DOI: 10.3901/JME.2020.07.181

考虑工序刚性约束的自动化装配生产线 多目标优化研究*

杨艳芳¹ 杨 秒¹ 舒 亮² 吴自然² 陈定方^{1,3}

(1. 武汉理工大学物流工程学院 武汉 430063;

2. 温州大学浙江省低压电器工程技术研究中心 温州 325035;

3. 武汉理工大学港口物流技术与装备教育部工程研究中心 武汉 430063)

摘要: 为了对具有工序刚性约束的装配线进行优化配置, 提出一种基于并行工位设计和装配序列规划的自动化装配生产线多目标优化方法, 主要包括: ①针对工序刚性约束的自动化装配线的特殊性, 搭建了以成本和生产节拍为多目标的装配线优化数学模型; ②针对数学模型中决策变量的离散性特点, 提出基于随机键的两段式编/解码方法, 综合考虑了装配工艺中的优先关系、直接优先关系、完全分配约束和最大并行度限制等, 实现了对工序刚性约束的描述; ③将基于拥挤度的 Pareto 评价方法嵌入回溯搜索优化算法, 实现了工序刚性约束下的装配线多目标优化; ④通过断路器自动化装配线进行案例验证。结果表明, 在装配生产线上各作业元素时间和设备单元成本固定且均已知的条件下, 所提出的方法能够为该类装配线计算出最优配置方案, 且将计算出的优化配置方案(成本 517.5 万元, 节拍 3.2 秒/级)与现有方案(成本 636.0 万元, 节拍 5.4 秒/级)对比, 发现生产效率提高了 40.7%, 装配线成本降低了 18.6%。

关键词: 自动化装配线; 多目标优化; 工序刚性约束; 并行工位; 装配序列规划; 回溯搜索优化算法

中图分类号: TH166

Research on Multi-objective Optimization for Automatic Assembly Line Considering Rigid Tasks Constraints

YANG Yanfang¹ YANG Miao¹ SHU Liang² WU Ziran² CHEN Dingfang^{1,3}

(1. School of Logistics Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063;

2. Low-Voltage Apparatus Technology Research Center of Zhejiang, Wenzhou University, Wenzhou 325035;

3. Engineering Research Center of Port Logistics Technology and Equipment, Ministry of Education, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063)

Abstract: To optimize the assembly line considering rigid tasks constraint, a multi-objective optimization method for automatic assembly line is proposed based on the workstation parallelization and the assembly line sequencing, including: ① Aiming at the features of automatic assembly line considering rigid-constraint tasks, a multi-objective mathematical model is established to simultaneously optimize equipment cost and production efficiency. ② To determine the decision variables, a two-stage encoding/decoding rule is proposed based on the random key method, while precedence relationship, immediate precedence relationship, complete distribution constraint, and parallelism constraints are analyzed. ③ By merging the congestion-based Pareto strategy into the backtracking search optimization algorithm, the considered issue can be optimized. ④ The case study is implemented by taking the automatic circuit breaker assembly line as an example. The result shows that the proposed method is capable to obtain the optimal scheme for the assembly line for both the equipment cost and production efficiency. The optimized scheme (equipment cost is 5.175 million RMB and tact time is 3.2 seconds) is 40.7% and 18.6% improved respectively in terms of production efficiency and equipment cost by comparing with the existing scheme (equipment cost is 6.360 million RMB and tact time is 5.4 seconds).

Key words: automatic assembly line; multi-objective optimization; rigid tasks constraints; parallel workstation; assembly line sequencing; backtracking search optimization algorithm

* 浙江省重点研发计划(2017C01008)、浙江省分析测试科技计划(2018C37068)、温州市重大科技专项(2018ZG020, 2018ZG027)、浙江省低压电器工程技术研究中心开放基金(201711-01)资助项目。20190530收到初稿, 20191118收到修改稿

0 前言

目前, 自动化装配线在大批量电子电器产品装配、手机零部件装配、小型断路器装配中广泛应用。其典型特点是: 由于各工作站中的自动化设备的动作顺序、PLC 控制逻辑, 零件夹具尺寸及其形状均为各独立工序做了精细规划, 限制了设备工序作业能力的柔性, 导致存在工序刚性约束。本文针对该类工序刚性约束的自动化装配线优化问题, 通过考虑装配工艺优先关系(优先关系和直接优先关系)及工位并行度约束来寻找优化的装配线配置方案, 以实现该类装配生产线的生产效率与成本的优化配置。

装配线的优化研究一直是学术界的研究热点^[1-2], 且在现有装配线优化研究中, 装配线平衡方法是应用较多的方法, 如张子凯等^[3]研究了多重资源约束下的装配线平衡问题, 构建了随机工时下的多目标平衡模型, 并采用 Benders 分解法, 实现了多重资源约束下 U 型装配线的生产平衡。JANARDHANAN 等^[4]研究了机器人装配线平衡问题, 采用 CPLEX 求解器, 联合元启发式迁移鸟类优化算法, 以实现机器人装配线平衡的高效率求解。类似的平衡优化算法还包括文献[5-7], 如文献[5]采用二叉树调整方法, 将殖民竞争算法和延迟接受爬山算法有机结合, 提高了多约束双边装配线平衡问题的求解效率。文献[6]采用有向加权网络理论, 并联合启发式算法, 研究了双 U 型装配线中的平衡优化问题。文献[7]在遗传算法的基础上, 提出了一种混合启发式方法, 解决了考虑资源约束的多人装配线平衡问题。在上述优化方法中, 装配线平衡优化主要针对各工作站作业元素/工序进行再分配的柔性装配线, 对装配工艺的柔性具有较高要求。

在平衡优化方法之外, 一些学者采用系统仿真设计^[8-10]和精益生产^[11-13]等方法来研究装配线优化的问题。例如 LIAO 等^[8]通过 Visual Components 仿真软件研究了太阳能模块组装车间的布局和优化问题, CHEN 等^[9]通过 Plant Simulation 仿真软件建立了重型卡车柔性装配生产线的仿真模型, 并通过遗传算法研究了生产线装配序列优化问题。RANE 等^[10]则研究了基于 Arena 仿真环境的调度布局和资源分布问题。文献[11]通过精益生产的方法, 对库存控制、计划管理和质量管理等内容进行优化调控, 以追求装配线的“零浪费”目标。然而, 对基于系统仿真和精益生产的优化方法而言, 其主要适用于装配线的方案验证和评价管理。

当装配线存在刚性约束时, 可以采用并行工位设计方法, 以实现装配线配置方案的优化, 例如通过增加并行工位数量来缩短耗时较多单元的装配时间。在文献[14]中, ÇIL 等研究了固定成本下机器人装配线的优化问题, 通过多条装配线平行分布, 使相邻装配线可以共享同一设备, 提高了设备的利用率。TIACCI 等^[15]在固定生产效率的约束条件下, 研究了装配线成本优化问题, 通过并行工位的调整, 实现了设备和人力成本的最小化设计。文献[16]采用类似的方法, 通过并行任务的方式, 在一个工作站内同时对多个装配体进行作业, 以消除瓶颈工序的约束。

综上所述, 装配线的工序刚性约束会导致装配线的柔性较差, 给该类装配线的优化配置研究带来了较大的挑战, 且尚未有相关文献针对该类装配线进行优化研究。并行工位设计可以实现该类装配线生产效率的提高。然而, 现有并行工位研究的文献中并没有考虑分流/合流单元引入的成本提高问题, 也没有针对该类问题进行多目标优化求解研究。

针对上述问题, 本文提出了一种考虑工序刚性约束的自动化装配线多目标优化设计方法。综合考虑装配序列、工位并行度以及分流/合流单元成本条件下, 建立了以装配线成本最小和装配效率最高为多目标的数学模型。通过考虑优先关系、直接优先关系、完全装配约束和工位并行度约束的编/解码, 实现对装配生产线工序刚性约束的描述。在此基础上, 提出一种基于回溯搜索优化算法的多目标优化方法(Multi-objective backtracking search algorithm, MOBSA), 实现了该类问题的多目标优化求解。最后以典型的断路器自动化装配生产线作为实例进行方法验证, 实现了该装配生产线以成本和生产效率为多目标的优化。同时, 将所提出的方法与 NSGA-III 进行了超体积(Hypervolume, HV)和反世代距离(Inverted generational distance, IGD)指标的对比。

1 问题描述

本节主要针对工序刚性约束的装配生产线进行问题描述, 并依据该类装配线的特点, 搭建了以装配线成本和装配线节拍为多目标的数学模型。

1.1 问题描述及假设

图 1 为某装配线工艺优先关系图例, 其中, 10 个数字分别代表 10 个作业元素, 其装配工艺优先关系如下。

图1 装配线工艺优先关系图例

(1) 优先关系: 数字之间的虚线表示作业元素的优先关系。例如, 作业元素 4 和作业元素 5 由虚线连接, 表示作业元素 4 应优先于作业元素 5; 作业元素 2 和作业元素 4 之间没有连接, 表示作业元素 2 与作业元素 4 之间不存在先后优先关系。

(2) 直接优先关系: 数字之间的实线表示作业元素的直接优先关系。例如, 作业元素 2 与作业元素 3 之间由实线连接, 表示作业元素 2 完成后, 必

须立即安排作业元素 3。

以如图 1 所示的装配线范例, 给出图 2 来说明本文装配线优化配置的基本原理。在图 2 中, 整条装配线由各工序串联而成, 且每个工序只针对一种作业元素进行作业操作, 各工序中带数字的设备表示该设备只对该作业元素进行作业操作。在每个工序中, 分别由若干工位(即并行工位)进行作业元素的操作, 且同一工序的各工位中均包含一个相同的设备。各设备由白色数字标识, 代表了目标作业元素的序号, 另外工位的编号分别代表了工位所在的工序号和工序内所在的工位号, 例如工位 2-1 中的设备由数字 4 标识, 表示作业元素 4 被作为第 2 个工序进行作业操作, 且该工位为该工序中的第 1 个工位。

图2 工序刚性约束装配线的优化配置方案图例

为了提高瓶颈工序的作业效率, 需要在作业时间较长的工序上添加并行设备, 例如, 工序 5 中的作业元素 5 有 3 个并行工位进行作业。

对于作业的分流与合流而言, 当且仅当相邻工序的并行度不等时, 才需要在其间配置一个分流或合流单元。例如, 工序 1 和工序 2 之间需要添加分流设备, 工序 5 和工序 6 之间需要添加合流设备, 而工序 2 与工序 3 由于并行度相同, 其间不需引入分/合流设备。

为了最小化分/合流单元引入的成本问题, 装配序列规划可以在一定程度上实现成本的优化, 例如图 2 中, 通过序列规划, 作业元素 4、2 和 3 由于其并行度相同, 分别安排在工序 2、3 和 4 上, 因此其间不需要添加分流或合流设备, 降低了装配线成本。

由此, 为了实现该类装配线生产效率和成本的

优化, 需要对以下两个方面内容进行探讨。

(1) 使用并行工位的方法, 在作业时间较长的工序上增加工位数量, 以提高生产效率。

(2) 使用序列规划的方法, 在保证装配工艺优先关系的前提下, 通过调整装配序列, 使并行度相同的作业趋向于被安排在相邻工序上, 以降低分流/合流设备引入的成本。

下面对该问题做如下的定义和假设。

(1) 各作业元素之间存在工艺性约束, 即装配序列需满足优先关系和直接优先关系。

(2) 在装配线配置方案中, 各作业元素需要且只能安置在一个工序中(即各作业元素在装配线上不可缺少也不可重复)。

(3) 由于装配线存在工序刚性约束, 各作业元素不可再分或合并, 使得一个工序只容纳一种作业元

素,且一个工序可由并行工位组成(即一个工序可由多个相同设备并行操作,以提高瓶颈工序的效率)。

(4) 进行并行工位设计时,对于相邻工序而言,若其并行度不相等,则需要引入一个分流或一个合流单元,以实现装配生产活动的正常运行。

(5) 各作业元素的设备和分流/合流设备的成本和作业时间均固定,并且均已知。

(6) 各工作站之间的作业互不干涉,相互独立。

在以上定义和假设中,(1)-(4)是对考虑工序刚性约束的自动化装配生产线优化配置问题的基本定义。(5)、(6)是对该类问题求解做的相关假设,会直接影响问题的求解可行性、求解难度和装配线配置优化方案的实际落地效益。

1.2 数学模型建立

1.2.1 模型参数

针对工序刚性约束的自动化装配生产线优化问题,建立了多目标数学模型,参数定义如下。

CT 表示装配线节拍。

I 表示作业元素集, $I = \{i | i=1,2,\dots,N\}$, 且令 i , r 和 s 均表示作业元素。

$W = (W_{r,s})_{N \times N}$ 表示优先关系矩阵,若作业元素 s 是作业元素 r 的优先作业,则 $W_{r,s}=1$, 否则 $W_{r,s}=0$;

$B = (B_{r,s})_{N \times N}$ 表示直接优先关系矩阵,若作业元素 s 是作业元素 r 的直接优先作业,则 $B_{r,s}=1$, 否则 $B_{r,s}=0$ 。

A_i 表示对作业元素 i 进行操作的单个设备的单元成本。

A_b 表示装配线上单个分流或合流设备的单元成本。

A 表示装配线成本。

t_i 表示作业元素 i 在单个设备条件下的作业时间。

t_b 表示分流/合流单元的作业时间。

E_i 表示作业元素 i 的最大并行度。

UB_A 表示装配线成本的上界限。

UB_C 表示装配线节拍的上界限。

rs_i 表示作业元素 i 的序列随机键。

rp_i 表示作业元素 i 的并行随机键。

1.2.2 决策变量

问题的决策变量如下所示。

(1) sq_j 表示工序 j 上的作业元素,其数值大小对应于作业元素集 I 中的序号,则装配序列可由 $sq = (sq_1, sq_2, \dots, sq_N)$ 表示,且本文为了方便模型的搭建,另设 $SN(i)$ 为作业元素 i 所在的工序序号;

(2) pe_i 表示对作业元素 i 进行同时作业的设备数量,简称为作业元素 i 的并行度,且本文为了方便模型的搭建,另设工序 j 对应作业元素的并行度为

$ps(sq_j)$,由此可知 $ps = [ps(sq_1), ps(sq_2), \dots, ps(sq_N)]$ 可代表装配生产线的工序并行配置方案;

(3) D_j 为 0-1 变量,用于判定分流/合流设备是否需要添加在两个相邻的工序之间可通过如下方程进行计算

$$D_j = \begin{cases} 1 & ps(sq_{j-1}) \neq ps(sq_j) \\ 0 & ps(sq_{j-1}) = ps(sq_j) \end{cases} \quad (1)$$

在该问题中,当装配序列和并行配置方案确定后,各 $D_j (j=2,3,\dots,N)$ 也随之确定,由此可知该装配线配置问题主要为求解生产线的装配序列和并行配置方案。

1.2.3 目标函数

本数学模型以装配节拍和装配线成本为优化目标,包括如下步骤。

(1) 最小化装配线节拍。

装配线节拍在一定程度上取决于各工序作业时间,可通过瓶颈工序的作业时间表示。该多目标优化数学模型的第一个目标函数设定如下

$$\min CT = \max \left\{ \left\{ \frac{t_i}{pe_i} | i \in I \right\} \cup \{t_b\} \right\} \quad (2)$$

式中, CT 表示装配线节拍; t_i 表示作业元素 i 在单个设备条件下的作业时间; pe_i 表示作业元素 i 的并行度; I 表示作业元素集; t_b 表示分流/合流单元的作业时间。

作业元素与分流/合流过程分别独立进行,可把分流/合流过程看作额外的作业元素,因此该装配线节拍取工序时间和分流/合流单元作业时间最大值。

(2) 最小化装配线成本。

提高工序并行度有益于提升装配效率,但同时会导致成本提升,从而影响企业收益。在考虑设备成本和分流/合流单元成本的条件下,第二个目标函数表示如下

$$\min A = \sum_{i=1}^N A_i pe_i + \sum_{j=2}^N A_b D_j \quad (3)$$

式中, A 表示装配线成本; A_i 表示用于对作业元素 i 进行操作的单个设备的单元成本; A_b 表示装配线单个分流或合流设备的单元成本; D_j 表示用于判断两工序之间是否需要分流/合流过程的 0-1 变量。

1.2.4 约束条件

(1) 优先约束。

为对该类装配线进行序列规划,需要设定优先约束,本文通过优先关系矩阵 W 来描述各工序的优先约束关系,即

$$SN(s) < SN(r), \forall s, r \in I \wedge W_{r,s} = 1 \quad (4)$$

式中, $SN(s)$ 和 $SN(r)$ 分别表示作业元素 s 和 r 在装配序列中的序号。

(2) 直接优先约束。

通过直接优先关系矩阵 B 来描述直接优先约束关系, 即

$$SN(r) = SN(s) + 1, \forall r, s \in I \wedge B_{r,s} = 1 \quad (5)$$

(3) 完全分配约束。

在装配生产线配置问题中, 每个工序对应一种作业元素, 且每个作业元素均应得到分配, 不应二次分配, 其约束如下

$$sq_{j_1} - sq_{j_2} \neq 0, \forall j_1, j_2 \in [1, N] \wedge j_1 - j_2 \neq 0 \quad (6)$$

$$sq_j \in [1, N], \forall j \in [1, N] \quad (7)$$

方程(6)表示在进行装配线优化配置时不应二次分配, 方程(7)表示每个作业元素均应得到分配。

(4) 节拍约束。

对于自动化装配线, 装配线节拍的上限需要进行约束

$$CT < UB_C \quad (8)$$

式中, UB_C 为装配线节拍的上界限。

(5) 成本约束。

针对企业需求, 装配线成本的上限需要进行约束

$$A < UB_A \quad (9)$$

式中, UB_A 为装配线成本的上界限。

(6) 并行度约束。

由于场地和设备单元自身体积的限制, 需对各作业元素的并行度进行约束, 即

$$1 \leq pe_i \leq E_i, \forall i \in I \quad (10)$$

式中, E_i 为作业元素 i 的最大并行度。

2 优化算法设计

回溯搜索优化算法是 CIVICIOGLU 在 2013 年提出的一种新的进化算法^[17], 主要通过变异率参数控制和调整搜索方向, 实现优化求解。该方法目前已经应用于仪器仪表优化^[18]和装备故障诊断^[19]等领域, 本文应用该算法求解工序刚性约束下的装配线多目标优化问题, 通过装配约束关系分析, 进行决策变量(并行配置方案和装配序列)的两段式编/解码, 同时将 Pareto 评价策略嵌入回溯搜索优化算法中, 完成了 MOBSA 算法的搭建, 实现了工序刚性约束的自动化装配生产线多目标优化问题的求解。

2.1 装配序列编/解码

回溯搜索优化算法适用于连续性问题优化, 而工序刚性约束的装配线多目标优化属于离散型问题, 需要进行决策变量的编码和解码设计。随机键方法是一种将离散事件问题转化为连续性问题的编码方法, 同时可实现多种约束条件的设定。本节采用随机键方法对第一段决策变量(装配序列)进行编/解码。

如图 3 所示为装配序列的编/解码方法, 步骤如下。

图 3 基于装配工艺分析的序列编/解码过程

(1) 获取优先关系矩阵 W 和直接优先关系矩阵 B 。

(2) 为各作业元素随机生成在 0~1 范围内且互不相等的两位小数, 作为序列随机键, 表示为决策变量的第一段编码。

(3) 序列随机键大小互不相等, 通过随机键的数值对比, 获取作业元素的优先级。

(4) 通过作业元素的优先排序, 获取装配序列的初始形态 sq_0 。

(5) 通过基于装配工艺性分析(考虑优先约束、直接优先约束和完全分配约束)的序列解码, 获取生

产线的真实装配序列 sq 。

图 4 给出了图 1 所示的装配线范例的序列编/解码过程。在该图中, 首先随机生成小数作为序列编码(0.40,0.51,0.56,0.27,0.78,0.22,0.69,0.55,0.81, 0.72), 然后通过数值对比获取各作业元素的优先级(3,4,6,2,9, 1,7,5,10,8), 其次通过作业排序获取装配序列初始形态 $sq_0 = (6,4,1,2,8,3,7,10,5,9)$, 最终依据优先关系矩阵 W 和直接优先关系矩阵 B , 实现真实装配序列 $sq = (1,4,2,3,5,6,7,8,9,10)$ 的获取。真实装配序列 sq 即为实际装配生产过程所采用的装配序列。

图 4 装配线范例的序列编/解码流程

该装配序列的编/解码过程嵌入了装配工艺性分析步骤, 由此可实现对数学模型中优先约束(方程式(4))、直接优先约束(方程式(5))和完全分配约束(方程式(6)和方程式(7))的设定。

2.2 并行度编/解码

第二段决策变量的编/解码主要针对各作业元素并行度的配置, 会影响装配线节拍(方程式(2))和装配线成本(方程式(3))。由于回溯搜索优化算法的特性, 本节所提出的并行度编/解码方法同样需要采用随机键编码的方法, 步骤如下所述。

(1) 为各作业元素随机生成在 0~1 范围内两位小数, 作为并行随机键, 表示为决策变量的第二段编码。

(2) 通过向上取整函数, 逐一将各作业元素的并行随机键和对应的最大并行度的乘积转化为整数, 这些整数即为各作业元素的并行度方案 pe 。

(3) 依据第一段决策变量的编/解码获取的真实装配序列 sq , 对各作业元素的并行度方案 pe 进行排序, 获取最终的工序并行度方案 ps 。

在上述步骤中, 向上取整过程可表示为如下方程

$$p_i = \lceil E_i \times rp_i \rceil \quad (11)$$

图 5 给出了图 1 所示的装配线范例的并行度编/解码过程。在该图中, 首先随机生成小数作为并行度编码

$$rp = (0.03, 0.56, 0.69, 0.57, 0.98, 0.10, 0.71, 0.70, 0.18, 0.92)$$

并联合并行度约束(方程式(10)), 通过方程式(11), 获取各作业元素的并行度配置方案 $pe = (1, 2, 2, 2, 3, 1, 3, 4, 1, 2)$, 再联合真实装配序列 sq , 将作业元素并行度方案排序, 实现了工序并行度 $ps = (1, 2, 2, 2, 3, 1, 3, 4, 1, 2)$ 的获取。工序并行度即为实际装配生产过程所采用的并行度配置方案。

图 5 装配线范例的并行度编/解码流程

该并行度的编/解码过程嵌入了最大并行度分析步骤, 由此可实现对数学模型中并行度约束(方程(10))的设定。

2.3 Pareto 评价策略

本文采用基于拥挤度的 Pareto 评价策略, 在保持种群多样性和分布性的前提下, 实现面向装配线成本和生产效率的多目标评价控制。在 Pareto 多目标评价理论中, 如果一个解 S_1 在所有目标函数上均优于另外一个解 S_2 , 则称 S_1 支配 S_2 , 也称 S_2 被 S_1 支配。若 S_1 没有被所有其他解支配, 则称 S_1 是非支配解, 也称为 Pareto 解。在进行 Pareto 多目标评价时, 首先需获取 Pareto 层级, 其详细构建方法如下所述。

(1) 建立构造集, 将所有初始解放入该构造集中, 并计算初始解的各目标函数, 记当前层级 $c = 0$ 。

(2) $c = c + 1$, 构建层级 c 的非支配解集。

(3) 寻找出构造集中的所有非支配解, 并将这些非支配解放入当前层级的非支配解集。

(4) 在当前层级解集中, 将所有解按某一目标函数进行排序。

(5) 判断构造集中的解数量是否大于零, 若满足, 则返回步骤(2), 否则结束。

装配线方案中, 不同工序对应的并行度对生产效率 and 装配线成本有较大影响, 且包含不同并行度工位的整体装配序列规划, 对包含分流/合流单元的成本引入问题也有直接影响, 因此在步骤(1)中, 采用方程式(2)计算装配线节拍, 采用方程式(3)计算装配线成本。

在 Pareto 理论中, 拥挤度表示个体与其相邻个体之间距离的总和, 其计算公式如下

$$CF_k = \sum_{l=1}^2 \frac{f_{k-1}^l - f_{k+1}^l}{f_{\max}^l - f_{\min}^l} \quad (12)$$

式中, CF_k 表示个体 k 的拥挤度; f_k^l 表示个体 k 的第 l 个目标函数值(装配线节拍或装配线成本); $f_{\max}^l$ 和 $f_{\min}^l$ 分别表示第 l 个目标函数的最大值和最小值。当某个体的装配线节拍或装配线成本在其层级中为最大或最小时, 方程式(12)不再适用, 可设定该个体拥挤度的数值为 4, 以保证迭代过程的种群多样性。

通过以上步骤可实现解集的分级评价, 所在层级越低的解越优秀, 其中层级为 1 的解为非劣最优解, 即装配线效率和装配线成本达到最优。在基于 Pareto 策略的多目标优化过程中, 需要在 Pareto 层级中筛选出一定数量的解, 以实现种群继续寻优并获取最优解。假定需筛选出 M_q 个解, 且层级 c 中解的个数为 $NUM(c)$, 筛选目标解的详细步骤如下所述。

(1) 创建构造集, 令构造集中解的实时数量为 NS , $c=1$, 并获取 Pareto 层级。

(2) 若 $NS + NUM(c) > M_q$, 则在当前层级中逐一筛选拥挤度最大的个体放入构造集中, 直到 $NS = M_q$, 并转步骤(4), 否则转步骤(3)。

(3) 将当前层级中的所有个体均放入构造集中, $c=c+1$, 转步骤(2)。

(4) 输出构造集并结束。

2.4 寻优规则设计

本文提出 MOBSA 算法, 以实现数学模型的优化求解, 其主要步骤如图 6 所示, 包括种群初始化、选择 I、变异、交叉和选择 II 一共五个步骤, 分别表述如下。

(1) 通过种群初始化, 使历史种群和当前种群在两段式编码(序列随机键和并行度随机键)的界限内初始化。

(2) 通过选择 I 算子, 确定每次迭代过程搜索方向, 且在每次迭代过程中对种群进行随机扰动操作, 防止陷入局部最优。

(3) 通过变异算子, 生成试验种群 T 的最初形态, 分别包括对装配工序和并行度的变异。

(4) 通过交叉算子, 将种群个体和变异形态的序列随机键和并行度随机键选择性地映射于种群个体, 并通过边界控制策略, 实现搜索空间的设定。

(5) 通过选择 II 算子, 将试验种群和当前种群中个体进行目标函数(方程式(2)、方程式(3))的对比, 通过精英保留策略, 实现优质个体的记忆。

算法中各步骤的详细过程可参考文献[17], 而不同点在于: 该算法的选择 II 算子嵌入了 2.3 章节中建立的 Pareto 评价策略, 以实现工序刚性约束的多目标优化求解。在每次迭代过程中, 通过 Pareto 评价策略, 在以当前种群 P 和试验种群 T 的混合种群中, 筛选出等同于当前种群数量的个体, 并将这些个体作为下一次迭代过程的当前种群 P 。在迭代结束时, 在最终的 Pareto 层级中筛选出所有层级为 1 的解, 并剔除违背节拍约束(方程(8))和成本约束(方程(9))的个体, 即可得到所需的最优装配线配置方案。

3 实例验证

3.1 断路器装配线描述

断路器装配是典型的刚性约束的自动化装配生产, 以小型断路器装配生产为例, 一个中等企业一天的产量可以超过 50 万极, 大型企业每天的产量超过 100 万极, 因而企业对装配生产线在生产效率与成本投入等方面的优化, 需求巨大。本文以浙江某公司生产的小型断路器全自动化装配生产线为例进行实例验证。该装配线由外壳上料、手柄上料、压紧作业 1 和磁系统上料等十九个作业元素组成, 每个系统单元包含零件上料、零件配合、零件压合与检测等工作。现有装配线全负荷运行时, 生产节拍为 5.4 秒/极, 装配线成本 636 万元。根据系统实际运行过程, 首先给出了各作业元素、作业时间、单元成本和最大并行度数据, 如表 1 所示。另外, 设分流/合流作业时间 t_b 均为 1.4 秒, 单元成本 A_b 均为 4.1 万元。

图 6 MOBSA 算法框架

在对目标函数(方程式(2)、(3))进行建模时, 需要考虑具体约束关系, 其中涉及装配工艺的约束条件包括优先约束(方程式(4))、直接优先约束(方程式(5))和完全分配约束(方程式(6))。在该断路器自动化装配线中, 优先约束和直接优先约束关系如图 7 所示, 图中具体数字对应于表 2 中的序号。

表 1 装配线必要作业元素及其参数

序号	作业元素	作业时间/s	单元成本/万元	最大并行度
1	外壳上料	3.0	17.5	3
2	手柄上料	2.9	29.8	2
3	压紧作业 1	1.3	6.8	5
4	磁系统上料	2.4	48.3	2
5	压紧作业 2	1.4	8.9	6
6	固定扣上料	2.7	13.2	5
7	压紧作业 3	2.3	12.5	6
8	热脱扣上料	5.3	21.1	3
9	小棒上料	2.6	14.0	6
10	触头上料	2.4	27.7	4
11	检验光圈 1	1.5	9.4	6
12	限位扣上料	3.2	31.6	3
13	灭弧室上料	3.0	32.1	3
14	连动杆上料	3.2	40.5	2
15	牵丝上料	5.4	43.7	3
16	检验光圈 2	2.3	16.0	3
17	合盖	1.9	32.1	2
18	压紧作业 4	1.3	14.2	2
19	断路器移运	2.9	16.9	2

图 7 断路器装配线工艺优先关系图

例如在实际装配过程中，由于结构的特殊性，触头的装配优先于限位扣的装配，所以作业元素 10 与作业元素 12 之间存在优先约束，且作业元素 10 优先于作业元素 12。由于作业元素 10 与作业元素 11 之间存在直接优先约束，所以作业元素 10 与作业元素 12 之间的装配优先约束可通过图 7 中 11 与 12 之间的有向虚线箭头表示，即

$$SN(10) < SN(12) \quad (13)$$

表 2 装配线最优配置方案详情

序号	配置种类	方案详情	成本/万元	装配线节拍/秒
1	装配序列	(1,4,5,8,9,2,3,6,7,13,10,11,14,12,15,16,17,18,19)	517.5	3.2
	工序并行度	(1,1,1,2,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,1,1,1,1)		
2	装配序列	(1,8,9,4,5,13,6,7,10,11,2,3,14,12,15,16,17,18,19)	589.6	3.0
	工序并行度	(1,2,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,1,1,1,1)		
3	装配序列	(1,8,9,10,11,2,3,4,5,6,7,12,13,14,15,16,17,18,19)	635.1	2.9
	工序并行度	(2,2,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,1,1,1,1)		
4	装配序列	(1,8,9,10,11,4,5,6,7,12,13,14,2,3,15,16,17,18,19)	694.1	2.7
	工序并行度	(2,2,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,1,2,1,1,2)		
5	装配序列	(1,2,3,8,9,4,5,10,11,12,13,14,6,7,15,16,17,18,19)	759.2	2.65
	工序并行度	(2,2,1,2,1,1,1,1,1,2,2,2,2,1,3,1,1,2)		
6	装配序列	(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19)	784.4	2.6
	工序并行度	(2,2,1,1,1,2,1,3,1,1,1,2,2,2,3,1,1,2)		
7	装配序列	(1,2,3,4,5,8,9,13,14,6,7,10,11,12,15,16,17,18,19)	794.3	2.4
	工序并行度	(2,2,1,1,1,3,2,2,2,2,1,1,1,2,3,1,1,2)		
8	装配序列	(1,2,3,8,9,10,11,13,12,4,5,14,6,7,15,16,17,18,19)	885.3	2.3
	工序并行度	(2,2,2,3,2,2,1,2,2,2,1,2,2,1,3,1,1,2)		

类似的装配优先关系还存在于外壳上料与灭弧室上料之间、小棒上料与牵丝上料之间和手柄上料与检验光圈 2 之间等。

在直接优先约束方面，磁系统在完成装配之后，需要在磁系统上料的下一个工序上进行其压紧作业，即直接优先约束，在图 7 中表示为作业元素 4 和作业元素 5 之间的有向实线箭头，其关系可用方程式(14)表示。

$$SN(5) = SN(4) + 1 \quad (14)$$

类似的直接优先关系还存在于手柄上料与压紧作业 1 之间、触头上料与检验光圈 1 之间、固定扣上料与压紧作业 3 等。

3.2 最优化求解

数值求解在 C# 环境下进行，首先依据算法原理，编写相关功能代码，包括决策变量的编/解码、种群初始化、选择 I、变异、交叉和选择 II 等内

容。其次, 将各作业元素的序号、作业时间、单元成本和最大并行度导入代码编译环境中, 并依据断路器装配线工艺优先关系图, 搭建装配优先矩阵 W 和直接优先矩阵 B , 搭建成二维数组的形式导入代码中, 两矩阵详情如方程式(15)、(16)所示。

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

根据客户需求, 装配线成本约束 UB_A 为 900 万元, 节拍约束 UB_C 设定为 4 秒/级, 种群规模设定为 500, 迭代次数为 1 000, 混合率为 1。计算结果如表 2 所示, 共包含 8 个优化配置方案, 每个方案由整体装配序列和对应序列的工序并行度组成。图 8 为不同配置方案的 Pareto 前沿分布示意图, 从优化结果可知: 在 8 个最优方案中, 增加设备投入有助于提升生产效率, 8 个优化方案中相互间无支配关

系, 均为非劣解。从优化结果还可以看出, 相比于现有装配线 636 万元的装配线成本和 5.4s/级的节拍而言, 本方法能够在装配生产线的各作业元素时间和单元成本固定且均已知的条件下, 能在成本控制和效率提升上均起到较好效果。

图 8 Pareto 前沿分布

3.3 算法对比试验

本文所研究的问题在数学模型建立及其求解过程上与现有优化问题相比, 区别度较大, 算法性能无法与同类优化问题的算法对比, 而 NSGA-III^[20]是一种较优的多目标优化算法, 具有运行速度快、解集的收敛性好等优点, 是验证多目标优化算法性能的基准。为对算法进行性能验证, 本文将 MOBSA 方法与 NSGA-III 分别进行了 HV^[21]和 IGD^[22]指标的对比。

在 NSGA-III 算法中, 序列规划采用单点交叉算子和单点变异算子, 并行度的交叉和变异算子采用模拟二进制交叉和多项式变异的方法, 交叉率为 0.9, 变异率为 0.1。两种算法分别进行了三组对比试验: 第一次试验设置种群规模为 100, 迭代次数为 200; 第二次试验设置种群规模为 150, 迭代次数为 300; 第三次试验设置种群规模为 200, 迭代次数为 400。这三组试验中, 每次试验分别进行 20 次, 进行数理统计, 分别计算出异常点、上限点、上四分位点、中位点、下四分位点和下限点, 并绘制出如图 9 所示的六个箱线图, 以对比两种算法的性能。

在图 9 的六个箱线图中, 分别表示了三个对比试验中两个算法的性能比较。经过对比可以发现: 该试验中, MOBSA 算法共有 19 个统计量(包括各上限点、上四分位点、中位点、下四分位点和下限点)的指标优于 NSGA-III 算法, 5 个统计量的指标劣于 NSGA-III 算法, 和 6 个统计量的指标与 NSGA-III 算法相同。可见在求解工序刚性约束的装配线优化问题时, 就种群多样性和收

敛性而言, MOBSA 算法性能优于 NSGA-III 算法。

图 9 算法对比箱线图

3.4 断路器装配线方案决策

为了提出具体的优化方案, 需要对最优解集进行决策, 根据企业需求, 企业投资回报周期为 2 年, 因此以 2 年内盈利最多的配置方案为最终结果, 企业利润计算公式如下

$$NP = \frac{3\,600 \times k_y \times k_d \times k_h \times k_a \times k_f \times k_r \times p_b}{10\,000 \times CT} - A \quad (17)$$

式中, NP 代表利润总和, k_y 代表装配线运营年数, 取 $k_y = 2$; k_d 代表每年工作天数, 取 $k_d = 300$; k_h 代表每天工作时数, 取 $k_h = 16$; k_a 为作业出勤率, 取 $k_a = 0.8$; k_f 代表设备正常工作时间比例, 取 $k_f = 0.9$; k_r 为小型断路器的利润比例, 取 $k_r = 0.08$; p_b 为小型断路器的单价, 取 $p_b = 10$; CT 表示各方案的生产速率节拍; A 表示各方案装配线成本; 3 600 表示一小时内的秒数, 10 000 表示将元转化为万元。

将各配置方案在两年内可获取的利润总额进行比较, 得到如图 10 的统计条形图。在图 10 中, 配置方案 1~8 分别为表 2 中的 1~8 个配置方案, 方案 9 为现有的装配线方案(成本为 636 万元, 生产节拍为 5.4s/级), 每个方案的两年利润值表示在各条形上方。由图 10 的利润对比可知, 配置方案 1 在两年

内可获得最高净利润(约 105 万元), 针对企业的具体需求, 方案 1 为最优的配置方案, 生产效率提高了 40.7%, 装配线成本降低 18.6%。

图 10 最优方案两年净利润直方图

4 结论

(1) 结合工序刚性约束的特点, 在进行并行工位装配线的配置优化时, 考虑了分流/合流设备所带来的影响, 使优化配置方案更好服务于实际生产活动。

(2) 优化结果显示, 在满足优先约束关系和直接优先约束条件下, 并行度相同的作业安排在相邻工位上, 从而降低分流/合流设备单元所带来的成本问题。

(3) 相比于现有装配线 636 万元的成本和 5.4s/极的节拍而言, 本方法得到的优化结果在成本控制和效率提升上均有较好结果。最终的决策结果显示, 方案 1(成本 517.5 万元, 节拍 3.2s/级)为最优的配置方案, 生产效率提高了 40.7%, 装配线成本降低 18.6%。

参 考 文 献

- [1] DANIEL N, JAN K. A problem design and constraint modelling approach for collaborative assembly line planning[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019(55): 199-207.
- [2] 赵宁, 吴超, 宁汝新, 等. 面向配做的柔性生产线调度[J]. 机械工程学报, 2005, 41(7): 180-185.
ZHAO Ning, WU Chao, NING Ruxin, et al. Scheduling in flexible manufacturing line orienting matching production[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(7): 180-185.
- [3] 张子凯, 唐秋华, 张利平. 多重资源约束下的多目标 U 型装配线平衡[J]. 计算机集成制造系统, 2017, 23(11): 2431-2441.
ZHANG Zikai, TANG Qiuhua, ZHANG Liping. Multi-objective U-shaped assembly line balancing under multi-resource restriction[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2017, 23(11): 2431-2441.
- [4] JANARDHANAN M N, LI Z, BOCEWICZ G, et al. Metaheuristic algorithms for balancing robotic assembly line with sequence-dependent robot setup times[J]. Applied Mathematical Modelling, 2019, 65: 256-270.
- [5] 李大双, 张超勇, 邵新宇, 等. 基于殖民竞争算法的多约束双边装配线平衡[J]. 机械工程学报, 2015, 51(2): 183-189.
LI Dashuang, ZHANG Chaoyong, SHAO Xinyu, et al. Hybrid colonial competitive algorithm for the two-sided assembly line balancing problem with multiple constraints[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(2): 183-189.
- [6] 焦玉玲, 徐良成, 王占中, 等. 基于有向网络的双 U 型装配线平衡试验与分析[J]. 吉林大学学报, 2018, 48(02): 454-459.
JIAO Yuling, XU Liangcheng, WANG Zhazhong, et al. Balance experiment and analysis of double U-shaped assembly line based on directed net work[J]. Journal of Jilin University, 2018, 48(02): 454-459.
- [7] CHEN Yinyann, CHENG Chenyang, LI Jiaying. Resource constrained assembly line balancing problems with multi-manned workstations[J]. Journal of Manufacturing Systems, 2018, 48: 107-119.
- [8] LIAO Zhongqing, CONG Ming, LIU Dong, et al. Using simulation in layout verification of solar module assembly workshop[J]. International Journal of Modeling, Simulation, and Scientific Computing, 2018, 9(2): 1850017.
- [9] CHEN Jiwen, YANG L V, WANG Kai, et al. Scheduling optimization of flexible assembly production line for heavy truck[J]. IPPTA: Quarterly Journal of Indian Pulp and Paper Technical Association, 2018, 30(4): 23-31.
- [10] RANE A, SUDHAKAR D, SUNNAPWAR V, et al. Improving performance of lock assembly line using lean and simulation approach[J]. International Journal of Business Performance Management, 2017, 18(1): 101.
- [11] KANAGANAYAGAM K, MUTHUSWAMY S, DAMODARAN P. Lean methodologies to improve assembly line efficiency: an industrial application[J]. International Journal of Industrial and Systems Engineering, 2015, 20(1): 104.
- [12] BOTTI L, MORA C, REGATTIERI A. Integrating ergonomics and lean manufacturing principles in a hybrid assembly line[J]. Computers & Industrial Engineering, 2017(111): 481-491.

- [13] KURSUN S, KALAOGLU F. Simulation of production line balancing in apparel manufacturing[J]. *Fibres & Textiles in Eastern Europe*, 2009, 17(4): 68-71.
- [14] ÇIL Z, METE S, ÖZCEYLAN E, et al. A beam search approach for solving type II robotic parallel assembly line balancing problem[J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 61: 129-138.
- [15] TIACCI L. Coupling a genetic algorithm approach and a discrete event simulator to design mixed-model un-paced assembly line with parallel workstation and stochastic task times[J]. *International Journal of Production Economics*, 2015, 159: 319-333.
- [16] BECKER C, SCHOLL A. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing[J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 168(3): 694-715.
- [17] CIVICIOGLU P. Backtracking Search Optimization Algorithm for numerical optimization problems[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2013, 219(15): 8121-8144.
- [18] DUAN Haibin, LUO Qinan. Adaptive backtracking search algorithm for induction magnetometer optimization[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2014, 50(12): 1-6.
- [19] AO H, THOI T, HUU V, et al. Backtracking search optimization algorithm and its application to roller bearing fault diagnosis[J]. *International Journal of Acoustics and Vibrations*, 2016, 21(4): 445-452.
- [20] DEB K, JAIN H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: Solving problems with box constraints[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(4): 577-601.
- [21] ZITZLER E, THIELE L. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, 3(4): 257-271.
- [22] BOSMAN P, THIERENS D. The balance between proximity and diversity in multiobjective evolutionary algorithms[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2003, 7(2): 174-188.
-
- 作者简介: 杨艳芳, 女, 1975 年出生, 副教授。主要研究方向为数字化设计与优化、仿真。
E-mail: yangyanfang@whut.edu.cn
- 杨秒, 男, 1995 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为智能优化方法在设计制造中的应用。
E-mail: 53yangmiao@gmail.com
- 舒亮(通信作者), 男, 1982 年出生, 教授。主要研究方向为智能制造与控制。
E-mail: shuliangalbert@163.com
- 吴自然, 男, 1984 年出生, 副研究员。主要研究方向为智能电器技术。
E-mail: nature.nano@gmail.com
- 陈定方, 男, 1946 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为智能制造与控制。
E-mail: cadcs@126.com