DOI: 10.3901/JME.2020.09.045

一种四自由度冗余串并混联拟人机械臂的 动载协调分配优化^{*}

李研彪 王泽胜 孙 鹏 徐涛涛 秦宋阳
(浙江工业大学机械工程学院 杭州 310032)

摘要: 基于串联机构与并联机构的特点,提出了一种新型四自由度冗余串并混联拟人机械臂机构,弥补当前拟人机械臂的不足之处。针对该机构主动关节之间驱动力分配存在多解的特点,提出一种机构按照预定轨迹运动的动载协调分配优化方法。基于牛顿-欧拉法建立冗余混联机械臂机构的动力学模型,其中机械臂肩关节机构动力学方程为超静定方程,利用小变形叠加原理建立机构的变形协调补充方程;建立以平均功率、力矩波动和平均功率偏差为目标的多目标优化模型,利用主成分分析法对该模型进行优化求解;通过数值算例验证了该方法的正确性和可行性。研究结果表明,选取最优的分配输入组合可实现机械臂能耗低且平稳地工作。

关键词: 混联机械臂; 动力学模型; 变形协调方程; 主成分分析; 动载协调分配

中图分类号: TP24

Dynamic Load Distribution Optimization for a 4-DOF Redundant and Series-parallel Hybrid Humanoid Arm

LI Yanbiao WANG Zesheng SUN Peng XU Taotao QIN Songyang
(School of Mechanical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032)

Abstract: According to the characteristics of series mechanism and parallel mechanism, a novel 4-DOF redundant and series-parallel hybrid humanoid mechanical arm is proposed to make up the deficiencies of current humanoid manipulator. For the character that distribution of active joints' drive forces is not unique due to the redundant degree of freedom, a dynamic load coordination distribution optimization method for the mechanism tracking anticipant trajectory is proposed. The dynamic model of the mechanism of redundant and hybrid manipulator is established based on the Newton-Euler approach, to derive the deformation equations of compatibility for the shoulder of manipulator since its dynamic equations is hyperstatic equations by utilizing the micro-deformation and superposition principle. A multi-optimization model is established including the average power, torque fluctuation and average power deviation, and the method of principal component analysis is used to solve the model. The correctness and feasibility of this optimization method is verified by numerical examples. Results show that the input combination of optimal allocation is selected to achieve the mainpulator working placidly with low energy consumption.

Key words: hybrid manipulator; dynamic model; deformation equation of compatibility; principal component analysis; dynamic load coordination distribution

0 前言

从机构运动原理划分,机构可分为串联机构、并联机构和混联机构,串联机构作业空间大、刚度性能差,并联机构作业空间小、刚度性能稳定,混

联机构兼具串联和并联机构的优点^[1-4]。同时,相对于非冗余机构,冗余自由度机构可避开奇异位姿,具有很好的动态性能^[5-7]。

冗余混联机械臂机构在运动过程中,受到重力、外力以及惯性力等动载,将这些动载合理地分配到各关节驱动器,可以实现动载协调分配优化^[8]。选取不同的优化目标可得到相应的关节力矩分配结果,为此,国内外学者针对特定的优化目标对动载协调分配做了大量的研究。JIN 等^[9]

^{*} 浙江省自然科学基金杰出青年基金(LR18E050003)和国家自然科学基金(51975523, 51475424)资助项目。20190522 收到初稿,20190909 收到修改稿

研究卫星基座与空间机械手之间的耦合关系对卫星位置和姿态的影响,以机械手关节扭矩最小化为优化目标,实现了卫星基座质心的反作用力矩最小化;CHUNG等^[10]通过优化机械臂扭矩作为反馈量制定动态控制方程实现了最优控制;刘晓飞等^[11]以6PUS+UPU冗余驱动并联机构为对象,考虑冗余驱动机构驱动力间的协调约束关系进行驱动力分配,从而保证驱动力间的同步协调控制;窦玉超等^[12]研究6UPS/UPU并联机器人,以最小化最大瞬时驱动力为目标,使用加权最小二乘法对驱动力进行协调分配,揭示了冗余驱动力与驱动力协调分配间的相互作用机理。上述优化分配方法均以平均功率或者瞬时驱动力等单目标,作为动载分配的优化目标,没有考虑到机构在整个运动过程中,可能存在杆件承受力矩波动较大的情况,造成机构的速度和加速度等方面产生突变,从而导致机构运动不平稳。

本文针对四自由度冗余串并混联拟人机械臂,提出了一种动载协调分配的优化方法。首先,根据速度和力的传递特性,在各关节坐标系下分析构件的速度和受力情况,采用牛顿-欧拉法建立力平衡方程,利用小变形叠加原理建立肩关节协调补充方程,联立方程组建立机械臂机构的动力学模型;然后,利用主成分分析法优化求解包含平均功率、力矩波动和平均功率偏差的多目标优化模型;最后,通过数值算例求解最优的分配输入组合,并利用ADAMS仿真验证了机械臂动力学模型的正确性,为该机构的控制策略提供了重要依据。

1 混联机械臂运动学分析

1.1 位姿分析

混联拟人机械臂机构三维模型图如图1所示。肩关节由基座、肩关节动平台和连接基座与动平台的2条支链组成,支链一由弧杆 A_1B_1 、弧杆 B_1C_1 和动平台通过旋转副连接构成,其中 OA_1 、 OB_1 和 OC_1 为旋转副的轴线,支链二由弧杆 A_2C_2 和动平台通过旋转副连接构成,其中 OA_2 和 OC_2 为旋转副的轴线,2条支链的5个旋转副轴线交于一点 O 。

机械臂机构简图如图2所示,肩关节静坐标系 $OX_0Y_0Z_0$, Z_0 轴垂直基座,方向向上, Y_0 轴平行于矢量 OA_2 , X_0 轴符合右手螺旋定则;肩关节动坐标系 $Ox_1y_1z_1$, z_1 轴平行于矢量 OC_1 , x_1 轴平行于矢量 OC_2 , y_1 轴符合右手螺旋定则;上臂的动坐标系 $O_2x_2y_2z_2$, z_2 轴平行于上臂旋转轴,方向向上, x_2 轴平行于矢量 OC_2 , y_2 轴符合右手螺旋定则;前臂

的动坐标系 $O_3x_3y_3z_3$, z_3 轴平行于前臂旋转轴, y_3 轴平行于矢量 O_3D , x_3 轴符合右手螺旋定则;肩关节静坐标系为整个拟人机械臂的基坐标系。上臂坐标系原点 O_2 在肩关节动坐标系下的位置坐标为 $p_1=[0,0,-l_1]^T$,前臂坐标系原点 O_3 在上臂动坐标系下的位置坐标为 $p_2=[0,0,-l_2]^T$,前臂端点 D 在前臂动坐标系下的位置坐标为 $p_3=[0,l_3,0]^T$ 。

图1 机械臂模型图

1. 基座 2. 弧杆 A_1B_1 3. 弧杆 B_1C_1 4. 上臂旋转轴
5. 前臂旋转轴 6. 前臂 7. 上臂 8. 弧杆 A_2C_2 9. 肩关节动平台

图2 机械臂机构简图

1.2 机械臂位置反解

机械臂的位置反解是已知末端点 D 的位置求出各关节驱动器的输入角度 θ_i ($i=1,2,3,4$)。采用Denavit-Hartenberg(D-H)法建立相邻坐标系的位姿变换矩阵如下

$$T_1 = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2 = \begin{bmatrix} R_2 & p_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} R_3 & p_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_4 = \begin{bmatrix} E_1 & p_3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \mathbf{R}_1 = \mathbf{R}(y, \beta) \mathbf{R}(x, \gamma) \\ \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}(z, \theta_3) \\ \mathbf{R}_3 = \mathbf{R}(y, 90^\circ) \mathbf{R}(z, -90^\circ) \mathbf{R}(z, \theta_4) \end{cases}$$

式中, $\mathbf{E}_1$ 为单位矩阵, β 为肩关节动平台绕 y_1 轴的旋转角度, γ 为肩关节动平台绕 x_1 轴的旋转角度, θ_3 为上臂驱动器的旋转角度, θ_4 为前臂驱动器的旋转角度。 $\mathbf{R}_1$ 为肩关节动坐标系相对于基坐标系的旋转矩阵, $\mathbf{R}_2$ 为上臂动坐标系相对于肩关节动坐标系的旋转矩阵, $\mathbf{R}_3$ 为前臂动坐标系相对于上臂动坐标系的旋转矩阵。

将相邻位姿态变换矩阵依次相乘, 可得拟人机械臂末端相对基坐标系的位姿变换矩阵

$${}^0\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_3 \mathbf{T}_4 = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{R}_d & {}^0\mathbf{P}_d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, ${}^0\mathbf{R}_d$ 、 ${}^0\mathbf{P}_d$ 为末端点相对于基坐标系的姿态矩阵和位置矢量。

已知末端点的位置矢量 ${}^0\mathbf{P}_d$ 时, 根据余弦定理可得前臂驱动器的输出角度 θ_4 。

图3 前臂位置反解简图

$$\theta_4 = \pi - \arccos\left(\frac{(l_1 + l_2)^2 + l_3^2 - p_d^2}{2(l_1 + l_2)l_3}\right) \quad (2)$$

式中, $p_d = \sqrt{p_{dx}^2 + p_{dy}^2 + p_{dz}^2}$ 。

由式(1)可知, 在基坐标系下末端点 D 的位置矢量 ${}^0\mathbf{P}_d$ 可表示为

$${}^0\mathbf{P}_d = \begin{bmatrix} P_{dx} \\ P_{dy} \\ P_{dz} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -l_3(s_{\theta_4}(c_{\beta}s_{\theta_3} - s_{\beta}c_{\theta_3}s_{\gamma}) + c_{\gamma}s_{\beta}c_{\theta_4}) - l_1c_{\gamma}s_{\beta} - r_2c_{\gamma}s_{\beta} \\ l_3(c_{\theta_4}s_{\gamma} + c_{\gamma}c_{\theta_3}s_{\theta_4}) + l_1s_{\gamma} + l_2s_{\gamma} \\ l_3(s_{\theta_4}(s_{\beta}s_{\theta_3} + c_{\beta}c_{\theta_3}s_{\gamma}) - c_{\gamma}c_{\beta}c_{\theta_4}) - l_1c_{\gamma}c_{\beta} - l_2c_{\gamma}c_{\beta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, $s_j = \sin j$, $c_j = \cos j$ 。

由于机构存在冗余自由度, 末端点的位置确定

后反解组合有无数个, 需要给定一个输入参数值, 使各驱动器的输入值唯一, 假设 θ_3 已知, 由式(3)可得

$$\begin{cases} \beta = 2\arctan\left(\frac{-B_2 - \sqrt{A_2^2 + B_2^2 - C_2^2}}{A_2 - C_2}\right) \\ \gamma = 2\arctan\left(\frac{B_1 + \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1}\right) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} A_1 = -P_{wy} - l_3c_{\theta_3}c_{\theta_4} \\ B_1 = -2l_1 - 2l_2 - 2l_3c_{\theta_4} \\ C_1 = -P_{wy} + l_3c_{\theta_3}c_{\theta_4} \end{cases} \quad \begin{cases} A_2 = l_3s_{\theta_3}s_{\theta_4} \\ B_2 = l_3c_{\theta_3}s_{\theta_4}s_{\gamma} - l_3c_{\theta_4}c_{\gamma} - l_1c_{\gamma} - l_2c_{\gamma} \\ C_2 = P_{wx} \end{cases}$$

将上述角度 β 和 γ 代入肩关节机构的位置反解^[13], 即可求得肩关节驱动器的输入角度 θ_1 和 θ_2 。

1.3 各杆件速度和加速度分析

肩关节动平台的欧拉角速度转换成笛卡尔角速度矢量为

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \begin{bmatrix} c_{\beta} & 0 \\ 0 & 1 \\ -s_{\beta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \quad (5)$$

肩关节动平台质心的角速度、角加速度和线加速度分别为

$$\begin{cases} {}^0\boldsymbol{\omega}_1 = \boldsymbol{\omega}_1 & {}^0\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \dot{\boldsymbol{\omega}}_1 & {}^0\mathbf{a}_1 = {}^0\dot{\mathbf{v}}_0 \\ {}^0\mathbf{a}_{sc} = {}^0\boldsymbol{\varepsilon}_1 \times \mathbf{C}_s + {}^0\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 \times ({}^0\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{C}_s) + {}^0\mathbf{a}_1 \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{C}_s = \mathbf{R}_1 \cdot [0 \ 0 \ d_s]^T$, $\mathbf{C}_s$ 为肩关节动平台质心的位置坐标, ${}^0\dot{\mathbf{v}}_0 = \mathbf{g}$, $\mathbf{g}$ 为重力加速度。

上臂杆质心在上臂坐标系下角速度、角加速度和线加速度分别为

$$\begin{cases} {}^2\boldsymbol{\omega}_2 = {}^2_0\mathbf{R}^0\boldsymbol{\omega}_1 + \dot{\theta}_3[0 \ 0 \ 1]^T \\ {}^2\boldsymbol{\varepsilon}_2 = {}^2_0\mathbf{R}^0\boldsymbol{\varepsilon}_1 + {}^2_0\mathbf{R}^0\boldsymbol{\omega}_1 \times \dot{\theta}_3[0 \ 0 \ 1]^T + \ddot{\theta}_3[0 \ 0 \ 1]^T \\ {}^2\mathbf{a}_2 = {}^2_0\mathbf{R}[{}^0\boldsymbol{\varepsilon}_1 \times {}^0\mathbf{p}_1 + {}^0\boldsymbol{\omega}_1 \times ({}^0\boldsymbol{\omega}_1 \times {}^0\mathbf{p}_1) + {}^0\mathbf{a}_1] \\ {}^2\mathbf{a}_{mc} = {}^2\boldsymbol{\varepsilon}_2 \times \mathbf{p}_{mc} + {}^2\boldsymbol{\omega}_2 \times ({}^2\boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{p}_{mc}) + {}^2\mathbf{a}_2 \end{cases} \quad (7)$$

式中, ${}^2_0\mathbf{R} = (\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2)^T$, $\mathbf{p}_{mc}$ 为上臂质心的位置坐标, ${}^0\mathbf{p}_1 = \mathbf{R}_1 \mathbf{p}_1$, ${}^0\mathbf{p}_1$ 为上臂坐标原点 O_2 在基坐标系下的位置坐标。

前臂杆质心在前臂坐标系下位置矢量、角速度和线加速度分别为

$$\begin{cases} {}^3\boldsymbol{\omega}_3 = {}^3_2\mathbf{R}^2\boldsymbol{\omega}_2 + \dot{\theta}_4[0 \ 0 \ 1]^T \\ {}^3\boldsymbol{\varepsilon}_3 = {}^3_2\mathbf{R}^2\boldsymbol{\varepsilon}_2 + {}^3_2\mathbf{R}^2\boldsymbol{\omega}_2 \times \dot{\theta}_4[0 \ 0 \ 1]^T + \ddot{\theta}_4[0 \ 0 \ 1]^T \\ {}^3\mathbf{a}_3 = {}^3_2\mathbf{R}[{}^2\boldsymbol{\varepsilon}_2 \times \mathbf{p}_2 + {}^2\boldsymbol{\omega}_2 \times ({}^2\boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{p}_2) + {}^2\mathbf{a}_2] \\ {}^3\mathbf{a}_{ec} = {}^3\boldsymbol{\varepsilon}_3 \times \mathbf{p}_{ec} + {}^3\boldsymbol{\omega}_3 \times ({}^3\boldsymbol{\omega}_3 \times \mathbf{p}_{ec}) + {}^3\mathbf{a}_3 \end{cases} \quad (8)$$

式中, ${}^3R = R_3^T$, $p_{ec} = [0 \ d_e \ 0]^T$, p_{ec} 为前臂质心的位置坐标。

1.4 机械臂速度分析

根据拟人机械臂在基坐标系中的位置 D 与驱动关节输入值的关系表达式(1), 微分可得到机械臂末端点 D 的速度与各关节输入速度之间的关系, 即 $V = J(\theta)\dot{\theta}$ 。

由于各关节都会对机械臂末端点的运动产生影响, 需要确定各关节速度与机械臂末端点速度的传递关系, 并进行叠加可得到末端点的速度

$$V = J_1(\theta)\dot{\theta}_1 + J_2(\theta)\dot{\theta}_2 + J_3(\theta)\dot{\theta}_3 \quad (9)$$

拟人机械臂的雅可比矩阵可以表示为

$$J(\theta) = [J_1(\theta) \ J_2(\theta) \ J_3(\theta)] \quad (10)$$

式中, $J_i(\theta) (i=1,2,3)$ 表示关节速度传递到末端速度的关系矩阵。

肩关节速度传递到末端点速度的表达式^[14-15]

$$\begin{bmatrix} {}^4v_1 \\ {}^4\omega_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0R^T & -{}^0R^T S_1(p) \\ 0 & {}^0R^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ R_1^T G J_s \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = J_1 \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中, 0R 为机械臂末端坐标系相对于基坐标系的旋转变换矩阵; $S_1(p)$ 为 1P_d 的反对称矩阵, J_s 为肩关节的雅可比矩阵。

采用相同的方法可推导出上臂和前臂的速度传递雅可比矩阵 J_2 和 J_3 , 机械臂的速度反解为

$$\begin{bmatrix} {}^4v \\ {}^4\omega \end{bmatrix} = [J_1 \ J_2 \ J_3] \dot{\theta} = J_d \dot{\theta} \quad (12)$$

$$J = \begin{bmatrix} {}^0R & \\ & {}^0R \end{bmatrix} \cdot J_d \quad (13)$$

式中, J 为机械臂的雅可比矩阵。

2 混联机械臂动力学分析

在机械臂运动过程中, 考虑外力、重力和惯性力对关节驱动力矩的影响, 忽略各运动副之间的摩擦力, 采用牛顿-欧拉法建立拟人机械臂机构的动力学方程。

2.1 前臂和上臂动力学分析

前臂受到外力、上臂作用力及自身重力作用, 其动力学方程为

$${}^3F_3 + {}^3F_e = m_3 a_{ec} \quad (14)$$

$$(p_2 - p_{ec}) \times {}^3F_e - p_{ec} \times {}^3F_3 + {}^3M_e + {}^3M_3 = I_3 {}^3\epsilon_3 + {}^3\omega_3 \times (I_e {}^3\omega_3) \quad (15)$$

式中, I_3 为前臂杆在质心坐标下的惯量矩阵, 3F_e 、 3M_e 分别为机械臂末端点受到的外力和外力矩, 联立式(14)、(15)可得 3M_3 , 前臂驱动力矩 τ_4 等于 3M_3 在前臂旋转轴线上的投影。

$$\tau_4 = {}^3M_3 \cdot [0 \ 0 \ 1]^T \quad (16)$$

前臂对上臂的作用力和力矩在上臂坐标系可表示为 ${}^2F_3 = -R_3 {}^3F_3$, ${}^2M_3 = -R_3 {}^3M_3$ 。上臂受到肩关节、前臂及自身重力作用, 上臂动力学方程为

$${}^2F_2 + {}^2F_3 = m_3 a_{mc} \quad (17)$$

$$(p_1 - p_{mc}) \times {}^2F_3 - p_{mc} \times {}^2F_2 + {}^2M_3 + {}^2M_2 = {}^2I_2 {}^2\epsilon_2 + {}^2\omega_2 \times (I_2 {}^2\omega_2) \quad (18)$$

式中, I_2 为上臂杆在质心坐标下的惯量矩阵, 联立式(17)及(18)求得 2M_2 , 上臂驱动力矩 τ_3 等于 2M_2 在上臂旋转轴线上的投影。

$$\tau_3 = {}^2M_2 \cdot [0 \ 0 \ 1]^T \quad (19)$$

2.2 肩关节动力学分析

2.2.1 肩关节动平台动力学分析

肩关节动平台受到上臂的作用力 0F_2 和力矩 0M_2 , 受到支链 A_2C_2 作用力 F_{c1} 和力矩 M_{c1} 、受到支链 $A_1B_1C_1$ 作用力 F_{c2} 和力矩 M_{c2} 以及自身的重力。

肩关节动平台的动力学方程为

$$F_{c1} + F_{c2} + {}^0F_2 = m_s a_{sc} \quad (20)$$

$$(D - C_s) \times {}^0F_2 + (C_2 - C_s) \times F_{c2} + (C_1 - C_s) \times F_{c1} + {}^0M_2 + M_{c1} + M_{c2} = {}^0I_1 {}^0\epsilon_1 + {}^0\omega_1 \times ({}^0I_1 {}^0\omega_1) \quad (21)$$

式中, ${}^0I_1 = R_1 I_1 R_1^T$, 0I_1 为基坐标系下动平台的惯量矩阵, ${}^0F_2 = -R_1 R_2 {}^2F_2$, ${}^0M_2 = -R_1 R_2 {}^2M_2$, D 、 C_1 、 C_2 、 C_s 为对于点在基坐标系中的位置坐标。

2.2.2 杆件 A_1B_1 上端点力和力矩引起的变形

基于牛顿-欧拉法建立肩关节杆件力平衡方程, 分析过程同上臂, 限于篇幅不再赘述。为解决肩关节机构超静定的问题, 忽略关节摩擦力, 各旋转副转动方向的力矩等于零, 肩关节机构共有 27 个未知力, 基于牛顿-欧拉法可得到 24 个力平衡方程。考虑杆件弹性, 利用小变形叠加理论建立 3 个变形协调补充方程^[16-17]。

相对于杆件的弯曲和扭转变形, 杆件在轴向拉伸(压缩)和垂直杆件方向剪切的变形较小, 可忽略不计。采用积分法计算 2 条支链由弯曲和扭转组合变形分别对应动平台的球心位移。

杆件 A_1B_1 在 A_1 处有 6 个约束, 故简化为固定端, 在 B_1 处受到动平台传递的力 F_{b1} 和力矩 M_{b1} , 如图 4 所示。

图4 杆 A_1B_1 变形分析模型 a

为便于描述杆件变形,引入新坐标系 $\{B_1\}$, y 轴平行于轴线 OB_1 , z 轴与轴线 OA_1 和轴线 OB_1 正交, x 轴符合右手螺旋定则,坐标系 $\{B_1\}$ 相对于基坐标系的转换矩阵

$$R_{s1} = [OA_1 \times (OB_1 \times OA_1) \quad OA_1 \quad OB_1 \times OA_1]$$

杆 A_1B_1 在任意断面 θ 处的力矩

$$\begin{cases} m_{1l} = F_{b1y}r_{s1}\sin(\alpha_1 - \theta) - F_{b1x}r_{s1}(1 - \cos(\alpha_1 - \theta)) + M_{b1z} \\ m_{1lw} = -(M_{b1x} + F_{b1z}r_{s1})\sin(\alpha_1 - \theta) \\ m_{1lt} = M_{b1x}\cos(\alpha_1 - \theta) - F_{b1z}r_{s1}(1 - \cos(\alpha_1 - \theta)) \end{cases} \quad (22)$$

式中, r_{s1} 为杆件 A_1B_1 的半径, $[F_{b1x} \ F_{b1y} \ F_{b1z}] = R_{s1} \cdot F_{b1}$, $[M_{b1x} \ M_{b1y} \ M_{b1z}] = R_{s1} \cdot M_{b1}$ 。

(1) 弯矩 m_{1l} 引起平面的弯曲变形, 转角和挠度为

$$\begin{cases} \theta_{z1} = \int \frac{m_{1l}}{EI_z} ds + H_1 \\ v_{H1} = \int \theta_{z1} ds + K_1 \end{cases} \quad (23)$$

式中, E 为材料的弹性模量, I_z 为横断面对中性轴的惯性矩, 对于矩形横截面 $I_z = hb^3/12$, EI_z 为杆件的抗弯刚度。当 $\theta = 0$ 时, $\theta_{z1} = 0$, 可求得积分常数 H_1 ; 当 $\theta = 0$ 时, $v_{H1} = 0$, 可求得积分常数 K_1 。

(2) 弯矩 m_{1lw} 引起平面的弯曲变形, 转角和挠度为

$$\begin{cases} \theta_{y1} = \int \frac{m_{1lw}}{EI_y} ds + H_2 \\ v_{V1} = \int \theta_{y1} ds + K_2 \end{cases} \quad (24)$$

式中, I_y 为横断面对中性轴的惯性矩, 对于矩形横截面 $I_y = h^3b/12$ 。当 $\theta = 0$ 时, $\theta_{y1} = 0$, 可求得积分常数 H_2 ; 当 $\theta = 0$ 时, $v_{V1} = 0$, 可求得积分常数 K_2 。

(3) 扭矩 m_{1lt} 引起平面的扭转变形, 扭转角为

$$\varphi_1 = \int \frac{m_{1lt}}{GI_t} ds \quad (25)$$

式中, G 为材料的切变模量, GI_t 为杆件的抗扭刚度, $I_t = \beta hb^3$, β 是与 h/b 的相关系数。

当 $\theta = \alpha_1$ 时, 可得弯矩和扭矩组合变形引起的位移并进行叠加, 对应球心点的线位移在基坐标系的表达式为

$$\Delta o_{11} = R_{s1} \cdot [-r_{s1}\theta_{z1} \quad v_{H1} \quad r_{s1}\varphi_1 - v_{V1}] \quad (26)$$

根据达朗贝尔原理, 在杆件 A_1B_1 的质心处添加惯性力和重力, 将动力学转化为静力学问题, 如图 5 所示。分析方法与上端点处的推导方法一致, 当 $\theta = \alpha_1/2$ 时, 在基坐标系对应球心点的线位移变化为 Δo_{12} 。

图5 杆 A_1B_1 变形分析模型 b

2.2.3 杆件 B_1C_1 的变形

杆 B_1C_1 在 B_1 处有 5 个约束, 故简化为单旋转副, 如图 6 所示; 引入新的坐标系 $\{C_1\}$, y 轴平行于轴线 OC_1 , z 轴与轴线 OB_1 和轴线 OC_1 正交, x 轴符合右手螺旋定则, 坐标系 $\{C_1\}$ 相对于基坐标系的转换矩阵

$$R_{s2} = [OA_1 \times (OC_1 \times OB_1) \quad OA_1 \quad OC_1 \times OB_1]$$

图6 杆 B_1C_1 变形分析模型

杆 B_1C_1 在任意断面 θ 处的力矩

$$\begin{cases} m_{2l} = F_{c1x}r_{s2}(\cos(\alpha_2 - \theta) - 1) + F_{c1y}r_{s2}\sin(\alpha_2 - \theta) + M_{c1z} \\ m_{2lw} = -(M_{c1x} + F_{c1z}r_{s2})\sin(\alpha_2 - \theta) \equiv 0 \\ m_{2lt} = (M_{c1x} + F_{c1z}r_{s2})\cos(\alpha_2 - \theta) - F_{c1z}r_{s2} = -F_{c1z}r_{s2} \end{cases} \quad (27)$$

利用第 2.2.2 节的方法分析杆件 B_1C_1 的变形, 得到端点 C_1 处力和力矩引起的变形。弯矩 m_{2l} 引起平面的弯曲变形, 转角和挠度为 θ_{z2} 和 v_{H2} , 弯矩 m_{2hv} 引起平面的弯曲变形, 转角和挠度均为 0, 扭矩 m_{2lt} 引起平面的扭转变形, 扭转角为 φ_2 。

根据小变形叠加原理得到对应球心点的线位移在基坐标系的表达式为

$$\Delta o_{13} = \mathbf{R}_{s2} \cdot [-r_{s2}\theta_{z1} \quad v_{H1} \quad r_{s2}\varphi_2] \quad (28)$$

同第 2.2.2 节的推导方法, 杆件 B_1C_1 质心点处的力引起球心点的线位移在基坐标系下为 Δo_{14} 。

支链 $A_1B_1C_1$ 变形对应动平台的球心的总线位移

$$\Delta o_1 = \Delta o_{11} + \Delta o_{12} + \Delta o_{13} + \Delta o_{14} \quad (29)$$

杆件 B_2C_2 的分析方法与杆件 A_1B_1 完全一致, 在基坐标下的线位移偏移量为 Δo_2 。

考虑整个肩关节机构, 动平台尺寸远大于各支链杆尺寸, 其变形远小于杆件的变形, 假定动平台为刚体, 2 条支链变形对应动平台球心 O 点变形后仍交于一点 O' , 故 2 条支链对应的球心线位移相等。

$$\Delta o_1 = \Delta o_2 \quad (30)$$

根据式(30)得到 3 个变形协调补充方程, 联立 24 个力平衡方程求得 27 个未知力。

肩关节驱动力矩 τ_1 和 τ_2 为

$$\begin{cases} \tau_1 = \mathbf{M}_{a1} \cdot \mathbf{OA}_1 \\ \tau_2 = \mathbf{M}_{a2} \cdot \mathbf{OA}_2 \end{cases} \quad (31)$$

式中, $\mathbf{M}_{a1}$ 为 A_1 处的力矩, $\mathbf{M}_{a2}$ 为 A_2 处的力矩, $\mathbf{OA}_1$ 和 $\mathbf{OA}_2$ 为单位方向矢量。

2.3 机械臂的动力学模型

牛顿-欧拉法构建动力学模型是消除各杆件间的内力建立输入与输出之间的动力学关系, 整理式 (16)、(19)、(31) 可得驱动力和力矩

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \tau_3 \quad \tau_4]^T \quad (32)$$

3 动载协调分配优化

冗余自由度混联机械臂按照预定路径负载运动过程中, 由于机械臂存在冗余自由度, 可优化上臂驱动器的输出角度值, 将动载合理地分配到机械臂各驱动器, 保证机械臂在动态综合性能最优的状态下完成任务。

3.1 目标函数

由于机械臂在运动过程中, 可能存在瞬时功率接近无穷大和杆件受力突变的情况, 属于不理想的工作状况, 因此, 考虑平均功率、力矩波动

和平均功率偏差因素, 建立动载协调分配优化目标函数。

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^4 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T |\tau_i(t) \cdot \dot{\theta}_i(t)| dt} \quad (33)$$

$$F_\tau = \sum_{i=1}^6 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\tau_{ai}(t) - \bar{\tau}_{ai})^2 dt} \quad (34)$$

$$S = \sum_{i=1}^4 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (P_i(t) - \bar{P}_i)^2 dt} \quad (35)$$

式中, $\bar{P}$ 表示能耗优化目标, 衡量机构消耗的能量; τ_{ai} 为各构件瞬时力矩, $\bar{\tau}_{ai}$ 为各构件平均力矩, F_τ 表示机械臂力矩波动优化目标, 衡量机械臂的平稳性; P_i 为关节瞬时功率, $\bar{P}_i$ 为关节平均功率, S 表示平均功率偏差优化目标, 避免关节功率无限大。

3.2 轨迹规划和运动约束

采用五次多项式规划机械臂的位置运动轨迹, 给定机械臂末端的始末位置, 并根据始末位置处的速度和加速度为零建立轨迹方程。

在机械臂末端轨迹确定后, 建立上臂驱动器的输入角度 θ_3 与时间 t 的函数, 基于目标函数最小化优化求解出参数 θ_3 在各个时刻的最优值, 从而满足机械臂的运动要求。利用六次多项式拟合 θ_3 的位移曲线

$$\theta_3(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 + a_6 t^6 \quad (36)$$

式中, a_i 为时间函数的系数。

考虑机械臂各关节驱动器的输出速度、加速度和力矩存在最大值, 故建立各驱动关节输出约束方程

$$\begin{cases} \dot{\theta}_i \leq \dot{\theta}_{i\max}, \ddot{\theta}_i \leq \ddot{\theta}_{i\max} \\ \tau_i \leq \tau_{i\max} \end{cases} \quad (37)$$

式中, $\dot{\theta}_{i\max}$ 、 $\ddot{\theta}_{i\max}$ 和 $\tau_{i\max}$ 为关节驱动器的最大输出速度、最大输出加速度和最大输出力矩。

3.3 多目标模型优化

目前, 对于多目标优化问题大多数采用启发式算法求解, 但冗余混联机械臂动力学模型比较复杂, 利用启发式算法求解时会出现效率低且结果为局部最优解或不收敛等问题, 因此, 基于上述目标函数建立多目标优化模型, 采用主成分分析(PCA)法^[18-20]对该模型进行优化求解, 效率更高且结果是全局最优解。

首先在约束条件下选取 n 组 a_0 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 和 a_6 作为参数样本, 由于各个目标函数具有不同的量纲, 样本数据不具有可比性, 需对样本数据标准化处理, 使得各目标函数为同一量级, 采用 Z-Score 法^[20]对样本进行标准化处理, 得到各目标函数的标准化数据 $Z \in \mathbf{R}^{m \times 3}$, 变换法则如下

$$\begin{cases} \bar{M}_j = \frac{\sum_{i=1}^n M_{ij}}{n} & s_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (M_{ij} - \bar{M}_j)^2}{n-1} \\ Z_{ij} = \frac{M_{ij} - \bar{M}_j}{s_j} \end{cases} \quad (38)$$

将式(38)处理后的各目标函数降维得到相关系数矩阵 $\mathbf{R}$, 若相关系数矩阵 $\mathbf{R}$ 中各元素均为正值, 则各目标函数之间均成正相关, 可用单一目标函数综合各目标函数。

$$\mathbf{R} = \frac{1}{m} \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \quad (39)$$

主成分可以通过分析相关系数矩阵 $\mathbf{R}$ 的特征值和单位特征矢量来确定, 即主成分的个数是根据目标函数的累积方差贡献率来确定, 成分贡献率为特征值与总特征值的商值, 通常取累积贡献率大于等于 85% 确定主成分的个数 P 。主成分表达式为

$$f_i = \lambda_{1i} \mathbf{Z}_1 + \lambda_{2i} \mathbf{Z}_2 + \lambda_{3i} \mathbf{Z}_3 \quad (40)$$

式中, i 为主成分个数, λ_{1i} 、 λ_{2i} 、 λ_{3i} 为对应的特征值。

4 数值算例

给出拟人机械臂的长度参数、质量参数和惯量参数, 如表 1~3 所示, 假设机械臂末端 D 点处负载重物 5 kg, 即外力 ${}^3\mathbf{F}_e = {}^2\mathbf{R} \cdot [0 \ 0 \ -50]^T$ 。机械臂运动时间 $T = 3$ s, 末端点初始位置 $\mathbf{q}_0 = [0 \ 0 \ -0.617]^T$, 终点位置 $\mathbf{q}_f = [-0.010 \ 0.010 \ -0.597]^T$, 由此得到机械臂末端的五次多项式运动轨迹。

表 1 机械臂的长度参数(m)

机构长度参数	数值
l_1	0.119
l_2	0.268
l_3	0.230
r_{s1}	0.102
r_{s2}	0.102
r_{s3}	0.102

表 2 机械臂的质量参数(kg)

机构质量参数	数值
m_s	1.420
m_m	0.546
m_e	0.479
m_{s1}	0.399
m_{s2}	0.326
m_{s3}	0.366

表 3 机械臂的惯量参数(kg · m²)

机构惯性参数	数值
I_1	diag[5.795 5.396 2.606] × 10 ⁻³
I_2	diag[3.015 2.997 0.597] × 10 ⁻³
I_3	diag[8.421 8.177 4.681] × 10 ⁻⁴
I_{s1}	diag[8.206 7.940 0.801] × 10 ⁻⁴
I_{s2}	diag[6.612 6.323 0.589] × 10 ⁻⁴
I_{s3}	diag[10.04 9.557 0.070] × 10 ⁻⁴

假设机械臂在初始位姿时参数 θ_3 的值为 0, 各关节的驱动速度 $\dot{\theta}_i \leq 4$ rad/s, 加速度 $\ddot{\theta}_i \leq 10$ rad/s², 驱动力矩 $\tau_i \leq 100$ N。为保证机械臂运行平稳, 要求上臂驱动器在初始和终止时刻的速度和加速度均为 0, 因此, $a_3 = 15a_5 + 108a_6$, $a_4 = -7.5a_5 - 40.5a_6$ 。选取 165 组 a_0 、 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 、 a_5 和 a_6 作为参数样本, 采用 Z-Score 法对样本进行标准化处理后得到各目标函数的标准化数据, 如表 4 所示。

表 4 各个目标函数标准化数据

样本序号	$\bar{P}_z$	F_z	S_z
1	1.471 4	1.392 1	1.265 6
2	1.461 3	1.521 5	1.266 4
⋮	⋮	⋮	⋮
164	1.983 6	0.835 2	2.069 9
165	1.947 3	1.004 4	2.042 5

根据表 4 的数据, 代入式(39)可得各目标函数的相关系数矩阵

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0.794 2 & 0.995 9 \\ 0.794 2 & 1 & 0.797 9 \\ 0.995 9 & 0.797 9 & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

由表 4 可知各个目标函数之间存在一定的相关性, 数据存在一定的信息重叠, 且由相关系数矩阵可知各个目标函数均成正相关。

由表 5 可知: 第一主成分方差贡献率为 90.97%, 大于 85%, 说明第一主成分可以基本反映全部指标的蕴含信息, 将特征矢量作为标准化后各项单一目标函数的权值系数

$$f = 0.592 \bar{P}_z + 0.546 F_z + 0.593 S_z \quad (42)$$

表 5 样本 PCA 分析计算结果

成分	特征值	特征矢量	累计贡献率(%)
1	2.729	[0.592, 0.546, 0.593]	90.97
2	0.267	[-0.392, 0.838, -0.380]	99.87
3	0.004	[-0.704, -0.007, 0.710]	100

选取的三个目标函数为能耗、功率偏差和力矩波动, 故综合目标函数评分越低越好, 绘制 165 组

时间系数样本的 PCA 优化结果图, 见图 7。

图7 PCA 优化结果图

为验证上述方法的正确性, 对比在最优值邻域的 3 组数据和最大综合目标函数值, 分别给出相应的目标函数值, 结果如表 6 所示。

表 6 不同系数下各目标函数值

组号	a_5	a_6	$\bar{P}$	F_r	S	f
1	-0.19	0.019	7.635 7	1 660.60	18.140	-2.807 7
2	-0.21	0.022	7.575 0	1 678.57	18.147	-2.156 6
3	-0.11	0.011	7.739 1	1 664.84	18.278	-2.375 0
4	0.83	-0.094	9.174 1	1 704.20	20.179	2.912 3

由表 6 知, 在 $a_5 = -0.21$, $a_6 = 0.022$ 时, 力矩波动和功率偏差均较小, $a_5 = -0.19$, $a_6 = 0.019$ 时, 平均功率值最小, 但力矩波动较大, $a_5 = -0.11$, $a_6 = 0.011$ 时, 力矩波动比较小, 但平均功率和功率偏差都偏大, 对比分析可知各目标函数不会在同一组数据均为最小。由上述分析可知 $a_5 = -0.21$, $a_6 = 0.022$ 为相对最优值。在 $a_5 = -0.83$, $a_6 = 0.094$ 时综合目标函数值最大, 对比最优结果, 各项目标函数与综合目标值均最差, 验证了 PCA 法的有效性。

将上述的相对最优值代入式(33)得到上臂驱动器的角度时间函数, 基于机械臂的末端轨迹方程、速度反解和动力学模型, 利用 Matlab 编程计算和 ADAMS 虚拟样机仿真得到优化后机械臂各关节的驱动速度和驱动力矩曲线, 如图 8、9 所示。

由图 8、9 可知, 机械臂的各个关节角速度和关节驱动力矩均为光滑曲线, 不存在突变现象, 说明优化后机构能够平稳地运动; 各个关节的驱动力矩值变化平缓, 驱动力矩数值变化幅度较小, 说明该优化方法能够把机构惯性力和外力合理地分配到各驱动器; 机械臂各关节驱动力矩的 Matlab 理论值与 ADAMS 仿真值基本相等, 验证了机械臂运动学模

型和动力学模型的正确性。

(a) 肩关节驱动角速度

(b) 上臂和前臂驱动角速度

图 8 驱动角速度曲线

(a) 肩关节驱动力矩

(b) 上臂和前臂驱动力矩

图 9 驱动力矩理论值与仿真值曲线

5 结论

本文提出一种新型四自由度冗余串并混联拟人机械臂机构, 采用矢量法推导机构的运动学模型, 基于牛顿-欧拉法建立机械臂力平衡方程, 并利用小变形叠加原理建立肩关节机构的变形协调补充方程, 联合建立了机械臂的动力学模型。考虑机械臂的平均功率、力矩波动和平均功率偏差三个目标函数, 应用 PCA 法得到各个目标函数权值系数, 基于综合目标函数最小化得到最优驱动力分配的组合, 对比分析不同系数下的各个目标函数值验证了 PCA 法的有效性。将优化后的结果通过 Matlab 计算和 ADAMS 仿真得机械臂各关节驱动力矩曲线, 各关节驱动力矩的理论值和仿真值基本相等, 验证了机械臂运动学模型和动力学模型的正确性, 为实现冗余混联拟人机械臂动载协调分配的控制策略奠定了理论基础。

参 考 文 献

- [1] 沈惠平, 赵海彬, 邓嘉鸣, 等. 基于自由度分配和方位特征集的混联机器人机型设计方法及应用[J]. 机械工程学报, 2011, 47(23): 56-64.
SHEN Huiping, ZHAO Haibin, DENG Jiaming, et al. Type design method and the application for hybrid robot based on freedom distribution and position and orientation characteristic set[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(23): 56-64.
- [2] SALOMON O, WOLF A. Inclined links hyper-redundant elephant trunk-like robot[J]. Journal of Mechanisms and Robotics, 2012, 4(4): 045001.
- [3] LU Y, DAI Z, YE N. Dynamics analysis of novel hybrid robotic arm with three fingers[J]. Robotica, 2016, 34(12): 2759-2775.
- [4] 刘辛军, 谢福贵, 汪劲松. 当前中国机构学面临的机遇[J]. 机械工程学报, 2015, 51(13): 2-12.
LIU Xinjun, XIE Fugui, WANG Jinsong. Current opportunities in the field of mechanisms in China[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(13): 2-12.
- [5] DASGUPTA B, MRUTHYUNJAYA T S. Force redundancy in parallel manipulators: Theoretical and practical issues[J]. Mechanism and Machine Theory, 1998, 33(6): 727-742.
- [6] YI B J, OH S R, SUH I H. A five-bar finger mechanism involving redundant actuators: Analysis and its applications[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1999, 15(6): 1001-1010.
- [7] CHAKAROV D. Study of the antagonistic stiffness of parallel manipulators with actuation redundancy[J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(6): 583-601.
- [8] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
HUANG Zhen, ZHAO Yongsheng, ZHAO Tieshi. Advanced spatial mechanism[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [9] JIN M H, ZHOU C, LIU Y C, et al. Analysis of reaction torque-based control of a redundant free-floating space robot[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2017, 30(5): 1765-1776.
- [10] CHUNG C Y, LEE G H, KIM M S. Torque optimizing control with singularity-robustness for kinematically redundant robots[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2000, 28(3): 231-258.
- [11] 刘晓飞, 姚建涛, 赵永生. 冗余驱动并联机构的驱动力同步协调控制[J]. 计算机集成制造系统, 2018, 24(9): 2140-2149.
LIU Xiaofei, YAO Jiantao, ZHAO Yongsheng. Driving force synchronous control of redundantly actuated parallel manipulator[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2018, 24(9): 2140-2149.
- [12] 窦玉超, 姚建涛, 高思慧, 等. 冗余驱动并联机器人动力学建模与驱动力协调分配[J]. 农业机械学报, 2014, 45(1): 293-300.
DOU Yuchao, YAO Jiantao, GAO Sihui, et al. Dynamic modeling and drive force coordination of redundantly driven parallel robots[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(1): 293-300.
- [13] 李研彪, 王林, 罗怡沁, 等. 球面 5R 并联机构的动力学建模及动载分配优化[J]. 光学精密工程, 2018, 26(8): 2012-2020.
LI Yanbiao, WANG Lin, LUO Yiqin, et al. Dynamic modeling and dynamic load distribution optimization of a spherical 5R parallel mechanism[J]. Optics and Precision Engineering, 2018, 26(8): 2012-2020.
- [14] 刘善增. 少自由度并联机器人机构动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2015.
LIU Shanzeng. Dynamics of lower-mobility parallel manipulators[M]. Beijing: Science Press, 2015.
- [15] 张亮. 仿人机器人肩肘腕关节及臂的设计[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2016.

- ZHANG Liang. Design for shoulder elbow wrist Joint and arm of humanoid robot[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2016.
- [16] 周玉林, 刘磊, 高峰, 等. 3 自由度球面并联机构 3-RRR 静力全解[J]. 机械工程学报, 2008, 44(6): 169-176.
- ZHOU Yulin, LIU Lei, GAO Feng, et al. Static full-solutions of spherical parallel mechanism 3-RRR with 3-DOF[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(6): 169-176.
- [17] 李永泉, 宋肇经, 郭菲, 等. 多能域过约束并联机器人系统动力学建模方法[J]. 机械工程学报, 2016, 52(21): 17-25.
- LI Yongquan, SONG Zhaojing, GUO Fei, et al. Dynamic modeling method for overconstrained multi-energy domain parallel manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(21): 17-25.
- [18] 曾达幸, 王娟娟, 樊明洲, 等. 基于主成分分析方法的并联机构参数优化[J]. 中国机械工程, 2017, 28(24): 2899-2905.
- ZHENG Daxing, WANG Juanjuan, FAN Mingzhou, et al. Parameter optimization of parallel mechanisms based on PCA[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(24): 2899-2905.
- [19] 张军锋, 史耀耀, 蔺小军, 等. 基于灰色关联分析的叶片砂带抛光参数优化[J]. 计算机集成制造系统, 2017, 23(4): 806-814.
- ZHANG Junfeng, SHI Yaoyao, LIN Xiaojun, et al. Parameters optimization in belt polishing process of based on grey relational analysis[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2017, 23(4): 806-814.
- [20] 赵京, 李立明, 尚红, 等. 基于主成分分析法的机械臂运动灵活性性能综合评价[J]. 机械工程学报, 2014, 50(13): 9-15.
- ZHAO Jing, LI Liming, SHANG Hong, et al. Comprehensive evaluation of robotic kinematic dexterity performance based on principal component analysis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(13): 9-15.
-
- 作者简介: 李研彪, 男, 1978 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为精密加工与机器人技术应用。
E-mail: lybrory@zjut.edu.cn
王泽胜(通信作者), 男, 1994 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为机器人技术。
E-mail: wzs163yx@163.com