20] 栗茂林, 梁霖, 王孙安. 基于稀疏表示的故障敏感特征提取方法[J]. 机械工程学报, 2013, 49(1): 73-80.
- LI Maolin, LIANG Lin, WANG Sunan. Sensitive feature extraction of machine faults based on sparse representation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(1): 73-80.
- [21] 贺王鹏, 瞿艳阳, 陈彬强, 等. 周期稀疏导向超小波在风力发电设备发电机轴承故障诊断中的应用[J]. 机械工程学报, 2016, 52(3): 41-48.
- HE Wangpeng, ZI Yanyang, CHEN Binqiang, et al. Periodic sparsity oriented super-wavelet analysis with application to motor bearing fault detection of wind turbine[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(3): 41-48.
- [22] MCFADDEN P, SMITH J. Model for the vibration produced by a signal point defect in a rolling element bearing[J]. Journal of Sound and Vibration, 1984, 96(1): 69-82.

作者简介: 孟宗(通信作者), 男, 1977年出生, 博士研究生导师。主要研究方向为信号分析与处理, 旋转机械故障诊断, 压缩感知。

E-mail: mzyysu@ysu.edu.cn

石颖, 女, 1995年出生, 硕士研究生。主要研究方向为压缩感知、信号稀疏分解与稀疏表示。

E-mail: 1064682611@qq.com

潘作舟, 男, 1994年出生, 博士研究生。主要研究方向为旋转机械故障信号分析与处理, 旋转机械寿命预测, 压缩感知信号重构。

E-mail: 792807944@qq.com

陈子君, 男, 1993年出生, 硕士研究生。主要研究方向为滚动轴承故障诊断, 压缩感知信号处理。

E-mail: 1215671354@qq.com