DOI: 10.3901/JME.2020.07.240

平面磨削粗糙表面的微观接触模型^{*}

安琪¹ 索双富² 林福严¹ 白玉柱² 耿海旭¹ 时剑文²

(1. 中国矿业大学(北京)机电与信息工程学院 北京 100083;

2. 清华大学机械工程系 北京 100084)

摘要: 通过拟合实测平面磨削表面单个微凸体的轮廓数据,提出一种采用半周期余弦曲线回转体等效微凸体的方法。通过对实测表面轮廓的峰谷标记处理,获得了等效微凸体轮廓的尺寸参数。结合高斯分布,建立了能够更加准确表征平面磨削表面形貌特征的模拟表面。在模拟表面的基础上,基于接触力学理论与统计学理论,重新解算了微凸体在弹塑性变形区间的临界压入深度。推导出接触区域内接触参数与接触压力的解析关系,进而建立起一种针对平面磨削表面的微观接触模型。最后将实测平面磨削表面的统计参数作为接触模型数据仿真的初始值,将本文模型与 CEB 模型以及 KE 模型就平均距离和真实接触面积的预测结果进行了对比分析。结果显示,在相同接触压力的条件下,该模型相比 CEB 模型与 KE 模型所得到的平均距离与真实接触面积的预测值更大,并且三者之间的差值随着接触压力的增加而逐渐增大。结合不同微凸体轮廓假设对平面磨削表面微凸体轮廓数据的拟合结果来看,该模型对于平面磨削表面接触参数的预测结果更加准确且合理。

关键词: 平面磨削表面; 模拟表面; 微观接触模型; 微凸体; 弹塑性变形; 接触参数

中图分类号: TH123

A Micro-contact Model for Rough Surface of Plane Grinding

AN Qi¹ SUO Shuangfu² LIN Fuyan¹ BAI Yuzhu² GENG Haixu¹ SHI Jianwen²

(1. School of Mechanical Electronic & Information Engineering, China University of Mining & Technology,

Beijing 100083;

2. Department of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract: By fitting the measured topography data of a single asperity on the plane grinding surface, a method of using the semi-periodic cosine curve rotating body equivalent asperity is proposed. The method of calculating the dimension parameters of a single asperity topography is obtained by marking the peak and valley of the measured surface topography. Combining with the Gauss distribution, the simulated surface which can more accurately characterize the actual surface morphology is established. Based on the simulated surface, the critical interference of the asperities in the elastic-plastic deformation region is re-calculated by using contact mechanics theory and statistical theory. The analytical relationship between contact parameters and contact pressure at different deformation stages are obtained. Then, a micro-contact model of rough surface in plane grinding is established. Finally, the statistical parameters of the measured grinding surface are taken as the initial values for the data simulation. The prediction results of average distance and real contact area are compared among present model, CEB model and KE model. The results show that under the same contact pressure, the average distance and the real contact area predicted by the present model are larger than those obtained by CEB model and KE model, and the difference between the three models increases with the increase of contact pressure. According to the fitting results of measured topography data by different asperity topography assumptions, the prediction results of contact parameters of surface grinding in present model are more accurate and reasonable.

Key words: rough surface of plane grinding; simulated surface; micro-contact model; asperities; elastoplastic deformation; contact parameters

^{*} 国家重大仪器专项资助项目(2017YFF0108101)。20190828 收到初稿,
20191209 收到修改稿

0 前言

机械系统中较为重要的连接平面大都采用平面磨削的加工方式进行。平面磨削粗糙表面的接触行为直接影响机械零件之间的连接性能,对机械系统的稳定性和可靠性有着重要的影响。因此准确地描述平面磨削粗糙表面的接触行为对于解决工程实际问题具有指导性作用。

粗糙表面的接触问题一直是摩擦学研究领域中的一个重要课题。1966 年, GREENWOOD 与 WILLIAMSON^[1]基于统计学理论,首次提出了半球体型微凸体假设的模拟表面。结合模拟表面与 HERTZ 接触理论,推导出可解析的粗糙结合面接触模型,即 GW 模型。CHANG 等^[2]在 1987 年提出了基于塑性变形微凸体体积守恒的粗糙表面弹塑性接触模型,即 CEB 模型。在半球体型微凸体假设的基础上,国外众多学者对粗糙表面的接触模型开展了相关研究工作^[3-6]。国内赵永武等^[7-9]对于微凸体在载荷作用下的变形过程进行重新分析,提出了包含微凸体弹性、弹塑性和塑性三种变形状态的接触模型。傅卫平等^[10-12]也对粗糙表面的接触模型进行了相关研究。

随着有限元技术的发展, KOGUT 等^[13]采用有限元法对半球体与刚性平面的接触问题进行了分析,得到了接触参数随压入深度变化的经验公式,建立起粗糙表面的有限元接触模型,即 KE 模型。相关学者随后也进行了大量的研究工作^[14-18],在一定程度上验证并完善了已有的接触模型。

上述学者致力于粗糙表面通用性接触模型的建立,即在接触模型建立过程中将不同加工方式下获得的粗糙表面进行了等效处理。所采用的模拟表面与 GW 模型中所假设的模拟表面相同,并未将模拟表面与不同加工方式下获得的真实表面进行相互联系。因此,上述学者将接触模型研究工作的侧重点放在了接触模型中力学接触计算部分,即对微凸体在接触压力作用下的弹塑性变形过程进行探讨与补充,并未对具体加工方式下粗糙表面的接触模型进行针对性分析。

在对实测平面磨削表面形貌的研究过程中发现:半球体型微凸体形貌假设与实测平面磨削表面单个微凸体采集数据的符合程度并不高。可以推测,若采用半球体型微凸体假设来研究平面磨削表面接触行为可能会导致接触参数预测结果偏离实际工况。因此,建立能够更加准确表征实际平面磨削表面形貌特征的模拟表面,继而获得可解析的接触模

型,是本文研究工作的重点。

本文以平面磨削表面采集数据为依据,采用半周期余弦曲线回转体型微凸体代替半球体型微凸体,结合高斯分布,进而建立能够更加准确表征实际平面磨削表面形貌特征的模拟表面。在模拟表面的基础上,采用统计学理论与接触力学理论,推导出接触区域内接触参数随接触压力的变化关系。进而建立起一种更加适用于平面磨削粗糙表面的微观接触模型。

1 模拟表面的建立

模拟表面的建立实际是对粗糙表面上微凸体的轮廓及其分布进行的假设。通过对模拟表面上单个微凸体的接触分析,结合微凸体的分布,即可推导出平面磨削粗糙表面的接触参数,进而得到整个接触表面的接触模型。平面磨削粗糙表面接触模型的获取流程如图 1 所示。模拟表面的建立是准确获取粗糙表面接触参数的基础,模拟表面的误差将会对接触参数的计算引入误差。

图 1 平面磨削表面微观接触模型的获取流程图

为使所建立的模拟表面能够更加准确表征实际平面磨削表面形貌特征,本文直接对实测平面磨削表面形貌的采集数据进行分析。图 2 为 ZYGONexView 非接触式微观形貌测量系统对粗糙度 Sa $0.112\ \mu\text{m}$ 下平面磨削表面的采集结果。采样区域为 $3\times 3\ \text{mm}^2$,采样点数为 $1\ 024\times 1\ 024$ 。

图 2 Sa $0.122\ \mu\text{m}$ 下平面磨削表面 3D 采集图像

由于半球体型微凸体轮廓的假设的竖直截面形状相同,为方便表述,只需要选取竖直截面进行分析处理即可。图3为随机选取的平面磨削表面竖直截面采集图像。

图3 $Sa\ 0.122\ \mu\text{m}$ 下平面磨削表面竖直截面采集图像

如图1所示,对于模拟表面的建立,需要解决两个方面的问题,即单个微凸体轮廓的假设问题和微凸体在表面分布的问题。

首先针对单个微凸体轮廓进行探讨。目前对于半球体型微凸体轮廓假设的曲率半径获取流程是:首先确定粗糙表面波峰点以及峰值左右点,根据三点确定单个微凸体轮廓的曲率半径,然后通过对粗糙表面所有峰值点的标记,分别对各波峰点处的曲率半径进行求解,然后取平均值。最终得到的平均曲率半径作为接触模型计算的初始值。

图4所示为不同微凸体轮廓假设对平面磨削表面随机选取的单个微凸体轮廓数据点的拟合效果图。这里需要说明一点,对于采集的表面形貌数据点,采样长度方向与轮廓高度方向的放大比率不同。真实形貌轮廓的畸变特性较大,这将导致拟合曲线的结果也存在畸变特性。如图4所示,对于半球形的拟合结果将呈现半椭圆形形态。显示结果不会影响分析过程。

图4 不同轮廓假设对实测数据点的拟合效果图

从拟合结果来看,半球形曲线能够在微凸体顶端(即峰值点周围)与实测微凸体轮廓数据实现很好的拟合。但是,无法实现从微凸体轮廓峰值点到谷值点的完全拟合。因此,半球体型微凸体轮廓假设对于平面磨削表面微凸体轮廓的表征存在局部性特点,未能反映微凸体实际轮廓的整体特征。

从微凸体接触变形的角度分析。在接触压力不大,接触变形较小的情况下,参与接触的微凸体处于弹性变形阶段,半球体型微凸体轮廓假设可以将平面磨削粗糙表面的接触变形进行很好地表达。但随着接触压力的增加,接触变形开始进入塑性变形阶段。半球体型微凸体假设中单一曲率半径的缺陷,将对实际单个微凸体的塑性变形阶段的解析计算带来较大误差。

基于上述分析,本文采用半周期余弦曲线对实测平面磨削表面单个微凸体整体轮廓的采集点进行拟合,拟合结果如图4所示。从整体拟合结果可以看出,采用半周期余弦余弦曲线对微凸体轮廓的拟合结果相比半球形拟合曲线具有更高的相似度。通过随机选取单一微凸体轮廓采集点进行数据拟合,发现余弦函数拟合曲线对采集点拟合的均方根误差能够控制在3%以内。因此,本文将原有的半球体型微凸体轮廓假设采用半周期余弦曲线回转体代替。

由于采取的是回转体假设,各个竖直截面相同,因此可将轮廓图像进行降维处理。所得到的半周期余弦曲线回转体型微凸体竖直截面图如图5所示。

图5 半周期余弦曲线回转体型微凸体竖直截面图

由上述分析,可以确定模拟表面单个微凸体的轮廓,其几何尺寸定义如式(1)所示。

$$z(x) = h \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad -\frac{l}{2} < x < \frac{l}{2} \quad (1)$$

式中, l 为微凸体的波长; h 为微凸体的高度; x 的取值范围为正负波长的一半。

由式(1)可知,对于单个半周期余弦曲线回转体型微凸体轮廓假设,只需确定余弦函数的幅值与波长两个参数即可。尺寸参数的获取流程如图6所示。

图6 模拟表面获取流程图

首先对平面磨削表面形貌的粗糙峰值与粗糙谷值进行标记, 对于所标记的相邻峰值点的间隔进行求和, 得到相邻峰值点间距的平均值的 $1/2$ 作为半周期余弦曲线回转体型微凸体假设的波长。对于余弦函数的幅值来讲, 对所标记的相邻峰谷值做差处理, 进而得到各峰谷差值的平均值作为余弦函数的平均幅值。由此可以实现单个微凸体轮廓尺寸参数的获取。峰谷标记结果如图 7 所示。

图7 平面磨削表面形貌峰谷标记图

由上述分析, 可以实现对半周期余弦曲线回转体型微凸体尺寸参数的获取。对于模拟表面上微凸体的高度分布, 与 GW 模型、CEB 模型与 KE 模型构建相同, 本文也将采用高斯分布的假设^[1, 2, 13]。

由本节分析, 本文针对平面磨削表面提出了一种新的模拟表面。模拟表面采用半周期余弦曲线回转体模拟单个微凸体轮廓, 采用高斯分布表示微凸体的高度分布。区别于半球体型微凸体轮廓假设, 半周期余弦曲线回转体轮廓假设更加准确地表征平面磨削表面的微凸体轮廓。并且基于实测表面的峰谷标记方法, 最终得到等效微凸体轮廓尺寸参数的计算方法, 为平面磨削粗糙表面接触模型的建立提供了基础。

2 单个微凸体接触模型的建立

2.1 接触模型前提假设

与半球体型接触模型的建立类似, 对平面磨削粗糙表面做以下假设: ① 接触表面微凸体轮廓为半

周期余弦曲线回转体; ② 粗糙表面所有微凸体的形貌相同, 并且微凸体高度分布呈高斯分布的趋势; ③ 接触过程忽略微凸体之间的相互作用; ④ 接触过程中不考虑宏观基体的变形。

基于上述假设, 本文首先对接触区域的单个微凸体受力变形进行分析。其后将基于统计理论, 推导出整个接触区域内的接触参数。

另外, 对于两粗糙度均方根值分别为 σ_1 和 σ_2 的粗糙表面接触情况, 可以转换为一个光滑的刚性表面和另一个具有均方根值为 $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ 的粗糙弹性表面相接触^[19]。所以仅需要考虑一个粗糙面与一个刚性光滑平面接触的行为。平面磨削表面微观接触模型示意图如图 8 所示。

图8 平面磨削表面微观接触模型示意图

下面首先介绍单个微凸体与刚性平面接触的受力变形规律。单个微凸体的力学接触模型如图 9 所示。

图9 单个微凸体接触模型

随着接触压力逐渐增大, 微凸体将经历弹性变形、弹塑性变形与完全塑性变形三个变形阶段。下面将分阶段对变形过程进行阐述。

2.2 弹性变形阶段

在接触压力较小, 微凸体处于弹性变形阶段时, 接触区域应力呈现椭圆分布, 微凸体顶端采用 HERTZ 接触理论的处理方法。由 HERTZ 接触理论^[20], 可以得到弹性变形阶段压入深度与平均压力之间的关系如式(2)所示。

$$\alpha = \left(\frac{3\pi f_{me}}{4E} \right)^2 r_e \quad (2)$$

式中, α 为压入深度; f_{me} 为弹性接触阶段平均压力; E 为当量弹性模量, 表达式为:

$$E = \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}, \nu_1, \nu_2 \text{ 分别为材料的泊松比};$$

E_1, E_2 分别为材料的弹性模量; r_e 为接触点的曲率半径。

由式(2), 弹性接触阶段的平均接触压力 f_{me} 可以写成如式(3)的形式。

$$f_{me} = \frac{4E}{3\pi} \left(\frac{\alpha}{r_e} \right)^{1/2} \quad (3)$$

并且经推导, 弹性接触阶段的真实接触面积如式(4)所示。

$$A_e = \pi r_e \alpha \quad (4)$$

根据 JOHNSON^[21]的接触力学理论可知, 当平均接触压力等于材料屈服强度 σ_y 时, 即 $f_{me} = \sigma_y$ 时, 材料将开始出现塑性变形。因此, 将 σ_y 代入式(3)可以得到材料开始出现塑性变形的临界点所对应的临界压入深度 α_{ec} 为可以写成如下形式。

$$\alpha_{ec} = \left(\frac{3\pi\sigma_y}{4E} \right)^2 r_e \quad (5)$$

由式(5)可以看出, 要想得到临界压入深度 α_{ec} 的值, 还需确定微凸体接触点处的曲率半径。由微凸体轮廓表达式(1), 可以得到半周期余弦曲线回转体形貌轮廓线顶点的曲率半径如(6)式所示。

$$r_e = \left| \frac{1}{\frac{d^2 z(x)}{dx^2}} \right|_{x=0} = \frac{l^2}{h\pi^2 \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right)} \Big|_{x=0} = \frac{l^2}{h\pi^2} \quad (6)$$

接触区域总压力等于接触区域平均压力 f_{me} 与接触区域真实接触面积 A_e 的乘积。结合方程式(3), (4), (6), 整理可得到弹性变形阶段单个微凸体在接触区域总压力 F_e 与压入深度 α 之间的关系为

$$F_e = \frac{4El\alpha^{3/2}}{3\pi h^{1/2}} \quad (7)$$

2.3 完全塑性变形阶段

塑性变形接触阶段真实接触面积与压入深度的关系^[22]可由式(8)表示。

$$A_p = 2\pi\alpha r_p \quad (8)$$

式中, r_p 为塑性变形阶段接触区域的接触半径。

结合图 9 与表达式(1), 塑性变形阶段接触区域的接触半径 r_p 可由表达式(9)得到。

$$r_p = \frac{l}{\pi} \arccos\left(\frac{h-\alpha}{h}\right) \quad (9)$$

同样, 由 JOHNSON^[23]的接触力学理论可知, 当接触区域的平均压力等于屈服强度的三倍时, 接触区域将呈现完全的塑性变形状态。即

$$f_{mp} = 3\sigma_y \quad (10)$$

对于完全塑性变形的临界点, 半周期余弦曲线回转体型微凸体轮廓的平均压力与屈服强度的关系^[21]可以由式(11)表示。

$$\frac{f_{mp}}{\sigma_y} = \frac{2}{3} \left[1 + \ln \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{E}{\sigma_y} \cdot \left| \frac{dz(r_{pc})}{dr_{pc}} \right| \right) \right] = 3 \quad (11)$$

式中, r_{pc} 为完全塑性变形阶段接触区域半径;

$\left| \frac{dz(r_{pc})}{dr_{pc}} \right|$ 为在 r_{pc} 点的斜率的绝对值。

由式(11)可以得到单个微凸体完全塑性变形临界点的接触区域半径 r_{pc} , 结合式(8)与(9), 可以得到完全塑性变形的临界压入深度为如(12)式所示。

$$\alpha_{pc} = \frac{l}{2\pi} \arcsin \left[3e^{\frac{7}{2}} \frac{\sigma_y}{E} \frac{l}{\pi h} \right] \quad (12)$$

与弹性变形阶段相同, 塑性变形阶段接触区域总压力等于接触区域平均压力 f_{mp} 与接触区域真实的真实接触面积 A_p 的乘积。因此可以得到单个微凸体在完全塑性变形阶段接触区域总压力 F_p 与压入深度 α 之间的关系为

$$F_p = 6\pi\alpha r_p \sigma_y \quad (13)$$

2.4 弹塑性变形阶段

通过第 2.2 与 2.3 节对于单个微凸体塑性变形起始临界点与完全塑性变形临界点的求取, 可以实现微凸体在完全弹性变形阶段与完全塑性变形阶段的区域划分。对于中间的过渡区域, 变形情况较为复杂, 无法进行准确的定量描述, 称之为弹塑性变形区。采用构造样板函数的方法进行过渡处理^[7]。样板函数形式如式(14)所示。

$$f(\alpha) = -2 \left(\frac{\alpha - \alpha_{ec}}{\alpha_{pc} - \alpha_{ec}} \right)^3 + 3 \left(\frac{\alpha - \alpha_{ec}}{\alpha_{pc} - \alpha_{ec}} \right)^2 \quad (14)$$

由样板函数, 可以将弹塑性变形阶段的真实接触面积 A_{ep} 表示为

$$A_{ep} = A_e + (A_p - A_e)f(\alpha) \quad (15)$$

同理, 可以得到弹塑性变形区平均接触压力 f_{mep} 的表达式如式(16)所示。

$$f_{mep} = f_{me} + (f_{mp} - f_{me})f(\alpha) \quad (16)$$

与弹性变形阶段相同, 塑性变形阶段接触区域

总压力等于接触区域平均压力 f_{mep} 与接触区域真实的真实接触面积 A_{ep} 的乘积。因此, 结合式(3)、(4)、(8)、(10)、(15)、(16), 可以得到弹塑性变形区的接触压力 F_{ep} 表达式如式(17)所示。

$$F_{ep} = \left[\pi r_e \alpha + (2\pi r_p \alpha - \pi r_e \alpha) f(\alpha) \right] \times \left[\frac{4Er_e^{1/2} \alpha^{3/2}}{3} + \left(3\sigma_y - \frac{4Er_e^{1/2} \alpha^{3/2}}{3} \right) f(\alpha) \right] \quad (17)$$

本节基于模拟表面中等效微凸体的假设轮廓, 重新解算了微凸体在弹塑性变形区间的临界压入深度。得到了单个微凸体在不同变形阶段接触参数随接触压力变化的解析表达式, 第 3 节将结合统计学原理建立整个接触区域的接触模型。

3 平面磨削表面微观接触模型

由第 2 节分析, 可以得到单个微凸体在不同变形区间的临界压入深度。按照临界点的划分, 可以将单个微凸体的接触变形划分为三个阶段, 即弹性变形阶段、弹塑性变形阶段与完全塑性变形阶段。并且得到了各阶段内单个微凸体接触参数的解析关系。基于统计学原理, 对接触区域所有的微凸体进行积分, 即可得到整个接触区域接触参数的解析关系。

在接触过程中, 实际接触微凸体的个数 n 可表示为

$$n = \eta A_n \int_d^\infty \Phi(z) dz \quad (18)$$

式中, η 为微凸体的面积密度; A_n 为名义接触面积; d 为给定的接触表面平均距离; $\Phi(z)$ 为微凸体高度分布的概率密度函数。

与单个微凸体变形分析类似, 对于整个接触面的接触分析, 本文也将分阶段进行。由于篇幅有限, 推导过程省略。

3.1 弹性变形阶段

当 $\alpha^* \leq \alpha_{ec}^*$ 时, 微凸体处于弹性变形阶段, 结合接触面上实际接触微凸体的个数统计, 可以得到弹性变形阶段内接触压力 F_e^* 的表达式为

$$F_e^* = \frac{4\eta A_n E l}{3\pi h^{1/2}} \int_{d^*-y_s^*}^{d^*-y_s^*+\alpha_{ec}^*} \alpha^{*3/2} \Phi^*(z^*) dz^* \quad (19)$$

式中, 所有参数进行了量纲一化处理, 其中, $d^* = d / \sigma$; $\alpha^* = \alpha / \sigma$; $z^* = z / \sigma$; $y_s^* = y_s / \sigma$; $\alpha_{ac}^* = \alpha_{ac} / \sigma$; $\alpha_{pc}^* = \alpha_{pc} / \sigma$;

$\Phi^*(z^*) = (2\pi)^{-1/2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_s} \right) \exp \left[-0.5 \left(\frac{\sigma}{\sigma_s} \right)^2 z^{*2} \right]$; σ , σ_s 分

别为粗糙表面与微凸体高度分布的标准偏差; 并且

存在以下关系: $\alpha^* = z^* - d^* + y_s^*$; $d^* = e^* + y_s^*$; y_s^* 为两参考平面之间的距离, 具体参数的计算过程按照文献[3]的方法求得。

弹性变形阶段, 接触区域真实接触面积 A_e^* 可以表示为式(20)的形式。

$$A_e^* = \frac{\eta A_n l^2}{\pi h} \int_{d^*-y_s^*}^{d^*-y_s^*+\alpha_{ec}^*} \alpha^* \Phi^*(z^*) dz^* \quad (20)$$

3.2 弹塑性变形阶段

与弹性变形阶段类似, 当压入深度 $\alpha_{ec}^* \leq \alpha_{pc}^*$ 时, 此时的接触面中微凸体处于弹塑性变形阶段, 其接触表面接触压力 F_{ep}^* 可以表示为

$$F_{ep}^* = \eta A_n \pi \int_{d^*-y_s^*+\alpha_{ec}^*}^{d^*-y_s^*+\alpha_{pc}^*} \left[\frac{4Er_e^{1/2} \alpha^{*3/2}}{3} + \left(3\sigma_y - \frac{4Er_e^{1/2} \alpha^{*3/2}}{3} \right) f^*(\alpha^*) \right] \times [r_e + (2r_p - r_e) f^*(\alpha^*)] \alpha^* \Phi^*(z^*) dz^* \quad (21)$$

弹塑性变形阶段的真实接触面积 A_{ep}^* 为

$$A_{ep}^* = \eta A_n \pi \int_{d^*-y_s^*+\alpha_{ec}^*}^{d^*-y_s^*+\alpha_{pc}^*} [r_e + (2r_p - r_e) f^*(\alpha^*)] \alpha^* \Phi^*(z) dz \quad (22)$$

3.3 塑性变形阶段

当压入深度 $\alpha^* \geq \alpha_{pc}^*$ 时, 微凸体处于完全塑性变形阶段, 其接触表面接触压力 F_p^* 可表示为

$$F_p^* = 6\pi r_p \sigma_y \int_{d^*-y_s^*+\alpha_{pc}^*}^\infty \alpha^* \Phi^*(z^*) dz^* \quad (23)$$

完全塑性变形阶段的真实接触面积为

$$A_p^* = 2\pi r_p \eta A_n \int_{d^*-y_s^*+\alpha_{pc}^*}^\infty \alpha^* \Phi^*(z^*) dz^* \quad (24)$$

由上述分析, 基于统计学原理可以得到接触参数在不同接触变形阶段的解析表达式。而整个接触面的接触载荷以及真实接触面积分别是粗糙表面上所有微凸体在不同变形区间内的累加和。因此, 整个接触区域内的真实接触面积 A^* 可表示为

$$A^* = A_e^* + A_{ep}^* + A_p^* \quad (25)$$

接触表面总的接触压力 F^* 可表示为

$$F^* = F_e^* + F_{ep}^* + F_p^* \quad (26)$$

为保证所得到的结果具有广泛适用性, 本文对接触压力、接触表面平均距离与接触区域真实接触面积等接触参数进行量纲一化处理。将实际接触压力与名义接触面积及当量弹性模量之比定义为量纲一化接触压力; 将真实接触面积与名义接触面积之比定义为量纲一化真实接触面积。对应相关量纲一化参数分别为: 量纲一化接触压力为 $F_w^* = F^* / EA_n$;

两接触表面量纲一化平均距离为 d^* (刚性平面与粗糙表面平均高度截面之间的距离); 量纲一化真实接触面积为 $A_w^* = A^* / A_n$ 。

通过本节分析得到了整个接触区域内总的接触压力与接触参数的解析表达式。由表达式可以看出, 给定计算的初始值, 即可得到本文模型的数值仿真结果。第4节将基于实测平面磨削表面的统计参数, 采用数值仿真方法对本文模型与半球体型微凸体形貌假设的 CEB 模型与 KE 模型进行对比分析。

4 仿真结果的对比与分析

如上述分析, 本文在模拟表面的基础上, 推导出平面磨削粗糙表面接触参数的解析表达式。本节将实测平面磨削表面的统计参数作为数据仿真的初始值。采用 Matlab 软件将本文模型与 CEB 模型以及 KE 模型就平均距离和真实接触面积的预测结果进行对比分析。

本文以低碳钢平面磨削表面为研究对象, 材料弹性模量 $E_1 = E_2 = 207 \text{ GPa}$, 材料的泊松比 $\nu_1 = \nu_2 = 0.29$, 屈服强度 $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$ 。

基于实测平面磨削表面的采集数据以及第2节微凸体参数的获取流程, 可以得到不同模型下的初始计算参数。包括: 半球体型微凸体假设(CEB 模型与 KE 模型)的微凸体半径 $R = 0.183 \mu\text{m}$, 微凸体的面积密度 $\eta = 1495 / \text{mm}^2$; 半周期余弦曲线回转体型微凸体假设(本文模型)的波长 $l = 25.725 \mu\text{m}$ 与微凸体的高度 $h = 0.227 \mu\text{m}$; 通过测试粗糙表面的标准偏差 $\sigma = 0.148 \mu\text{m}$ 与微凸体高度分布的标准偏差 $\sigma_s = 0.124 \mu\text{m}$ 按照文献[3]的计算方法, 可以得到 $y_s = 0.031 \mu\text{m}$ 。

CEB 模型与 KE 模型中接触参数的表达关系详见文献[2], [13]。根据上述初始计算参数, 即可得到不同模型下接触参数随接触压力的变化关系。

对计算流程加以补充说明, 首先给定量纲一化接触压力 F_w^* 的数值, 通过接触压力的关系式(26), 采用两点复合高斯求积公式, 即可求得量纲一化平均距离 d^* 随量纲一化接触压力 F_w^* 的变化关系。将量纲一化平均距离 d^* 代入接触参数表达式(25), 即可得到接触区域量纲一化真实接触面积 A^* 随量纲一化接触压力 F_w^* 的变化关系。

图10所示为接触区域量纲一化平均距离 d^* 随量纲一化接触压力 F_w^* 的变化关系曲线。如图10所示, 量纲一化平均距离 d^* 随着量纲一化接触压力 F_w^* 的增大而逐渐减小至零。本文模型的预测结果与 CEB 模型及 KE 模型的预测结果具有相同的变化趋

势。但在不同量纲一化接触压力条件下, 三种模型预测结果的数值差异不同。

图10 量纲一化接触压力与量纲一化平均距离关系曲线

当量纲一化接触压力较小 ($F_w^* \leq 1 \times 10^{-6}$), 三种模型对于量纲一化平均距离 d^* 的预测结果基本一致。当 $F_w^* = 1 \times 10^{-6}$ 时, 三种模型所得到的量纲一化平均距离分别为 3.39, 3.36, 3.37。这一现象与图4中对于微凸体轮廓拟合分析结果完全吻合。在接触压力较小的条件下, 粗糙表面的微凸体处于弹性变形阶段。半球体型与半周期余弦曲线回转体型微凸体轮廓假设的曲率半径近乎相同。因此推导得到的量纲一化平均距离 d^* 的数值基本一致。

随着量纲一化接触压力的增加 ($F_w^* > 1 \times 10^{-6}$), 本文模型、KE 模型及 CEB 模型所得到的预测结果开始出现差异。并且这种差异随着量纲一化接触压力的增加而逐渐增大。在量纲一化接触压力 $F_w^* = 1 \times 10^{-3}$ 时, 三种模型量纲一化平均距离的差值达到最大。三种模型的预测结果分比为 0.72, 0.14, 0.51。这种现象也是合理的。随着量纲一化接触压力的增加, 微凸体接触将经历从弹性变形到塑性变形阶段的转变。由图4对微凸体轮廓数据拟合结果来看, 由于半球体型微凸体轮廓假设曲率半径较小的原因, 在相同载荷的情况下将会有更多的微凸体进入到塑性变形阶段, 导致表面平均距离减小。而此时本文模型中微凸体下端曲率半径更大, 接触模型中进入塑性变形阶段的微凸体数量较少。因此, 图10中在相同量纲一化接触压力 F_w^* 的条件下, 半球体型微凸体轮廓假设的 CEB 模型与 KE 模型具有更小的量纲一化平均距离 d^* 。并且随着量纲一化接触压力的增加, 这种现象愈发明显, 最终导致预测结果的差异随着量纲一化接触压力的增加而逐渐增大。

图11为接触区域量纲一化真实接触面积 A^* 随量纲一化接触压力 F_w^* 的变化关系曲线。可以看出, 量纲一化真实接触面积 A^* 随着量纲一化接触压力 F_w^* 的增大而逐渐增大, 并且二者近似呈线性关系。

本文模型的预测结果与 CEB 模型及 KE 模型的预测结果同样具有相同的变化趋势, 并且在不同量纲一化接触压力条件下, 三种模型预测结果的数值差异也不相同。

图 11 量纲一化接触压力与量纲一化真实接触面积关系曲线

当接触压力较小 ($F_w^* \leq 1 \times 10^{-6}$), 三种模型的真实接触面积相差很小。在 $F_w^* = 1 \times 10^{-6}$ 时, 三种模型所得到的量纲一化真实接触面积分别为 1.75×10^{-4} , 1.59×10^{-4} , 1.74×10^{-4} 。随着量纲一化接触压力的增加 ($F_w^* > 1 \times 10^{-6}$), 本文模型、KE 模型及 CEB 模型所得到的预测结果开始出现差异。并且这种差异随着量纲一化接触压力的增加而逐渐增大。在量纲一化接触压力 $F_w^* = 1 \times 10^{-2}$ 时, 三种模型所得到的量纲一化真实接触面积 A^* 达到最大值, 分比为 0.86, 0.35, 0.63。

与量纲一化平均距离 d^* 的分析相同, 在接触压力较小的条件下, 粗糙表面的微凸体处于弹性变形阶段。半球体型与半周期余弦曲线回转体型微凸体轮廓假设的曲率半径近乎相同。因此三种模型推导得到的量纲一化真实接触面积 A^* 的数值基本一致。随着量纲一化接触压力的增加, 半球体型微凸体轮廓假设的 CEB 模型与 KE 模型中将会有更多的微凸体进入到塑性变形阶段。虽然塑性变形会使真实接触面积增大, 但结合图 4 对微凸体轮廓数据拟合结果来看, 本文模型在压入深度一定的情况下, 具有更大的理论真实接触面积。

综合图 10 与图 11 来看, 本文模型对于接触参数 d^* 与 A^* 的预测结果与 CEB 模型及 KE 模型的预测结果具有相同的变化趋势, 并且在接触压力较小的条件下 ($F_w^* \leq 1 \times 10^{-6}$), 三种模型的预测结果基本一致, 以上两点能够说明本文模型的准确性。随着接触压力的增加 ($F_w^* > 1 \times 10^{-6}$), 三种模型的预测结果开始出现差异, 并且这种差异随着接触压力的增

加而逐渐增大。结合图 4 中不同拟合曲线对实测微凸体轮廓数据的拟合结果, 本文对三种模型数值差异的合理性进行了详细分析, 进而验证了本文模型的正确性。

综上所述, 本节通过数值仿真方法, 得到了基于实测平面磨削粗糙表面接触参数的仿真结果。概括来讲, 在相同量纲一化接触压力的条件下, 本文模型相比 CEB 模型与 KE 模型具有更大的量纲一化平均距离与量纲一化真实接触面积。结合第 2 节中对于实测平面磨削表面微凸体轮廓数据的拟合结果来看, 本文模型对于平面磨削表面接触参数的预测结果更加准确且合理。因此, 相比半球体型微凸体假设所得到的粗糙表面通用性接触模型来讲, 本文模型更具针对性, 能够更加准确地描述平面磨削粗糙表面的接触行为。

5 结论

(1) 以半周期余弦曲线回转体模拟平面磨削粗糙表面单个微凸体轮廓, 结合高斯分布, 提出一种新的模拟表面。并且结合实测表面形貌峰谷标记的方法, 得到了模拟表面微凸体轮廓尺寸参数的计算方法。

(2) 在模拟表面的基础上, 基于接触力学理论与统计学理论, 重新解算了微凸体在弹塑性变形区间的临界压入深度。推导出接触区域内接触参数与接触压力的解析表达式, 进而建立了一种针对平面磨削表面的微观接触模型。

(3) 基于实测平面磨削表面的统计参数, 将本文模型与 CEB 模型以及 KE 模型就平均距离和真实接触面积的预测结果进行了对比分析。结果显示, 在相同接触压力的条件下, 本文模型相比 CEB 模型与 KE 模型具有更大的平均距离和真实接触面积。通过对实测平面磨削表面微凸体轮廓数据的拟合结果分析, 本文模型对于平面磨削表面接触参数的预测结果更加准确且合理。

参 考 文 献

- [1] GREENWOOD J A, WILLIAMSON J B P. Contact of nominally flat surfaces [J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1966, 295(1442): 300-319.
- [2] CHANG W R, ETSION I, BOGY D B. An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces [J]. Journal of Tribology, 1987, 109(2): 257-263.
- [3] ABDO J, FARHANG K. Elastic-plastic contact model for

- rough surfaces based on plastic asperity concept [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2005, 40(4): 495-506.
- [4] CIAVARELLA M, GREENWOOD J A, PAGGI M. Inclusion of "interaction" in the Greenwood and Williamson contact theory [J]. Wear, 2008, 265(5): 729-734.
- [5] WANG Z Q. A compact and easily accepted continuous model for the elastic-plastic contact of a sphere and a flat [J]. Journal of Applied Mechanics, 2013, 80(1): 014506.
- [6] CIAVARELLA M. Rough contacts near full contact with a very simple asperity model [J]. Tribology International, 2016, 93: 464-469.
- [7] 赵永武, 吕彦明, 蒋建忠. 新的粗糙表面弹塑性接触模型[J]. 机械工程学报, 2007, 43(3): 95-101.
ZHAO Yongwu, LÜ Yanming, JIANG Jianzhong. New elastic-plastic model for the contact of rough surfaces[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(3): 95-101.
- [8] ZHAO Yongwu, MAIETTA D M, CHANG Liang. An asperity microcontact model incorporating the transition from elastic deformation to fully plastic flow [J]. Journal of Tribology, 2000, 122(1): 86-93.
- [9] ZHAO Yongwu, CHANG Liang. A model of asperity interactions in elastic-plastic contact of rough surfaces [J]. Journal of Tribology, 2001, 123(4): 857-864.
- [10] 傅卫平, 娄雷亭, 高志强, 等. 机械结合面法向接触刚度和阻尼的理论模型 [J]. 机械工程学报, 2017, 53(9): 73-82.
FU Weiping, LOU Leiting, GAO Zhiqiang, et al. Theoretical model for the contact stiffness and damping of mechanical joint surface [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(9): 73-82.
- [11] 田小龙, 王雯, 傅卫平, 等. 考虑微凸体相互作用的机械结合面接触刚度模型 [J]. 机械工程学报, 2017, 53(17): 149-159.
TIAN Xiaolong, WANG Wen, FU Weiping, et al. Contact stiffness model of mechanical joint surfaces considering the asperity interactions [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(17): 149-159.
- [12] FU Weiping, HUANG Yumei, ZHANG Xueliang, et al. Experimental investigation of dynamic normal characteristics of machined joint surfaces [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2000, 122(4): 393-398.
- [13] KOGUT L, ETSION I. A finite element based elastic-plastic model for the contact of rough surfaces [J]. Tribology Transactions, 2003, 46(3): 383-390.
- [14] KOGUT L, ETSION I. Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a rigid flat [J]. Journal of Applied Mechanics, 2002, 69(5): 657-662.
- [15] JACKSON R L, GREEN I. A finite element study of elastic-plastic hemispherical contact against a rigid flat [J]. Journal of Tribology, 2005, 127(2): 343-354.
- [16] SEPEHRI A, FARHANG K. A finite element based elastic-plastic model for the contact of rough surfaces [J]. Modelling and Simulation in Engineering, 2011, 2011: 1-11.
- [17] CHANDRASEKAR S, ERITEN M, POLYCARPOU A A. An improved model of asperity interaction in normal contact of rough surfaces [J]. Journal of Applied Mechanics, 2012, 80(1): 011025.
- [18] WANG Dong, ZHANG Zhousuo, JIN Fan, et al. Normal contact model for elastic and plastic mechanics of rough surfaces [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2019, 2(32): 148-159.
- [19] GREENWOOD J A. The contact of two nominally flat rough surfaces [J]. ARCHIVE: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1970, 185(1970): 625-634.
- [20] HILL R. The mathematical theory of plasticity[M]. Oxford: Clarendon Press, 1950.
- [21] JOHNSON K L. Contact mechanics[M]. London: Cambridge University Press, 1985.
- [22] ABBOTT E J, FIRESTONE F A. Specifying surface quantity - a method based on accurate measurement and comparison [J]. Journal of Mechanical Engineering, 1933, 55: 569-572.

作者简介: 安琪(通信作者), 男, 1991 年出生, 博士研究生。主要研究方向为摩擦学、粗糙表面接触行为。

E-mail: kuangdaanqi@163.com.

索双富, 男, 1963 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为摩擦磨损、润滑与密封。

E-mail: sfsuo@tsinghua.edu.cn.

林福严, 男, 1958 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为摩擦磨损、胶带输送机压陷阻力。

E-mail: linfy@cumtb.edu.cn

白玉柱, 男, 1981 年出生, 博士研究生。主要研究方向为摩擦学、粗糙表面接触。

E-mail: baiyuzhu403@163.com

耿海旭, 男, 1990 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为摩擦学、粗糙表面接触刚度。

E-mail: ghx37301@163.com

时剑文, 男, 1990 年出生, 博士后。主要研究方向为干气密封、摩擦磨损。

E-mail: shjw6222@mail.tsinghua.edu.cn