DOI: 10.3901/JME.2020.07.171

兼具吸能和承载特性的梯度结构宏细观 跨尺度拓扑优化设计*

杜义贤^{1,2} 尹 鹏¹ 李 荣¹ 田启华^{1,2} 周祥曼^{1,2}

(1. 三峡大学机械与动力学院 宜昌 443002;

2. 水电机械设备设计与维护湖北省重点实验室 宜昌 443002)

摘要:理想的碰撞吸能结构在吸收碰撞能量的同时应具备一定的承载能力,更好地保护人员及设备安全,而现有方法一般仅从宏观或细观单一角度进行碰撞吸能结构设计,不能很好地兼顾吸能和承载需求。构型呈梯度变化的梯度结构具有很好的碰撞吸能特性,故本文利用宏细观一体化设计思想,从宏观结构和单胞构型的两个方面出发,以结构刚度表征承载特性,负泊松比表征吸能特性,提出了兼具吸能和承载特性的梯度结构宏细观跨尺度拓扑优化方法。在宏观尺度,基于功能梯度及聚类分析思想,研究出具有刚度梯度特性的结构宏观区域划分优化方法;在细观尺度,基于能量均匀化理论建立了以结构刚度和负泊松比为目标函数的多目标拓扑优化模型。对优化得到的结构吸能与承载特性进行测试与分析,结果验证了所提出的方法能够有效地应用于防撞结构设计。

关键词: 拓扑优化; 梯度结构; 吸能特性; 承载特性

中图分类号: TH11

Macro and Micro Trans-scale Topological Optimization Design of Gradient Structure with Both Energy Absorption and Load-bearing Characteristics

DU Yixian^{1,2} YIN Peng¹ LI Rong¹ TIAN Qihua^{1,2} ZHOU Xiangman^{1,2}

(1. College of Mechanical & Power Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002;

2. Hubei Key Laboratory of Hydroelectric Machinery Design & Maintenance, Yichang 443002)

Abstract: The ideal collision energy absorption structure should have certain carrying capacity while absorbing the collision energy to protect the safety of personnel and equipment better. However, the existing methods generally only conduct the design of collision energy absorption structure from a macro or micro perspective, the energy absorption and load-bearing requirements cannot be well considered. The gradient structure with gradient property has good collision energy absorption properties. Therefore, based on the macroscopic and microscopic integrated design idea, a macro-micro topology optimization method for gradient structures with energy absorption and load-bearing characteristics is proposed from the two aspects of macroscopic structure and single cell configuration. The load-bearing characteristics and the energy absorption characteristics are represented by the structural stiffness and the negative Poisson's ratio, respectively. On the macroscopic scale, the optimization method of macroscopic region division with stiffness gradient is researched based on the functional gradient and cluster analysis theory. On the basis of the energy homogenization theory, a multi-objective topological optimization model with structural stiffness and negative Poisson's ratio as the objective function is established on the microscopic scale. The energy absorption and load-bearing characteristics of the optimized structure are tested and analyzed by finite element simulation and compression experiment. The results show that the proposed method can be effectively applied to anti-collision structure design.

Key words: topology optimization; gradient structure; energy absorption characteristics; load-bearing characteristics

* 国家自然科学基金资助项目(51775308, 51705287, 51475265)。20190509
收到初稿, 20191210 收到修改稿

0 前言

防撞结构设计是机械装备及运载工具安全系统设计最为关键的一部分,在碰撞发生时防撞结构能有效地减少人员受伤与设备损毁。如船舶过闸时与闸门发生碰撞,将对人员、设备和航道产生巨大安全威胁^[1-2],这就需要防撞结构的保护。防撞结构还在车辆^[3-4]、航空^[5]等领域有重要应用。理想的防撞结构在碰撞发生时应具备一定的承载能力和吸收绝大部分的碰撞能量,且该吸收过程应以一种梯度变化的方式进行,以防止出现应力峰值,这样才能有效地保护人员和设备安全。因此,防撞结构要求具有碰撞能量吸收率高和一定的承载能力特性。研究发现,由负泊松比单胞构成的多孔结构在碰撞过程中通过内孔的收缩吸收能量,且应力峰值较小,是一种很好的防撞结构^[6-9];梯度材料的性能属性呈现梯度变化^[10],这种特性能很好协调本文承载和吸能需求;拓扑优化方法是一种能使结构属性最大化的结构优化设计工具^[11-15]。因此,利用拓扑优化理论和梯度材料的思想,综合多孔结构优异的吸能特性,建立一套防撞结构设计方法,能充分利用各种方法和理论的优势。现有对碰撞吸能结构的拓扑优化方法往往从宏观或者细观层面进行,忽略了宏观结构与细管单胞构型间的关联。利用结构与材料协同拓扑优化思想,从宏观结构和单胞构型两个尺度进行结构的优化设计,是一种提高结构性能的有效方法^[16-18]。如,孙士平^[19]和张卫红等^[20]建立具有分层梯度变化的材料/结构模型,采用分层计算策略完成材料/结构的一体化设计,并通过对三相材料材料/结构的一体化优化验证方法的有效性;XIA 等^[21-22]基于水平集方法,以结构体积分数和边界条件为设计变量,实现了功能梯度结构和拓扑布局的并行优化设计;刘哲等^[23]利用密度分布曲线法对复合材料变刚度铺层设计的相关问题进行了研究;邓小林^[24]对蜂窝结构面内冲击动力学进行了数值模拟,研究了分层梯度蜂窝结构在不同冲击速度下变形模式的动力学性能;MA 等^[25]提出了一种多区域多阶段的拓扑优化技术,该方法是通过在优化设计过程中控制子域之间的材料分布,在结构的各种子域中使用多个材料或复合材料来实现复杂工程的有效设计。

目前,防撞结构拓扑优化方法没有深入研究宏观结构与细观单胞之间的构型设计关联性,在宏观上没有考虑碰撞能量吸收在空间上的梯度变化,在细观上主要集中于对已知单胞构型的吸能特性分析,忽略了实际应用中需要考虑的结构承载性能等

因素。因此,本文提出了一种兼具吸能与承载特性的梯度结构宏细观跨尺度拓扑优化方法,在宏观层面上研究承载性能最优的材料分布区域梯度划分方法,在细观层面上建立具有吸能与承载特性的单胞结构优化模型,将优化后的单胞构型代入对应的宏观材料分布区域层,得到同时具备吸能与承载特性的梯度结构。通过有限元仿真分析及压缩试验方式,对该结构的吸能与承载性能进行测试,验证本文提出优化方法的可行性。

1 吸能和承载特性的梯度结构拓扑优化

1.1 基于 SIMP 插值模型的宏观材料布局方法

带惩罚指数的固体各向同性微结构模型(Solid isotropic microstructures with penalization, SIMP)^[12]作为变密度法中的一种插值模型,通过建立单元的相对密度与材料的某种物理属性(例如:刚度、弹性模量)之间的关系将离散变量的优化问题连续化^[12]。梯度结构在宏观层面的区域划分需要尽可能平滑的密度分布。为了达到上述要求,本节基于 SIMP 插值模型建立弹性模量与单元相对密度之间的线性关系,如式(1)所示。

$$\mathbf{E} = x\mathbf{E}_0 \quad (1)$$

式中, $\mathbf{E}_0$ 是材料的初始弹性模量, $\mathbf{E}$ 是优化后的弹性模量, x 是材料的相对密度。

为了得到承载能力最优的宏观梯度结构的材料布局,建立以最大化结构刚度为优化目标,单元的相对密度为设计变量,结构的整体体积和静力学控制方程为约束条件的优化模型,如式(2)所示

$$\begin{aligned} \text{find: } & x_e = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_N) (e = 1, 2, \dots, N) \\ \min_x: & c(\mathbf{x}) = \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \sum_{e=1}^N x_e \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_e \\ \text{s.t.: } & G = \sum_{e=1}^N x_e V_{x_e} - V_0 \leq 0 \\ & \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \\ & 0 < x_{\min} \leq x \leq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

式中, c 是目标函数即结构的柔度, G 是全局体积约束, $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{F}$ 分别是宏观尺度下的整体位移矢量和全局载荷矢量, $\mathbf{K}$ 是整体刚度矩阵, $\mathbf{u}_e$ 是单元的位移矢量, $\mathbf{k}_0$ 是单元刚度矩阵, x_e 是设计变量即为宏观结构的相对密度(取值范围 0~1), N 是设计域中单元的总数, V_{x_e} 是单元体积, V_0 是设计域体积,为了避免迭代过程中矩阵奇异,故取 $x_{\min} = 0.001$ 。此外,为了使密度分布更加平滑,对优化模型进行求

解时, 不采用任何密度 0-1 极化技术。

如图 1a 所示, 虽然得到了平滑的密度分布, 但宏观层面上分层布局不明显, 本文利用“聚类”的思想, 将相近密度区域进行平均化, 聚类处理后的密度值会代替原密度值以产生边界清晰的多层密度分布, 这种多层的密度分布即是材料在宏观层的分布情况, 是一种以相对密度呈现的宏观梯度结构。聚类法如式(3)所示

$$\rho' = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i}{n}, (i=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

式中, ρ' 是聚类后的密度值, ρ_i 是第 i 个原密度值, n 是相近密度的个数。相近密度的范围是由分层分布的层数决定的, 分层层数越多, 相近密度的范围越小, 每层的元素数量也随之减小。聚类过程如图 1 所示, 其中, 矩形色带条为无量纲的单元相对密度值。

图 1 聚类过程示意图

从图 1 中可以看出, 对所有的元素进行分层处理, 将其分为 A、B、C、D 四个不同大小的密度层。对中间单元密度进行聚类后, 可以得到清晰的宏观材料分层区域分布。

本节首先利用 SIMP 密度插值法建立结构弹性模量与相对密度之间的线性关系, 以最大化结构刚度为优化目标, 结构体积和静力学方程为约束条件, 构建了宏观刚度梯度结构的优化模型; 然后通过求解上述优化模型, 获得了平滑的密度分布; 最后采用聚类法处理相近的中间密度单元, 得到层次分明的宏观梯度结构和各子域的材料用量。具体的优化迭代流程如图 2 所示。

1.2 基于能量均匀化理论的细观单胞构型拓扑优化

在线弹性范围内, 通过对位移和应力场进行渐进展开, 均匀化法不仅可以求出等效材料常数, 而且可以得到宏观和细观尺度上的应力应变分布^[26-27]。考虑一个周期性单胞 Y , 将宏观尺度位移场 $c^e(x)$ 按照宏观细观尺度 x 和 $y = x/\varepsilon$ 展开, 且在渐近展开式中只考虑第一项, 并将单元 Y 进行积分平均化, 得出均匀化弹性张量 E_{ijkl}^H , 其表达式如式(4)所示。

图 2 迭代流程图

$$E_{ijkl}^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y E_{ijpq} (\epsilon_{pq}^{0(kl)} - \epsilon_{pq}^{*(kl)}) dY \quad (4)$$

式中, $|Y|$ 是单胞体积, E_{ijpq} 是材料的弹性张量, $\epsilon_{pq}^{0(kl)}$ 是单元应变场, $\epsilon_{pq}^{*(kl)}$ 是周期性波动应变场,

为实现优化过程的高效计算, 基于能量均匀化理论将单元载荷直接作用于基本单元的边界, 采用平均应变能表征单元的等效弹性模量^[12], 其表达式如式(5)所示

$$\begin{aligned} Q_{ijkl}^H &= \frac{1}{|Y|} \int_Y E_{pqrs} \epsilon_{pq}^{A(ij)} \epsilon_{rs}^{A(kl)} dY = \\ &= \frac{1}{|Y|} \sum_{e=1}^N (u_e^{A(ij)})^T k_e u_e^{A(kl)} \end{aligned} \quad (5)$$

式中, Q_{ijkl}^H 对应于均匀化弹性模量 E_{ijkl}^H 的能量等效表征, $\epsilon_{pq}^{A(ij)}$ 则对应于式(4)中的叠加应变场, $u_e^{A(ij)}$ 是有限元的位移解, N 表示为单胞划分的单元数, k_e 表示为单元刚度矩阵。考虑二维情况, 公式(5)可以改写为式(6)形式

$$Q_{ij} = \frac{1}{|Y|} \sum_{e=1}^N q_e^{ij} = \frac{1}{|Y|} \sum_{e=1}^N (u_e^{A(i)})^T k_e u_e^{A(j)} \quad (6)$$

式中, Q_{ij} 是单胞的应变能, q_e^{ij} 是单元的应变能, 材料的等效弹性参数即由应变能的形式表示。

选取弹性矩阵中两个主方向刚度作为单胞结构设计时的刚度, 如式(7)所示

$$c_1 = \sum \eta_{ij} E_{ij}^H \quad (7)$$

式中, c_1 表示两主方向刚度之和, 两者属于同一量纲, 在计算时直接进行加权即可, η_{ij} 表示的是权重因子。当 η_{ij} 取不同值时, 可以定义不同的刚度, 例

如单方向刚度最大值优化 E_{11} (当 $\eta_{11}=1$; $\eta_{ij}=0$, $ij \neq 11$); 多方向刚度最大优化 $1/2E_{11}+1/2E_{22}$ (当 $\eta_{11}=\eta_{22}=0.5$; $\eta_{ij}=0$, $ij \neq 11, 22$).

结构负泊松比的定义式 $\mu=Q_{12}/Q_{11}$, 存在高度的非线性, 用来设计负泊松比材料单胞构型时, 需要添加额外的约束条件, 增加了求解的复杂程度。为了计算方便, 本文采用线性函数来近似拟合结构负泊松比, 其实质是通过变量 Q_{12} 进行优化, 从而得到具有负泊松比效应的细观微结构^[14], 等效数学表达式如式(8)所示

$$C_{\mu} = Q_{12} - \beta^l(Q_{11} + Q_{22}) \quad (8)$$

式中, C_{μ} 是结构负泊松比的等效表征, l 表示为迭代步数, β 是一个自定义常数, 这里取值为 0.8, 其值是连续变化的, 算法的每次迭代 β 值都减少一定的步长(本文取 0.04), 当 β 值小于或等于 0.001 时, 迭代终止。

由于负泊松比和刚度是两个不同量纲的变量, 在进行加权优化前需要进行正则化处理, 本文采用的正则化方法如式(9)、(10)所示

$$(c_1)_{new} = \frac{c_1 - (c_1)_{\min}}{(c_1)_{\max} - (c_1)_{\min}} \quad (9)$$

$$C_{\mu new} = \frac{c_{\mu} - c_{\mu \min}}{c_{\mu \max} - c_{\mu \min}} \quad (10)$$

式中, $(c_1)_{\min}$ 和 $(c_1)_{\max}$ 是刚度的最小和最大值, 在这里主要选取两个主方向上的刚度 E_{11} 和 E_{22} ; $c_{\mu \min}$ 和 $c_{\mu \max}$ 是负泊松比最小和最大时的等效表达。

以细观单胞结构的刚度与负泊松比最大化为目标, 利用加权综合方法, 建立衡量结构承载与吸能特性的优化数学模型如式(11)所示

$$\begin{aligned} \min: & c = \lambda_1(c_1)_{new} + \lambda_2 C_{\mu new} \\ \text{s.t.}: & \mathbf{KU}^{(kl)} = \mathbf{F}^{(kl)}, k, l = 1, 2, \dots, d \\ & \sum_{t=1}^N v_t x_t \leq f |Y| \\ & 0 < x_{\min} \leq x_t \leq 1, t = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (11)$$

式中, $\lambda_1, \lambda_2 \in (0, 1)$ 是加权系数, $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{F}$ 分别是整体位移向量和外载荷矢量, $\mathbf{K}$ 是整体刚度矩阵, v_t 为单元体积, x_t 为单元密度, f 为体积分数, $|Y|$ 为微观结构的总体积, $x_{\min}$ 取值 0.001, 以此来避免优化过程中出现矩阵的奇异。

传统的周期性单胞优化设计中, 采用的都是同一构型的基础单胞, 单胞的所有边界条件也都是周期性的, 故相邻的基础单胞之间不存在连通性问题。然而, 在非均匀梯度结构优化设计中, 由于结构内部采用的是两种或多种不同构型的基础单胞, 这些单胞在沿着梯度方向的周期性边界将会被破坏, 导致不

同梯度层的单胞之间不能适当连接, 如图3所示。

图3 不同梯度层的单胞连接方式

为了保证不同梯度层界面处单胞能够适当连接, 本文在梯度周期性单胞边界上施加连接约束, 具体如图4所示。

图4 周期性单胞间的连接约束

对具有 L 个不同单胞的梯度结构, 在渐变边界上的黑色区域内被实体材料占据, 将其作为强制连接区域, 使相邻的周期性基础单胞在边界上能够适当连接。同时为了保证梯度结构的数值精度和周期性, 在梯度方向上各个单胞的连接约束的数量、位置、尺寸都应该相同。在施加连接约束时可以通过在设计域中设置非设计区域来添加这些预定义的连接约束, 用来最小化固定连接约束对单胞构型的影响。此外, 根据负泊松比结构的特性, 在添加连接约束时, 不应将单胞的四个边角设置为固定连接区域, 因为常见的类负泊松比结构的最佳构型在边角附近没有固定材料^[22, 28]。

1.3 敏度分析及优化模型的求解

由于本文是基于宏细观两个尺度的优化, 故敏度分析包括宏细观的目标函数对设计变量的一阶导数和与设计变量相关的约束条件的敏度信息。宏观尺度的优化问题是基于经典的 SIMP 插值模型, 故目标函数的敏度可以表示为

$$\frac{\partial c}{\partial x_e} = -\mathbf{U}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_e} \mathbf{U} = -\mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_0 \mathbf{u}_e \quad (12)$$

体积约束的敏度则表示为

$$\frac{\partial G}{\partial x_e} = \partial \left(\sum_{e=1}^N x_e V_{x_e} - V_0 \right) / \partial x_e = V_{x_e} \quad (13)$$

细观单胞优化问题是基于改进的 SIMP 插值模型建立的^[29], 在计算细观尺度的敏度信息前, 需将

该插值模型代入式(6), 得到单胞的应变能与单元密度 x_i 之间的数学表达式

$$Q_{ij} = \frac{1}{|Y|} \sum_{e=1}^N (E_{\min} + x_i^P (E_0 - E_{\min})) (u_e^{A(i)})^T k_e u_e^{A(j)} \quad (14)$$

式中, E_0 是实体结构的弹性模量, $E_{\min}$ 是近似孔洞的伪结构的弹性模量, 其作用是防止刚度矩阵的奇异性, 通常取 $E_{\min} = 0.001$, P 是惩罚因子, 以驱动密度分布更接近于离散的 0-1 分布, 通常取值 3~5。目标函数的敏度如式(15)所示

$$\frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{\lambda_1}{(c_1)_{\max} - (c_1)_{\min}} \frac{\partial c_1}{\partial x_i} + \frac{\lambda_2}{c_{\mu\max} - c_{\mu\min}} \frac{\partial c_{\mu}}{\partial x_i} \quad (15)$$

式中, $\partial c_1 / \partial x_i$ 和 $\partial c_{\mu} / \partial x_i$ 的系数均为常数, 刚度的敏度表达式 $\partial c_1 / \partial x_i$ 可以由伴随法求出^[11]

$$\frac{\partial c_1}{\partial x_i} = \frac{1}{|Y|} p(x_i)^{P-1} (E_0 - E_{\min}) (u_e^{A(i)})^T k_0 u_e^{A(j)} \quad (16)$$

式中, k_0 是单元刚度矩阵。 c_{μ} 的能量表达式由式(8)给出, 其敏度可以由相关等效弹性参数求导计算。当使用均匀化网格时, 单元体积被设置为 1, 因此体积约束 $\partial v_i / \partial x_i = 1$ 。

本文采用改进的优化准则法来求解细观单胞结构的优化模型^[30], 该算法主要思想是在标准 OC 算法^[11]的基础上增加一个极化算子, 在算法迭代的过程中强化高密度单元和弱化低密度单元, 使设计变量合理极化为 0 或 1。这不仅有助于消除灰度单元,

获得边界清晰的拓扑结构, 而且可以进一步有效加快迭代过程的收敛速度, 将优化准则算子和极化算子相结合, 得到如式(17)和式(18)所示的迭代格式。

$$x_e^{new} = \begin{cases} \max(x_{\min}, x_e - m) & x_e B_e^{\eta} \leq \max(x_{\min}, x_e - m) \\ \min(1, x_e + m) & x_e B_e^{\eta} \geq \max(1, x_e + m) \\ x_e B_e^{\eta} & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

$$x_e^{new''} = \frac{\exp\left(-\frac{a}{2} + ax_e^{new} B_e^{\eta}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{a}{2} + ax_e^{new} B_e^{\eta}\right)} \quad (18)$$

式中, x_e^{new} 是经过优化准则算子优化后的更新解; a 是控制极化速率的参数; $x_e^{new'}$ 是经过极化算子优化后的更新解。

本章以负泊松比和刚度来衡量细观单胞结构的吸能和承载特性, 利用宏观尺度的刚度梯度结构的优化方法得出不同密度值分层分布, 即各子域的划分及材料用量, 并将各子域材料用量作为细观构型优化的体积约束。在细观尺度上, 基于能量均匀化理论建立细观单胞的拓扑优化模型, 求解该模型得到不同体积约束下的单胞拓扑构型, 然后将不同构型的单胞代入到宏观刚度梯度结构分层布局中, 最终得到了兼具吸能和承载特性的刚度梯度结构, 具体求解流程如图 5 所示。

图 5 宏细观跨尺度梯度结构优化流程图

2 数值算例及性能试验分析

2.1 数值算例

如图 6 所示, 本算例以宏观上表现为矩形的防撞结构为例, 载荷及边界条件如图示。本文算例的几何尺寸、边界条件及材料属性均采用无量纲的相对值, 假设实体材料为各向同性, 相对弹性模量 $E_0=1$, 泊松比 $\mu=0.3$ 。采用四节点单元进行离散, 在梯度结构的上边界施加均匀载荷 F , 下边界进行固定约束, 以材料体积约束为 40%。

按本文提出的宏微观拓扑优化方法的流程, 首先对宏观结构进行优化。优化结果如图 7a 所示, 黑色的部分代表实体材料, 白色部分代表相对密度值接近 0.2 的单元。采用聚类法对优化结果进行处理, 聚类处理后的结构如图 7b 所示, 宏观区域被划分为 A 和 B 二个不同的密度层, 其中 A 层的相对密度值为 0.52, B 层的相对密度值为 0.39。

图 6 矩形结构

将 A、B 层的相对密度值作为微观优化模型的体积分数对单胞构型进行优化。由于宏微观结构拓扑优化方法不同, 故需要修改相关参数。这里取单胞的单元网格为 100×100 , 其余参数均与宏观结构拓扑优化一致。不同密度层的单胞优化构型、相应的等效弹性矩阵及目标函数值如表 1 所示。

从表 1 的优化结果和对应数据可知, 不同的体

积分数对优化构型和结构的力学性能都有一定的影响, 体积分数越大, 等效刚度值越大, 负泊松比值越小。

图 7 聚类法处理宏观矩形梯度结构

表 1 不同体积分数的单胞构型与对应的目标函数值

体积分数	单胞构型	3×3	相对刚度	负泊松比
0.52			0.158 6	-0.489 9
0.39			0.102 5	-0.626 3

按宏观尺度体积分数与微观尺度密度值一致性的原则, 将上述优化构型作为宏观梯度结构的基础单胞, 得到如图 8 所示的矩形梯度结构。其中, 选取区域表明施加额外的连接约束避免了不同密度层之间无法连接的问题, 使其能够很好地结合在一起形成互相连通的梯度结构。

2.2 跨尺度梯度结构的有限元模拟冲压仿真及分析

根据上述拓扑优化的结果, 对该结构进行有限元仿真分析。为了方便说明, 将体积分数为 0.52 和 0.39 的优化结果分别命名为构型 1 和构型 2。对两种优化构型组成的 6×6 结构及由这两种构型组成的矩形梯度结构进行吸能和承载性能分析。

图 8 矩形梯度结构示意图

下面给出有限元分析中相关参数的设定, 选取材料为常用的 3D 打印材料 316L 型不锈钢, 其材料属性参数为: 密度 $\rho = 7.98 \text{ g/cm}^3$, 弹性模量 $E = 195 \text{ GPa}$, 泊松比 $\mu = 0.3$, 屈服强度 $\sigma = 180 \text{ MPa}$, 切线模量 $G = 7.58 \text{ GPa}$ 。单元属性使用壳单元 shell163, 设置单元厚度为 15 mm , 采用线密度进行网格划分。对有限元模型的上下边界分布施加载荷和约束, 其中对上边界施加的载荷设置为 50 mm/s 的恒定速度, 对下边界添加固定约束, 同时为了防止在冲压压缩过程中模型会发生 Z 向变形, 约束模型所有节点的 Z 方向位移, 对模型施加单面自动接触算法。

根据有限元分析的结果, 可以得到宏观梯度结构变形图(图 9)、压缩载荷-时间曲线图及能量吸收-时间曲线图(图 10)。

图 9 梯度结构变形图

从图 9 梯度结构变形可以看出, 由不同构型的单胞组成的梯度结构在压缩载荷的作用下, 两个梯度层均经历了弹性变形、塑性变形、塑性压实三个阶段, 发生了明显的结构内缩, 且不同梯度层之间内缩效应差异较大。体积分数较大的单胞构成的梯度层等效刚度较小, 负泊松比相对较大, 其内缩效应更加明显, 但承载能力不足, 容易发生变形, 体积分数较小的单胞组成的梯度层则相反。这表明不同体积分数的单胞构成的宏观梯度结构在模拟压缩仿真过程中表现出与自身分层特性一致的形变状态。整体宏观结构呈现出一种明显的梯度变化。

分析对比图 10 可知, 由相对刚度较大的构型 1 组成的宏观结构有更好的承载能力, 但由于负泊松比较小, 结构无法吸收更多的能量, 在碰撞中容易造成较大的损害; 由负泊松比较大的构型 2 组成的宏观结构在吸能特性上有更好的表现, 但结构会因为相对刚度较低被破坏; 由构型 1 和构型 2 组成的梯度结构则能兼具吸能和承载特性, 在吸收能量的同时具备一定的承载能力。

(a) 载荷-时间曲线

(b) 能量吸收-时间曲线

图 10 有限元仿真压缩载荷、能量吸收曲线

2.3 跨尺度梯度结构的性能试验及分析

采用 3D 打印中选择性激光烧结技术(Selective laser sintering, SLS)来打印该梯度结构, 通过对比有限元仿真和试验分析来进一步验证本文优化方法的可行性。

图 11 为按有限元仿真的宏观梯度结构进行打印的模型, 打印材料选用的是 316L 不锈钢粉末, 结构的整体尺寸为 $96 \text{ mm} \times 96 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$ 。

图 11 梯度结构 SLS 打印零件

试验中采用 100 kN 的万能试验机进行匀速压缩试验, 设置压缩速度为 5 mm/min, 压缩时间为 600 s。图 12 即为试样压缩变形图, 从图中可以看出, 随着压缩地进行, 试样出现明显内缩现象的同时伴随着空间上的梯度变化。整个过程包括了两个不同梯度层的弹性变形、塑性变形及塑性压实。图 12a 到图 12b 属于梯度结构的弹性变形阶段, 这一阶段的结构仅发生轻微形变; 随着压缩的继续, 等效刚度较低的梯度层首先进入塑性变形阶段, 结构因内孔的收缩产生较大变形如图 12c 所示; 直到该梯度层压缩至密实状态(图 12d)后, 等效刚度较大的梯度层也开始出现较大的塑性变形(图 12e); 最后, 梯度结构被压缩成如图 12f 所示的无孔洞的实体结构。结构的梯度变化说明等效刚度较大的梯度层具有更好的抗变形能力, 体现出较好的承载特性; 负泊松比大的梯度层具有更佳的内缩效应, 表明其具有更好的吸能特性, 这与有限元仿真的结果具有良好的 consistency。

图 12 梯度结构压缩变形图

图 13a 为试样压缩过程的载荷-时间曲线, 能量-时间曲线(图 13b)不能直接由试验仪器导出, 故按式 (19) 计算

$$E_T = \int_0^{S_b} F dS \quad (19)$$

式中, E_T 是梯度结构在受到压缩时总能量, S 是位移, S_b 是位移最大值, F 是压缩载荷。

从图 13a 可知, 在压缩前期, 结构处于弹性变形阶段, 载荷随时间呈直线上升状态; 随着压缩的进行, 载荷超过结构的弹性极限, 结构开始发生永久性变形, 此时处于塑性变形阶段, 这一阶段的应力为平台应力, 平台应力是衡量结构承载性能的重要指标。结合图 13b 和变形图可知, 结构通过内孔的收缩吸收能量的同时具有稳定的平台应力; 最后,

结构被压缩至密实状态。由于有限元分析施加的速度大于试验, 导致有限元分析的曲线整体高于试验数据, 但试验与有限元仿真的曲线具有类似的变化趋势, 综合图 12 可以得出, 试验验证了有限元分析的准确性, 进一步证明了通过本文提出的宏观跨尺度拓扑优化方法可以设计出兼具吸能与承载特性的梯度结构。

(a) 梯度结构载荷-时间曲线

(b) 梯度结构能量-时间曲线

图 13 梯度结构有限元和试验载荷能量曲线

3 结论

(1) 提出了一种梯度结构宏观跨尺度拓扑优化设计方法, 分阶段地求解不同尺度的结构优化问题。宏观尺度上基于经典的 SIMP 插值模型建立梯度结构优化数学模型, 聚类处理后得到具有明显密度分层的材料用量分布; 微观单胞结构则基于能量均匀化理论建立以负泊松比和刚度最大化为目标, 宏观结构各梯度层的密度值为优化体积约束的优化模型, 运用改进的优化准则法求解该模型, 并根据对应的体积约束, 将优化的构型代入对应的宏观分层结构, 得到了兼具吸能与承载特性的宏观梯度结构。

(2) 有限元分析的结果表明相对刚度较大的结构有较好的承载性能, 但由于负泊松比较低, 无法吸收更多的能量; 负泊松比较大的结构虽然有最佳的吸能特性, 但是会因为结构等效刚度较低被破坏。而由这两种结构的单胞构成的梯度结构兼具了吸能和承载两种特性。

(3) 对 3D 打印技术制备的宏观梯度结构进行压缩试验, 试验结果验证了有限元分析的准确性, 进一步证明了通过本文提出的梯度结构宏观细观跨尺度拓扑优化设计方法可以得到同时具备吸能和承载特性的梯度结构, 为碰撞吸能结构设计提供了一套科学的设计方法。

参 考 文 献

- [1] 彭翰新, 宁源, 石泽, 等. 三峡水利枢纽永久船闸人字门防撞装置设计[J]. 人民长江, 2005, 36(8): 29-35.
PENG Hanxin, NING Yuan, SHI Ze, et al. Design of anti-collision device for miter gate of permanent lock of three gorges water conservancy project[J]. Yangtze River, 2005, 36(8): 29-35.
- [2] CHENG Y H, ZHU Y X, SONG G, et al. Simulation calculation of floating-facility for anti-collision between ship and bridge over canal[J]. Journal of PLA University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2009, 10(6): 559-564.
- [3] SONG X G, SUN G Y, LI Q. Sensitivity analysis and reliability based design optimization for high-strength steeltailor welded thin-walled structures under crashworthiness[J]. Thin-Walled Structures, 2016, 109: 132-142.
- [4] ZHENG G, PANG T, SUN G Y, et al. Theoretical, numerical, and experimental study on laterally variable thickness (LVT) multi-cell tubes for crashworthiness[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 118: 283-297.
- [5] STURM R, HEPERLE M. Crashworthiness and ditching behavior of blended-wing-body (BWB) aircraft design. International Journal of Crashworthiness, 2015, 20(6): 1-10.
- [6] HOU S, LIU T, ZHANG Z, et al. How does negative Poisson's ratio of foam filler affect crashworthiness?[J]. Materials & Design, 2015, 82: 247-259.
- [7] LI D, YIN J, DONG L, et al. Numerical analysis on mechanical behaviors of hierarchical cellular structures with negative Poisson's ratio[J]. Smart Material Structures, 2017, 26(2): 14-25.
- [8] 崔世堂, 王波, 张科. 负泊松比蜂窝面内动态压缩行为与吸能特性研究[J]. 应用力学学报, 2017, 34(5): 919-924.
CUI Shitang, WANG Bo, ZHANG Ke. Mechanical behavior and energy absorption of honeycomb with negative Poisson's ratio under in-plane dynamic compression[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2017, 34(5): 919-924.
- [9] 杨智春, 邓庆田. 负泊松比材料与结构的力学性能研究及应用[J]. 力学进展, 2011, 41(3): 335-350.
YANG Zichun, DEN Qingtian. Mechanical property and application of materials and structures with negative Poisson's ratio [J]. Advances in Mechanics, 2011, 41(3): 335-350.
- [10] CHI S H, CHUNG Y L. Mechanical behavior of functionally graded material plates under transverse load—Part I: Analysis[J]. International Journal of Solids and Structures, 2006, 43(13): 3657-3674.
- [11] BENDOSE M P, SIGMUND O. Topology optimization theory methods and applications[M]. New York : Springer, 2003.
- [12] SIGMUND O. Materials with prescribed constitutive parameters : An inverse homogenization problem[J]. International Journal of Solids and Structures, 1994, 31(17): 2313-2329.
- [13] SIGMUND O. A new class of extremal composites[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2000, 48(2): 397-428.
- [14] XIA L, BREITKOPF P. Design of materials using topology optimization and energy-based homogenization approach in Matlab[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2015, 52(6): 1229-1241.
- [15] 杜义贤, 李涵钊, 田启华, 等. 基于能量均匀化的高剪切强度周期性点阵结构拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2017, 53(18): 152-160.
DU Yixian, LI Hanzhao, TIAN Qihua, et al. Topology optimization of periodic lattice structure with high shear strength using energy-based homogenization [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(18): 152-160.
- [16] LI H, LUO Z, ZHANG N, et al. Integrated design of cellular composites using a level-set topology optimization method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2016, 309: 453-475.
- [17] HUANG X, ZHOU S, XIE Y, et al. Topology optimization of microstructures of cellular materials and composites for macrostructures[J]. Computational Materials

- Science, 2013, 67: 397-407.
- [18] 孙士平, 张卫红, 戴高明, 等. 轻质材料与结构的一体化设计[J]. 航空学报, 2006(3): 413-417.
SUN Shiping, ZHANG Weihong, DAI Gaoming, et al. Integrated design of lightweight materials and structures[J]. Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica, 2006(3): 413-417.
- [19] 孙士平. 材料和结构的拓扑优化关键理论与方法研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
SUN Shiping. Research on key theory and method of topology optimization of materials and structures[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006.
- [20] 张卫红, 孙士平. 多孔材料/结构尺度关联的一体化拓扑优化技术[J]. 力学学报, 2006, 38(4): 522-529.
ZHANG Weihong, SUN Shiping. Integrated topological optimization techniques for porous material/structure scale correlation[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2006, 38(4): 522-529.
- [21] XIA Q, WANG M Y. Simultaneous optimization of the material properties and the topology of functionally graded structures[J]. Computer-Aided Design, 2008, 40(6): 660-675.
- [22] XIA L, BREITKOPF P. Concurrent topology optimization design of material and structure within FE^2 nonlinear multiscale analysis framework[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2014, 278: 524-542.
- [23] 刘哲, 金达锋, 范志瑞. 基于密度分布曲线法的复合材料变刚度铺层优化[J]. 复合材料学报, 2015, 32(6): 1737-1744.
LIU Zhe, JIN Dafeng, FAN Zhirui. Optimization of variable stiffness lamination of composite materials based on density distribution curve method[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2015, 32(6): 1737-1744.
- [24] 邓小林. 分层梯变负泊松比蜂窝结构的面内冲击动力学分析[J]. 机械设计与制造, 2016(4): 219-223.
DEN Xiaolin. In-plane impact dynamics analysis of honeycomb structure with layer gradient negative Poisson's ratio [J]. Machinery Design & Manufacture, 2016(4): 219-223.
- [25] MA Z D, KIKUCHIN, PIERRE C, et al. Multidomain topology optimization for structural and material designs[J]. Journal of Applied Mechanics, 2006, 73(4): 565-573.
- [26] 沈观林, 胡更开. 复合材料力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
SHEN Guanlin, HU Gengkai. Composite mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.
- [27] GUEDES J, KIKUCHI N. Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1990, 83(2): 143-198.
- [28] ZHOU S, LI Q. Design of graded two-phase microstructures for tailored elasticity gradients[J]. Journal of Materials Science, 2008, 43(15): 5157-5167.
- [29] 焦洪宇, 周奇才, 李文军, 等. 基于变密度法的周期性拓扑优化[J]. 机械工程学报, 2013, 49(13): 132-138.
JIAO Hongyu, ZHOU Qicai, LI Wenjun, et al. Periodictopology optimization using variable density method [J] Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(13): 132-138.
- [30] DU Y, CHEN D. Suppressing gray-scale elements in topology optimization of continua using modified optimality criterion methods[J]. Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2012, 86(1): 53-70.

作者简介: 杜义贤(通信作者), 男, 1978 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为结构优化与分析、CAD/CAM 技术。

E-mail: duyixian@aliyun.com

尹鹏, 男, 1993 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为结构优化与分析、轻量化设计、材料/结构一体化设计。

E-mail: yinpengq@aliyun.com

田启华, 男, 1962 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为数字化设计与制造、企业信息化。

E-mail: tqh@ctgu.edu.cn