DOI: 10.3901/JME.2020.07.072

滚刀主轴振动位移与加速度响应模型研究与验证^{*}

周 涵 鄢 萍 裴 洁 赵 桢 罗倩倩
(重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆 400044)

摘要: 滚齿机振动难以避免,研究滚刀主轴的振动特性可为滚齿加工工艺参数优化和滚齿加工振动自补偿研究提供理论基础。为实现滚齿机振动控制、提高滚齿加工质量,基于欧拉梁理论建立滚刀主轴振动平衡方程,推导滚刀主轴各阶固有频率和各阶主振型计算公式。由模态分析法推导滚刀主轴坐标系下滚刀主轴沿任意方向的振动位移计算公式,并基于坐标变换原理建立工件坐标系 X 方向和 Z 方向的振动位移和加速度响应函数模型。针对横向不受力和加工两种振动状态开展测试实验,并对比加工状态下振动位移和加速度的仿真值与测试值,相对误差均小于 5%,验证滚刀主轴固有频率和振动响应函数模型的正确性。综合分析振动测试数据与振动响应函数模型仿真数据,得出滚刀主轴振动量与振动方向、振动阶次的变化关系。最终基于振动响应函数模型提出了一种加工工艺参数优化的思路。

关键词: 滚刀主轴; 振动响应函数模型; 测试

中图分类号: TG61

Research and Verification of Vibration Displacement and Acceleration Response Model of Hob Spindle

ZHOU Han YAN Ping PEI Jie ZHAO Zhen LUO Qianqian

(The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044)

Abstract: The vibration of the gear hobbing machine cannot be eliminated. A theoretical basis for optimizing the technological parameters of gear hobbing and self-compensation of the vibration of gear hobbing can be provided by the study of the vibration characteristics of the hob spindle. Therefore, in order to realize the vibration control of hob and improve the quality of hob machining, the vibration balance equation of hob spindle is established based on euler beam theory, and the calculation formulas of natural frequency and main mode of hob spindle are derived. The formula for calculating the vibration displacement of the hob spindle along any direction in the hob spindle coordinate system is derived from the modal analysis method, and the vibration displacement and acceleration response function models in the X and Z directions of the workpiece coordinate system are established based on the coordinate transformation principle. The test experiment is carried out for the two vibration states of transverse non-stress and machining, and the relative error is less than 5% by comparing the simulation value and test value of vibration displacement and acceleration under machining state, verifying the correctness of the natural frequency and vibration response function model of hob spindle. Based on the comprehensive analysis of the vibration test data and the simulation data of vibration response function model, the relation between the vibration of the hob spindle and the vibration direction and order is obtained. Finally, based on the vibration response function model, a new idea of processing parameter optimization is proposed.

Key words: hob spindle; vibration response function model; test

0 前言

滚齿加工是目前齿轮制造的最主要的加工方法。滚齿加工过程中外界激励引起的受迫振动和时变切削力引起的自激振动使得滚刀主轴与加工齿轮

中心之间的距离发生细微变化,直接影响着滚齿机的加工性能,对于滚齿机而言这是难以控制也是无法避免的问题。设置不合适的加工工艺参数会加大滚刀主轴的振动,导致加工齿轮表面质量下降、滚齿机加工精度降低。更甚者,若滚刀主轴的激振频率接近于滚刀主轴的固有频率时,会导致滚齿机床的共振,影响机床结构性能。因此,为了解滚齿机振动机理、减少主轴振动、提高滚齿机的加工稳定

^{*} 国家科技重大专项资助项目(2018ZX04025001)。20190414 收到初稿,20190912 收到修改稿

性和加工质量,有必要开展滚齿机滚刀主轴振动响应特性研究。分析滚刀主轴振动与加工工艺参数之间的关联关系能够为改进滚齿机结构,减少滚齿机床颤振提供相应的理论依据,并能帮助工艺人员在满足加工表面质量要求的前提下实现加工工艺参数的优化。

国内外十分重视滚刀主轴振动研究^[1],目前主轴振动的研究方法主要有利用有限元分析模型、推导数学模型与研究机床监测数据等方法^[2-4]。BOUZAK 等^[5-11]通过分析切削力来研究机床的振动特性,但是很少有基于滚削力对滚刀主轴振动量进行更深入的研究;SIVASAKTHIVEL 等^[12-14]研究位移控制算法以减少铣削机床的颤振,但是这些方法仍停留在表面研究,不能达到相应的效果。CATANIA 等^[15-20]从不同角度建立机床动力学分析模型用于机床加工过程的稳定性研究;刘成颖等^[16, 21-25]通过研究主轴轴承与托座壳体分析滚刀主轴振动,但这些研究均未深入研究滚刀主轴振动机理,存在很大的误差。MORI 等^[26]提出了一种通用的机床阻尼系统研究方法,但并未考虑滚齿机的特殊性;李先广等^[27]研究了滚刀主轴的振动特性,也仅推导了工件坐标系下滚刀主轴 X 方向的振动响应。综上,国内外众多学者都针对滚刀主轴振动开展了研究,但是大多或停留在表面研究,或难以获得真实的滚刀主轴精确振动值,或只研究某一敏感方向的振动。加工工艺参数的设置对各方向的振动影响不尽相同但却具有一定的关联关系,其中 X 方向和 Z 方向的振动直接影响齿轮垂直面和水平面的表面质量,而少有人基于多混合影响加工工艺参数深入研究滚刀主轴多敏感方向振动。

该文从滚刀主轴切削力着手,基于欧拉梁理论,在分析滚刀主轴各阶固有频率的基础上从通用性的角度建立了滚刀主轴坐标系下滚刀主轴沿任意方向 ν 的振动与多加工工艺参数之间的响应函数模型;推导滚刀主轴在滚刀坐标系和工件坐标系 X 方向和 Z 方向的振动位移与振动加速度响应函数模型。以高速干切滚齿机 YE3120CNC7 为实验对象,测试滚齿机在横向不受力、加工两种状况下滚刀主轴的振动并分析振动仿真值和测试值,验证该响应函数模型的正确性;并分析滚刀主轴不同阶数之间、不同方向之间振动值差异与加工工艺参数的关系。研究结果可为改善滚齿机结构、优化滚齿加工工艺参数提供理论依据;该研究提出的函数模型可通过算法内嵌进数控系统,为滚齿加工过程中振动位移、振动加速度自适应控制与补偿提供相应的支持。

1 滚刀主轴振动固有特性分析

滚刀主轴在加工过程中的振动分为弯曲振动、扭转振动和纵向振动,鉴于扭转振动以及纵向振动相比弯曲振动而言对主轴变形影响较小,该文仅列出了滚刀主轴弯曲振动响应分析。本章通过建立振动力学平衡方程对横向不受力状态求解,最终获得滚刀主轴固有频率计算公式和各阶主振型。

1.1 振动力学分析

滚刀主轴的运动方程为取决于滚刀主轴坐标和时间的二元函数的偏微分方程。

建立滚刀主轴坐标系 $O_s X_s Y_s Z_s$, X_s 平行于切向, Y_s 方向为沿着主轴方向, Z_s 为径向方向,如图 1a 所示;根据材料力学原理可将滚刀简化为图 1b 形式。设滚刀长度 L , 沿着任意方向 ν 做弯曲振动,不计转动惯量和剪切变形的影响,在滚刀主轴 s 位置取微元段 ds 进行受力分析,滚刀主轴内部有滚刀左侧施加在微元左侧的剪切力 $Q(s, t)$ 和弯矩 $M(s, t)$, 滚刀右侧施加在微元右侧剪切力 $Q(s, t) + \frac{\partial Q(s, t)}{\partial s} ds$ 和弯矩 $M(s, t) + \frac{\partial M(s, t)}{\partial s} ds$, 微元受外界切削力 $f^{(\nu)}(s, t)$ 以及自重 $\rho(s)A(s)ds \frac{\partial^2 \nu(s, t)}{\partial t^2}$ 。以该微元为研究对象,根据达朗贝尔原理可建立作用力平衡方程和力矩平衡方程,如式(1)所示

$$\left\{ \begin{array}{l} Q(s, t) - \left(Q(s, t) + \frac{\partial Q(s, t)}{\partial s} ds \right) + \\ f^{(\nu)}(s, t) ds - \rho(s)A(s)ds \frac{\partial^2 \nu(s, t)}{\partial t^2} = 0 \\ \left(M(s, t) + \frac{\partial M(s, t)}{\partial s} ds \right) + \rho(s)A(s)ds \frac{\partial^2 \nu(s, t)}{\partial t^2} \frac{ds}{2} - \\ M(s, t) - f^{(\nu)}(s, t)ds \frac{ds}{2} - Q(s, t)ds = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

式中 $Q(s, t)$ ——滚刀主轴截面 s 于 t 时刻所受剪切力;

$f^{(\nu)}(s, t)$ ——滚刀主轴沿 ν 向所受外力;

$\nu(s, t)$ ——滚刀主轴截面 s 于 t 时刻沿 ν 方向的振动位移;

$M(s, t)$ ——滚刀主轴截面 s 于 t 时刻所受弯矩;

$\rho(s)$ ——滚刀主轴截面 s 的密度;

$A(s)$ ——滚刀主轴截面 s 的面积。

图1 滚刀主轴受力分析图

基于材料力学^[28]并设 $\rho(s)A(s)$ 为不变的量 ρA , 上述方程式最终可简化如下

$$EI \frac{\partial^4 v(s,t)}{\partial s^4} = f^{(v)}(s,t) - \rho A \frac{\partial^2 v(s,t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

式中 E ——滚刀主轴弹性模量;

I ——滚刀主轴横截面对通过截面形心轴的惯性矩, $I = \pi d^4/32$;

d ——滚刀主轴直径。

1.2 固有频率分析

对于滚刀主轴横向不受力, 有 $f^{(v)}(s,t)=0$ N, 则式(2)可表示为式(3)

$$\frac{\partial^4 v(s,t)}{\partial s^4} = -\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 v(s,t)}{\partial t^2}, \quad k = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (3)$$

分析式(3)可以看出: 滚刀主轴振动对空间的四阶偏微分与对时间的二阶偏微分存在相等关系。采用分离变量法将振动位移按时间与空间分离

$$v(s,t) = V(s)\phi(t) \quad (4)$$

式中, $V(s)$ 表示主轴振动的空间变化; $\phi(t)$ 表示主轴振动随时间变化。式(4)可表示为式(5)

$$\frac{k^2}{V(s)} \cdot \frac{\partial^4 V(s)}{\partial s^4} = -\frac{1}{\phi(t)} \cdot \frac{\partial^2 \phi(t)}{\partial t^2} = \omega_n^2 \quad (5)$$

仔细观察上式, 可以看出, 等式左边只与空间

有关, 等式右边只与时间有关。联系空间与时间的即为滚刀主轴的固有频率 ω_n 。求解上式得

$$\begin{cases} V(s) = k_1 e^{-i\sqrt{\frac{\omega_n}{k}}s} + k_2 e^{i\sqrt{\frac{\omega_n}{k}}s} + k_3 e^{-\sqrt{\frac{\omega_n}{k}}s} + k_4 e^{\sqrt{\frac{\omega_n}{k}}s} \\ \phi(t) = m \cos(\omega_n t) + n \sin(\omega_n t) = k_5 \sin(\omega_n t + \alpha) \end{cases} \quad (6)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots$$

式中, $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, m, n, \alpha$ 均为常数。

滚刀主轴属于简支梁, 其边界条件如表1。则滚刀主轴横向不受力的各阶固有频率和主振型为

$$\begin{cases} \omega_i = \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = \frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} \\ V_i(s) = C \sin\left(\frac{i\pi}{L}s\right) \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

表1 滚刀主轴边界条件

空间位置 s/mm	主振型 $V(s)/\text{mm}$	主振型二阶微分 $V''(s)/(\text{m/s}^2)$
0	0	0
L	0	0

根据滚刀主轴各主振型的正交性条件可推导出

$$\begin{cases} (\eta_i - \eta_j) \int_0^L V_i(s) V_j(s) ds = 0 \\ \int_0^L V_i^*(s) V_j^*(s) ds = 0, i \neq j \\ \int_0^L V_i''(s) V_j(s) ds = 0, i \neq j \\ EI \int_0^L V_i''(s) V_j(s) ds = \omega_i^2, i = j \end{cases} \quad (8)$$

当 $i = j$ 时取正则化条件 $\alpha = 1/m = 1/\rho A$ 有

$$\int_0^L V_i(s) V_j(s) ds = \frac{1}{\rho A} \Rightarrow C = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{2}{\pi \rho L}} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \omega_i = \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = \frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} \\ V_i(s) = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{2}{\pi \rho L}} \sin\left(\frac{i\pi}{L}s\right) \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

2 滚刀主轴振动响应分析

本章基于上章的固有频率 ω_i 和主振型 V_i , 通过二阶偏微分方程研究在滚刀主轴坐标系任意方向 $\mathbf{v}$ 的振动并推导滚刀坐标系和工件坐标系下滚刀主轴 X 方向和 Z 方向的振动响应。

2.1 任意方向振动响应模型建立

采用模态分析法分析等截面均质滚刀主轴可知在滚削加工过程其弯曲振动的通解可表示为

$$v(s,t) = \sum_{i=1}^{\infty} (V_i(s) \phi_i(t)) \quad (11)$$

根据公式(2)建立公式(12)

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[EI \phi_i(t) \int_0^L V_i''(s) V_j(s) ds + \rho A \phi_i''(t) \int_0^L V_i(s) V_j(s) ds \right] = \int_0^L f^{(v)}(s, t) V_j(s) ds \quad (12)$$

基于方程组(8)的主振型的正交性关系和正则化条件可将上式简化。

$$\phi_i''(t) + \omega_i^2 \phi_i(t) = \int_0^L f^{(v)}(s, t) V_i(s) ds \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

在实验参数环境中, 滚齿加工滚削区域相对于滚刀的整体尺寸而言是很小的存在, 因此可认为滚削力只作用于滚刀中部位置。

$$\phi_i''(t) + \frac{i^4 \pi^4 d^2 E}{8 \rho L^4} \phi_i(t) = \frac{2 f^{(v)}(L/2, t)}{d} \sqrt{\frac{2}{\pi \rho L}} \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \quad i=1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

在滚削过程中所有滚削分力的频率均为 $v \cdot Z_d/60$, 其中 v 为滚刀转速, Z_d 为滚刀头数。因此可将滚削力看成是 j 个频率相近而幅值有所差别的简谐力的线型叠加^[9]。求解 $\phi_i(t)$ 之后可得滚刀主轴滚削过程中沿着 v 方向的振动响应函数为

$$v(s, t) = \sum_{i=1}^{\infty} (V_i(s) \phi_i(t)) = \frac{64 \times 10^8 f^{(v)} L^3}{\pi^5 d^4 E} \times \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{i^4 - \frac{2Z_d^2 v^2 L^4 \rho}{225 \pi^2 d^2 E}} \sin\left(\frac{i\pi}{L} s\right) \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \times \left(\sin\left(\frac{2\pi v Z_d}{60} t\right) - \frac{v Z_d L^2}{15 i^2 \pi d} \sqrt{\frac{2\rho}{E}} \sin\left(\frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} t\right) \right) \right] \quad (15)$$

2.2 不同坐标系下敏感方向振动位移模型建立

基于机械设计^[29]与于春建建立的滚削力计算公式与工件修正系数表^[30], 根据图 1 可得到滚刀主轴坐标系下滚削过程中滚刀受力, 加工工艺参数代表含义如表 2 所示。

$$\begin{cases} F_{X_s} = \frac{18.2m^{1.75} S^{0.65} T^{0.81} v^{-0.26} Z_w^{0.27} K_m K_h K_a}{d} \sin \alpha_n \\ F_{Y_s} = \frac{18.2m^{1.75} S^{0.65} T^{0.81} v^{-0.26} Z_w^{0.27} K_m K_h K_a}{d} \cos \alpha_n \cos \beta_s \\ F_{Z_s} = \frac{18.2m^{1.75} S^{0.65} T^{0.81} v^{-0.26} Z_w^{0.27} K_m K_h K_a}{d} \cos \alpha_n \sin \beta_s \end{cases} \quad (16)$$

对于滚刀主轴坐标系 $O_s X_s Y_s Z_s$ 而言, 代入滚削力公式, 则滚刀主轴在 X_s 和 Z_s 两个方向的振动位移矩阵为

$$\begin{pmatrix} x_s(s, t) \\ z_s(s, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v(X_s, t) \\ v(Z_s, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{18.2m^{1.75} S^{0.65} T^{0.81} v^{-0.26} Z_w^{0.27} K_m K_h K_a}{d} \sin \alpha_n \right) \times \left[\frac{64 \times 10^8 L^3}{\pi^5 d^4 E} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{i^4 - \frac{2Z_d^2 v^2 L^4 \rho}{225 \pi^2 d^2 E}} \sin\left(\frac{i\pi}{L} s\right) \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \times \left(\sin\left(\frac{2\pi v Z_d}{60} t\right) - \frac{v Z_d L^2}{15 i^2 \pi d} \sqrt{\frac{2\rho}{E}} \sin\left(\frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} t\right) \right) \right] \right. \\ \left. \left(\frac{18.2m^{1.75} S^{0.65} T^{0.81} v^{-0.26} Z_w^{0.27} K_m K_h K_a}{d} \cos \alpha_n \sin \beta_s \right) \times \left[\frac{64 \times 10^8 L^3}{\pi^5 d^4 E} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{i^4 - \frac{2Z_d^2 v^2 L^4 \rho}{225 \pi^2 d^2 E}} \sin\left(\frac{i\pi}{L} s\right) \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \times \left(\sin\left(\frac{2\pi v Z_d}{60} t\right) - \frac{v Z_d L^2}{15 i^2 \pi d} \sqrt{\frac{2\rho}{E}} \sin\left(\frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} t\right) \right) \right] \right] \right) \end{pmatrix} \quad (17)$$

式中 $x_s(s, t)$ ——滚刀主轴在 s 位置沿着 X_s 方向的位移;

$z_s(s, t)$ ——滚刀主轴在 s 位置沿着 Z_s 方向的位移。

由图 1 可以看出: 工件坐标系 $O_w X_w Y_w Z_w$ 与滚刀主轴坐标系 $O_s X_s Y_s Z_s$ 存在转换矩阵。

$$\begin{aligned} T_w^s &= \begin{pmatrix} R_{3 \times 3}^{Y_s} & T_{3 \times 1}^{Y_s} \\ P_{1 \times 3}^{Y_s} & S_{1 \times 1}^{Y_s} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} R_{3 \times 3}^{X_s} & T_{3 \times 1}^{X_s} \\ P_{1 \times 3}^{X_s} & S_{1 \times 1}^{X_s} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_n\right) & 0 & -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_n\right) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_n\right) & 0 & \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_n\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta_w - \beta_s) & \sin(\beta_w - \beta_s) & 0 \\ 0 & -\sin(\beta_w - \beta_s) & \cos(\beta_w - \beta_s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \sin(\alpha_n) & \cos(\alpha_n) \sin(\beta_w - \beta_s) & -\cos(\alpha_n) \cos(\beta_w - \beta_s) & 0 \\ 0 & \cos(\beta_w - \beta_s) & \sin(\beta_w - \beta_s) & 0 \\ \cos(\alpha_n) & -\sin(\alpha_n) \sin(\beta_w - \beta_s) & \sin(\alpha_n) \cos(\beta_w - \beta_s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (18) \end{aligned}$$

式中 $R_{3 \times 3}^{X_s}, R_{3 \times 3}^{Y_s}$ ——滚刀主轴坐标系绕 X_s 轴、 Y_s 轴旋转矩阵;

$T_{3 \times 1}^{X_s}, T_{3 \times 1}^{Y_s}$ ——滚刀主轴坐标系沿 X_s 轴、 Y_s 轴平移矩阵;

$P_{1 \times 3}^{X_s}, P_{1 \times 3}^{Y_s}$ ——滚刀主轴坐标系透视变换矩阵;

$S_{1 \times 1}^{X_s}, S_{1 \times 1}^{Y_s}$ ——滚刀主轴坐标系缩放比例尺;

α_n ——齿形角;

β_s ——滚刀导程角;

β_w ——工件螺旋角。

表 2 滚齿加工工艺参数符号对照表

参数名	参数符号	参数名	参数符号
法向模数	m	工件齿数	Z_w
轴向进给量	S	齿形角	α_n
吃刀深度	T	工件硬度修正系数	K_h
滚刀导程角	β_s	螺旋角修正系数	K_a
滚刀直径	d	工件材料修正系数	K_m
切削速度	v		

考虑到滚刀主轴纵向变形相比弯曲变形而言极小, 该文视纵向变形 $y_s(s, t)$ 与 $y_w(s, t)$ 为 0。因此, 滚刀主轴在 X_w 方向和 Z_w 方向的振动位移响应函数模型如式(19)所示

$$\begin{pmatrix} x_w(s, t) \\ 0 \\ z_w(s, t) \\ 1 \end{pmatrix} = T_w^s \begin{pmatrix} x_s(s, t) \\ 0 \\ z_s(s, t) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{18.2m^{1.75} S^{0.65} T^{0.81} v^{-0.26} Z_w^{0.27} K_m K_h K_a}{d} \right) \times \\ \left(\sin^2 \alpha_n - \cos^2 \alpha_n \sin \beta_s \cos(\beta_w - \beta_s) \right) \times \\ \frac{64 \times 10^8 L^3}{\pi^5 d^4 E} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{i^4 - \frac{2Z_d^2 v^2 L^4 \rho}{225\pi^2 d^2 E}} \sin\left(\frac{i\pi}{L} s\right) \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \times \right. \\ \left. \left(\sin\left(\frac{2\pi v Z_d}{60} t\right) - \frac{v Z_d L^2}{15i^2 \pi d} \sqrt{\frac{2\rho}{E}} \sin\left(\frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} t\right) \right) \right] \\ 0 \\ \left(\frac{18.2m^{1.75} S^{0.65} T^{0.81} v^{-0.26} Z_w^{0.27} K_m K_h K_a}{d} \right) \times \\ \left(\cos \alpha_n (\sin \alpha_n + \sin \beta_s \sin \alpha_n \cos(\beta_w - \beta_s)) \right) \times \\ \frac{64 \times 10^8 L^3}{\pi^5 d^4 E} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{i^4 - \frac{2Z_d^2 v^2 L^4 \rho}{225\pi^2 d^2 E}} \sin\left(\frac{i\pi}{L} s\right) \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \times \right. \\ \left. \left(\sin\left(\frac{2\pi v Z_d}{60} t\right) - \frac{v Z_d L^2}{15i^2 \pi d} \sqrt{\frac{2\rho}{E}} \sin\left(\frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} t\right) \right) \right] \\ 1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

式中 $x_w(s, t)$ ——滚刀主轴在 s 位置沿着 X_w 方向的位移

$z_w(s, t)$ ——滚刀主轴在 s 位置沿着 Z_w 方向的位移

2.3 工件坐标系敏感方向振动加速度模型建立

对滚刀主轴振动位移对时间二阶微分可得到滚刀主轴振动加速度与加工工艺参数响应函数模型如式(20)所示

$$\begin{pmatrix} a_w^x(s, t) \\ a_w^z(s, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_w''(s, t) \\ z_w''(s, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\frac{18.2m^{1.75} S^{0.65} T^{0.81} v^{-0.26} Z_w^{0.27} K_m K_h K_a}{d} \right) \frac{64 \times 10^8 L^3}{\pi^5 d^4 E} \times \\ \left[\sin^2 \alpha_n - \cos^2 \alpha_n \sin \beta_s \cos(\beta_w - \beta_s) \right] \times \\ \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{i^4 - \frac{2Z_d^2 v^2 L^4 \rho}{225\pi^2 d^2 E}} \sin\left(\frac{i\pi}{L} s\right) \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \times \right. \\ \left. \left(-\frac{\pi^2 v^2 Z_d^2}{900} \sin\left(\frac{2\pi v Z_d}{60} t\right) + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{i^2 v Z_d \pi^3 d}{60L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} \sin\left(\frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} t\right) \right) \right] \\ \left(\frac{18.2m^{1.75} S^{0.65} T^{0.81} v^{-0.26} Z_w^{0.27} K_m K_h K_a}{d} \right) \frac{64 \times 10^8 L^3}{\pi^5 d^4 E} \times \\ \left[\cos \alpha_n (\sin \alpha_n + \sin \beta_s \sin \alpha_n \cos(\beta_w - \beta_s)) \right] \times \\ \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{i^4 - \frac{2Z_d^2 v^2 L^4 \rho}{225\pi^2 d^2 E}} \sin\left(\frac{i\pi}{L} s\right) \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \times \right. \\ \left. \left(-\frac{\pi^2 v^2 Z_d^2}{900} \sin\left(\frac{2\pi v Z_d}{60} t\right) + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{i^2 v Z_d \pi^3 d}{60L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} \sin\left(\frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} t\right) \right) \right] \end{pmatrix} \quad (20)$$

式中 $a_w^x(s, t)$ ——滚刀主轴上在 s 位置沿着 X_w 方向的加速度;

$a_w^z(s, t)$ ——滚刀主轴上在 s 位置沿着 Z_w 方向的加速度。

将振动位移响应函数模型与振动加速度响应函数模型按照影响因素拆分为多个部分则可得式组(21), 每一部分用字母 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8$ 对应表示, 其中每一部分对应的字母针对对滚刀主轴振动位移和振动加速度响应影响含义如表 3 所示。

表 3 滚刀主轴振动响应函数模型简化参数

字母	代表含义
A_1	滚刀受力
A_2	坐标变换
A_3	坐标变换
A_4	振动与阶次及滚刀位置变化
A_5	转频对应振动位移与时间变化
A_6	固有频率对应振动位移与时间变化
A_7	转频对应振动加速度与时间变化
A_8	固有频率对应振动加速度与时间变化

$$\left\{ \begin{aligned} A_1 &= \frac{18.2m^{1.75}S^{0.65}T^{0.81}v^{-0.26}Z_w^{0.27}K_mK_hK_a}{d} \\ A_2 &= \sin^2\alpha_n - \cos^2\alpha_n \sin\beta_s \cos(\beta_w - \beta_s) \\ A_3 &= \cos\alpha_n (\sin\alpha_n + \sin\beta_s \sin\alpha_n \cos(\beta_w - \beta_s)) \\ A_4 &= \frac{64 \times 10^8 L^3}{\pi^5 d^4 E} \cdot \frac{1}{i^4 - \frac{2Z_d^2 v^2 L^4 \rho}{225\pi^2 d^2 E}} \cdot \sin\left(\frac{i\pi}{2}s\right) \sin\left(\frac{i\pi}{2}\right) \\ A_5 &= \sin\left(\frac{2\pi v Z_d t}{60}\right) \\ A_6 &= -\frac{v Z_d L^2}{15i^2 \pi d} \sqrt{\frac{2\rho}{E}} \sin\left(\frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} t\right) \\ A_7 &= -\frac{\pi^2 v^2 Z_d^2}{900} \sin\left(\frac{2\pi v Z_s t}{60}\right) \\ A_8 &= \frac{i^2 v Z_d \pi^3 d}{60L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} \sin\left(\frac{i^2 \pi^2 d}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{2\rho}} t\right) \end{aligned} \right. \quad (21)$$

根据公式组(21), 则滚刀主轴的振动响应为

$$\begin{pmatrix} x_w(s, t) \\ z_w(s, t) \\ a_w^x(s, t) \\ a_w^z(s, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 A_2 \sum_{i=1}^{\infty} A_4 (A_5 + A_6) \\ A_1 A_3 \sum_{i=1}^{\infty} A_4 (A_5 + A_6) \\ A_1 A_2 \sum_{i=1}^{\infty} A_4 (A_7 + A_8) \\ A_1 A_3 \sum_{i=1}^{\infty} A_4 (A_7 + A_8) \end{pmatrix} \quad (22)$$

分析滚削过程中滚刀主轴振动位移和振动加速度的数学表达式, 可以看出滚刀主轴的振动随时间变化部分由两部分弦函数组成, 一部分是频率固定的弦函数, 即 A_5, A_7 , 该部分只与滚削转速和滚刀头数有关; 另一部分是频率随着振动阶次变化的弦函数, 即 A_6, A_8 , 该部分由各加工工艺参数共同决定; 滚刀主轴在 X 方向和 Z 方向的振动位移响应具有相同的形式, 加工过程中 X 方向和 Z 方向振动孰大孰小依赖于滚刀导程角和工件螺旋角以及齿形角共同作用项, 即 A_2, A_3 。同方向上的振动位移与振动加速

度也有相似的响应结构, 不同点在于随时间变化项不同, 即 A_5, A_6, A_7, A_8 。

在滚刀主轴中部 $s = L/2$ 处上述参数 A_4 发生变化为 A'_4 , 其表达式如式(23)所示

$$A'_4 = \frac{64 \times 10^8 L^3}{\pi^5 d^4 E} \times \frac{1}{i^4 - \frac{2Z_d^2 v^2 L^4 \rho}{225\pi^2 d^2 E}} \times \sin^2\left(\frac{i\pi}{2}\right) \quad (23)$$

根据式(23)可得滚刀主轴中部的振动响应为

$$\begin{pmatrix} x_w\left(\frac{L}{2}, t\right) \\ z_w\left(\frac{L}{2}, t\right) \\ a_w^x\left(\frac{L}{2}, t\right) \\ a_w^z\left(\frac{L}{2}, t\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 A_2 \sum_{i=1}^{\infty} A'_4 (A_5 + A_6) \\ A_1 A_3 \sum_{i=1}^{\infty} A'_4 (A_5 + A_6) \\ A_1 A_2 \sum_{i=1}^{\infty} A'_4 (A_7 + A_8) \\ A_1 A_3 \sum_{i=1}^{\infty} A'_4 (A_7 + A_8) \end{pmatrix} \quad (24)$$

3 滚刀主轴振动响应特性验证

3.1 试验设备介绍

以重庆机床厂的 YE3120CNC7 滚齿机为对象进行滚刀主轴振动测试试验, 滚刀主轴测试时使用 IFM 的电子诊断设备 VES003, 其传感器为加速度传感器, 测量范围为 $\pm 25 \text{ g}$, 灵敏度 0.2 mg , 频率范围为 $0 \sim 6000 \text{ Hz}$ 。其配套的分析软件可以通过拉普拉斯变换与微积分算法得到滚刀主轴的振动位移, 并通过 octavis OPC 在笔记本电脑上显示并将数据以 Excel 表格形式导出存储。在滚刀主轴的 X 方向和 Z 方向分别放置传感器测头, 设置频率分辨率为 $1526 \text{ Hz}(0.655 \text{ ms})$ 。传感器通过磁力座吸附在滚刀主轴托座上, 图 2 为振动传感器的安装示意图。

图2 振动传感器安装示意图

3.2 振动分析与测试实验

因加工不同种类齿轮时用的滚刀以及齿轮的装夹装置均不一样,故仅对某类盘类齿轮加工过程进行响应函数模型仿真分析和测试分析。由工序卡片获得滚刀主轴和齿轮的加工工艺参数如表4所示。

表4 加工工艺参数表

参数名称	内容
材料	38CrMoAlA
型号	7A-1251/D-1A
滚刀直径/mm ²	80
滚刀长度/mm	180
弹性模量 E/GPa	206
滚刀导程角 $\beta_s/(\circ)$	4
滚刀头数 Z_d	3
进给量 $S/(\text{mm/r})$	3.5
密度 $\rho/(\text{kg/m}^3)$	7 850
刀具安装角 $\theta/(\circ)$	31
工作转速 $v/(\text{r/min})$	600
最高转速 $v_{\max}/(\text{r/min})$	800
吃刀深度 T/mm	4.79
材料	20CrmoH
模数 m/mm	1.75
齿数 Z_w	37
齿形角 $\alpha_n/(\circ)$	20
螺旋角 $\beta_w/(\circ)$	35
螺旋方向	右
变位系数 X/mm	-0.05
工件材料修正系数 K_m	1
工件硬度修正系数 K_h	1.15
螺旋角修正系数 K_a	1.16

由于低阶振型对滚刀主轴的振动特性起到了决定性的作用,且在实际工程,一般只考虑前6阶振动响应^[17, 27],且通过滚刀主轴的仿真值可以看出滚刀主轴的振动99%以上都是由前六阶贡献。对滚刀而言,其在 $s = L/2$ 处振动响应在偶数阶为零,因此仅分析第1,3,5阶振动位移与加速度响应即可。

3.2.1 理论分析

(1) 固有特性理论分析。

根据前述固有特性理论推导式(10),可以得到

前五阶固有频率如表5所示。

表5 各阶固有频率理论值

振动阶数	第1阶	第2阶	第3阶	第4阶	第5阶
固有频率/Hz	44.14	176.55	397.23	706.19	1 103.41

分析表5可知,滚刀主轴一阶固有频率为44.14 Hz,而由表4可知,选用的滚刀头数为3,那么转频为44.14 Hz对应的滚刀主轴转速为: $44.14 \times 60 \div 3 = 882.8 \text{ r/min}$,由表4可知, YE3120CNC7 滚齿机额定最高转速为800 r/min(对应的激振频率为 $800 \times 3 \div 60 = 40 \text{ Hz}$,小于一阶固有频率),且滚齿加工的工作转速一般低于滚齿机的最高转速,表明滚齿加工可避免共振现象的发生。

(2) 加工过程振动响应理论模型仿真分析。

图3为按照表4中加工工艺参数条件下的滚刀主轴振动位移在X方向和Z方向的仿真值,由于转频为30 Hz对应的振动位移远大于固有频率对应的振动,为清晰的表示固有频率对应的振动位移,这里并未将频率为30 Hz对应的振动完全展示出来。

(a) 滚刀主轴加工状态振动位移时域仿真值

(b) 滚刀主轴加工状态振动位移频域仿真值

图3 滚刀主轴加工状态振动位移仿真值

图4为按照表4中加工工艺参数的滚刀主轴振动加速度在X方向和Z方向的仿真值。可以看出滚刀主轴振动是周期性的,其幅值比纯粹的各阶振动幅值相加之和要小,这是由于滚刀主轴各阶振动正负相互抵消造成的现象。分析振动函数响应公式可以了解到,公式中的 A_5 , A_7 体现了滚刀主轴的转频所对应的振动信息, A_6 , A_8 体现了滚刀主轴的各阶固有振动信息。同时可以看出振动位移周期与振动

加速度周期相差较大, 这体现了滚刀主轴转频对应的振动和各阶固有频率对应的振动形式差异。

图 4 滚刀主轴加工状态振动加速度仿真值

仔细分析各阶振动, 去除相同影响项 A_1 并分析该工况下滚刀主轴各阶振动位移、振动加速度响应函数模型, 得到表 6。在滚刀受力确定的情况下, 对比角度影响项 A_2, A_3 , 可以看出 A_2, A_3 相差为 5 倍左右, 根据公式(25)可以判断同等阶次下 Z 方向振动大于 X 方向的振动, 且为 5 倍左右。

表 6 振动影响因素分析表

振动阶次	振动影响项	绝对值	频率/Hz
—	A_1	3.2600	—
	A_2	0.0639	—
	A_3	0.3407	—
	A_4	8.389×10^{-7}	—
	A_5	1.000	30.00
	A_6	4.271×10^{-3}	44.14
	A_7	3.550×10^4	30.00
	A_8	8.310×10^6	44.14
第 1 阶	A_4	2.304×10^{-7}	—
	A_5	1	30.00
	A_6	4.745×10^{-4}	397.23
	A_7	3.550×10^4	30.00
	A_8	7.490×10^7	397.23
第 3 阶	A_4	2.383×10^{-8}	—
	A_5	1.000	30.00
	A_6	1.708×10^{-4}	1103.41
	A_7	3.550×10^4	30.00
第 5 阶	A_8	2.080×10^8	1103.41

表 6 可以看出: 对各阶振动位移而言, 转频对应的振动信息影响项中 A_5 项, 幅值远大于各阶固有频率对应的振动信息变化项 A_6 项, 这说明滚刀主轴在滚削过程中的振动位移主要由其转频对应的振动位移确定, 各阶固有频率对应的振动位移仅做微调。随着振动阶次的增加, 振幅影响项 A_4 变化剧烈, 而 $A_5 + A_6$ 幅值几乎不变, 因此可以认为滚刀主轴振动位移随着振动阶次的增加快速减小, 且主要是由于滚刀主轴位移响应函数模型中 A_4 的影响。通过分析振动位移的幅值与频率影响项, 可为简化振动位移响应函数模型和优化加工工艺参数重要度提供参考依据。

对各阶振动加速度而言, 振动加速度响应函数模型中随时间变化的两项 A_7, A_8 中, A_7 为随阶次不变的数; A_8 远大于 A_7 , 这说明与振动位移不同, 滚刀主轴振动加速度的主要影响项是即各阶固有频率对应的频率随振动阶次变化的 A_8 项, 而转频对应的振动项对滚刀主轴的振动影响相对较小。因此各阶振动频率可以看作与 A_8 的各阶频率相似, 即滚刀主轴各阶振动频率随着阶数的增加而增加。随着振动阶数的增加, $A_4(A_7 + A_8)$ 幅值先增加后减小, 说明振动加速度的振幅是随着振动阶次的增加先增加后减小, 而 A_4, A_7, A_8 中具体哪一项对振动影响最大并不像振动位移那样明确, 需要综合考虑这三项对应的加工工艺参数, 通过多元微分才能使各阶振动最小。

3.2.2 振动测试实验

该文的滚刀主轴振动测试分两步进行, 实验分析思路如图 5 所示。

(1) 横向不受力测试。

该文对滚刀主轴的固有频率是基于滚刀主轴横向不受力($f^{(v)}(s, t) = 0$ N)的情况下获得。为与之对应, 可设置滚刀主轴空转的测试实验, 测试滚刀主轴转速为 600 r/min 的空转状态下的振动量。调节滚刀安装角为 $30^\circ 57' 53''$, 给出转动命令, 滚刀主轴开始转动, 测试稳定转速下的振动量。

图 6 和图 7 表示测试的横向不受力状态下滚刀主轴的振动位移测试值和振动加速度测试值时域曲线, 可以看出滚刀主轴的振动形式为沿着轴线来回振动; 且沿 Z 方向振动量大于 X 方向的振动量, 这应该这是由于滚刀主轴因为具有自重以及偏心情况, 滚刀主轴不能完全视为不受力的状态, 倾向于向下弯曲。滚刀主轴在空转状态会引起不容忽视的振动量, 通过该文可以认为滚齿机装配完成之后在进行拖车试验时有必要检测其滚刀主轴振动。

图5 测试思路

图6 滚刀主轴横向不受力位移测试值时域曲线

图9 滚刀主轴横向不受力振动加速度测试值频响曲线

图7 滚刀主轴横向不受力加速度测试值时域曲线

图8表示测试的横向不受力时滚刀主轴振动位移频响曲线,图9表示测试的横向不受力时滚刀主轴加速度频响曲线。可以看出滚刀主轴在横向不受力过程中其各阶固有频率分布情况。

图8 滚刀主轴横向不受力位移测试值频响曲线

由图8与图9振动位移和振动加速度频谱图可知滚刀主轴前五阶固有频率分布情况,位移与振动的频谱图固有频率测试值有细微差异,这可能是测试误差导致的。为求出理论计算值与实际测试值之间的最大相对误差,选择位移与加速度频域曲线中各阶固有频率与理论计算值相对误差最大的作为固有频率测试值。将滚刀主轴的前五阶固有频率理论计算值与实际测试值进行对比有理论计算值与测试值之间相对误差小于5%,如表7所示。因此可认为滚刀主轴的固有频率计算公式是正确的。出现误差应该是由于计算过程中的一些简化导致滚刀主轴刚度变化导致的。

表7 滚刀主轴各阶固有频率对比

振动阶数	理论计算值/Hz	实际测试值/Hz	相对误差(%)
第1阶	44.14	42.87	2.88
第2阶	176.55	168.40	4.62
第3阶	397.23	381.30	4.01
第4阶	706.19	687.50	2.65
第5阶	1103.41	1064.00	3.57

(2) 加工测试。

本加工测试与加工过程振动响应理论模型仿真分析相对应,用于验证振动位移与振动加速度响

应函数模型的正确性。加工测试的工艺参数如表 4 所示。

图 10 表示测试的滚刀主轴 X 方向和 Z 方向的振动位移值时域图。图 11 表示测试的滚刀主轴 X 方向和 Z 方向的振动加速度值时域图。

图 10 滚刀主轴加工时振动位移测试值时域图

图 11 滚刀主轴加工时振动加速度测试值时域图

可以看出: 滚刀主轴振动形式为来回摆振。 X 向振动位移幅值为 1.8×10^{-4} mm 左右, Z 向振动位移幅值为 1×10^{-3} mm, Z 向振动位移大于 X 向; X 向振动加速度幅值为 6 m/s^2 左右, Z 向振动位移幅值为 30 m/s^2 , Z 向振动加速度大于 X 向。

图 12 为滚刀主轴振动位移理论值与测试值对比, 深色曲线代表滚刀主轴理论计算值曲线, 浅色曲线代表滚刀主轴振动测试。可以看出振动理论曲线与测试曲线契合度比较高, 因此可以认为该文提出的滚刀主轴振动位移响应函数模型是正确的。

图 12 滚刀主轴加工时振动位移理论值与测试值对比

图 13 为滚刀主轴振动加速度理论值与测试值对比, 深色曲线代表滚刀主轴理论计算值曲线, 浅色曲线代表滚刀主轴振动测试。可以看出振动

理论曲线与测试曲线契合度比较高, 因此可以认为该文提出的滚刀主轴振动加速度响应函数模型是正确的。

图 13 滚刀主轴振动加速度理论值与测试值对比

图 14 为滚刀主轴在加工测试状态下 X 方向和 Z 方向的振动位移频谱曲线, 可以看出: 滚刀主轴的振动随着振动阶数的增加而减少, X 方向第一阶振动最大位移为 1.805×10^{-4} mm, 第三阶振动最大位移为 4.972×10^{-5} mm, 第五阶振动最大位移为 5.189×10^{-6} mm; Z 方向第一阶振动最大位移为 9.652×10^{-4} mm, 第三阶振动最大位移为 2.635×10^{-4} mm, 第五阶振动最大位移为 2.769×10^{-5} mm; 其中 X 方向第一阶占比 76.68%, Z 方向第一阶占比 76.71%。综合 X 方向和 Z 方向, 各阶振动位移测试幅值与理论计算幅值接近, 且对比同等阶次可以发现滚刀主轴 Z 向振动位移与 X 向振动位移之比接近 5。

图 14 滚刀主轴加工时振动位移测试值频响曲线

图 15 为滚刀主轴在加工测试状态下 X 方向和 Z 方向的振动加速度频谱曲线, 可以看出: 滚刀主轴的振动随着振动阶数的增加先增加后减少, X 方向第一阶振动最大加速度为 1.502 m/s^2 , 第三阶振动最大加速度为 3.746 m/s^2 , 第五阶振动最大加速度为 1.065 m/s^2 ; Z 方向第一阶振动最大加速度为 8.013 m/s^2 , 第三阶振动最大加速度为 20.010 m/s^2 , 第五阶振动最大加速度为 5.683 m/s^2 ; 其中 X 方向第三阶占比 59.34%, Z 方向第三阶占比 59.37%。综合 X 方向和 Z 方向, 各阶振动位移测试幅值与理论计算

幅值接近,且对比同等阶次可以发现滚刀主轴 Z 向振动加速度与 X 向振动加速度之比接近 5。

图 15 滚刀主轴加工时振动加速度测试值频响曲线

通过理论分析可知滚刀主轴中部的偶数阶振动量为零。由图 14、15 可以看出,滚刀主轴中部的第 1、3、5 阶振动表现明显,而偶数阶振动几乎为零,恰好对应着振动响应函数模型。然而由于测点的位置不是真正的中部,导致测试频域值在偶数阶仍会有较小的振动值。同时对比图 9 和图 15,可以发现加工测试所得的第 1、3、5 阶的振动加速度测试值与振动加速度响应函数模型理论计算值相差无几,而横向不受力时第 4 阶振动加速度最大,加工测试图中第 4 阶振动幅值仍然与横向不受力时相差无异,说明这不是滚刀主轴固有频率所体现的振动加速度。由振动加速度响应函数模型可知,第 3 阶振动应为最大振动阶次。出现此情况是由于使用的滚刀在以往的加工过程造成了磨损,而该磨损对应的振动频率恰好与第四阶固有频率相近,由图 15 可知该磨损量引起的振动加速度相对于滚削过程的振动加速度而言十分小,不影响此次试验,因此本测试实验过程中可以忽略此影响。各阶振动幅值测试值以及与理论值的相对误差如表 8 所示。

表 8 振幅理论计算值与测试值对比

振动形式	振动方向	振动阶次	振动理论值	振动测试值	相对误差(%)
振动位移/mm	X 方向	第 1 阶	1.753×10^{-4}	1.805×10^{-4}	2.966
		第 3 阶	4.802×10^{-5}	4.972×10^{-5}	3.540
		第 5 阶	4.965×10^{-6}	5.189×10^{-6}	4.512
	Z 方向	第 1 阶	9.356×10^{-4}	9.652×10^{-4}	3.164
		第 3 阶	2.556×10^{-4}	2.635×10^{-4}	3.091
		第 5 阶	2.647×10^{-5}	2.769×10^{-5}	4.608
振动加速度/(m/s ²)	X 方向	第 1 阶	1.460	1.502	2.877
		第 3 阶	3.593	3.746	4.258
		第 5 阶	1.033	1.065	3.098
	Z 方向	第 1 阶	7.782	8.013	2.968
		第 3 阶	19.157	20.010	4.453
		第 5 阶	5.505	5.683	3.233

由图 10~15 和表 8 可知:滚刀主轴的振动理论

计算值与测试值之间的相对误差小于 5%,即理论计算与实际测试具有较好的一致性,这验证了理论推导的响应函数模型的正确性。比较 X 方向和 Z 方向的振动值可以发现, X 方向和 Z 方向具有相似的振动规律,不过 Z 方向的位移和加速度为 X 方向的 5 倍左右,这是由于滚刀导程角和工件螺旋角以及齿形角共同作用导致的。由此可见滚刀的安装对不同方向的振动量影响十分巨大,因此滚刀的安装角度需要根据对工件 X 和 Z 方向的质量要求来设置。分析滚刀主轴横向不受力、加工两种状态,滚齿加工的切削力是滚刀主轴振动的最主要来源。加工参数的设置决定着滚齿加工的振动稳定性,影响着加工质量。对滚齿过程的振动控制应根据工件的质量要求综合考虑加工工艺参数优化方法。

4 加工工艺参数优化

本章利用该振动位移与振动加速度响应函数模型,提出一种从减振角度优化加工工艺参数的思路。具体加工工艺参数优化方法如下。

(1) 对滚齿加工工艺参数进行分类。分析滚刀主轴的振动响应函数模型,将影响的加工工艺参数分为加工齿轮工艺参数、滚刀主轴工艺参数以及加工过程工艺参数三类。其包含的参数如表 9 所示。

表 9 加工工艺参数分类

工艺参数类别	工艺参数列表
加工齿轮工艺参数	齿轮模数 m
	齿轮齿数
	齿形角 α_n
	齿轮螺旋角 β_w
	工件材料修正系数 K_m
	工件硬度修正系数 K_h
滚刀主轴工艺参数	螺旋角修正系数 K_a
	滚刀密度 ρ
	弹性模量 E
	滚刀导程角 β_s
加工过程工艺参数	滚刀头数 Z_d
	滚刀长度 L
	滚刀直径 d
	工作转速 v
	进给量 S
	吃刀深度 T

(2) 确定加工齿轮工艺参数与滚刀主轴工艺参数。加工齿轮工艺参数在齿轮设计时已经确定。根据确定的振动关于滚刀主轴工艺参数的数学函数关系式,分析滚刀主轴振动位移与振动加速度与滚刀导程角的变化关系,即 (A_2, A_3) 关于滚刀导程角的变

化求微分, 并结合不同方向的精度要求确定滚刀安装角度, 利用公式 $\theta = \beta_w - \beta_s$ 从现有刀库中获得对应导程角的滚刀。

(3) 加工过程工艺参数(工作转速、进给量和吃刀深度)优化。优化的目标是综合减小滚刀主轴的振动量与减小加工时长。滚削加工过程的加工过程工艺参数(工作转速、进给量和吃刀深度)存在一个变化范围, 如下式所示。

$$\begin{cases} V_{\min} \leq v \leq V_{\max} \\ V_{\max} \leq \frac{\omega_0 d}{2} \\ T_{\min} \leq T \leq T_{\max} \\ T \leq h \\ S_{\min} \leq S \leq S_{\max} \end{cases} \quad (25)$$

式中, $V_{\min}$ 和 $V_{\max}$ 分别为滚刀主轴最低转速和最高转速; ω_0 为滚刀主轴的一阶固有频率; d 为滚刀主轴直径; $T_{\min}$ 和 $T_{\max}$ 分别为滚刀主轴最小吃刀深度和最高吃刀深度, h 为齿轮的全齿高; $S_{\min}$ 和 $S_{\max}$ 分别为滚刀主轴最小进给量和最高进给量。

基于滚刀主轴与加工工艺参数之间的振动响应函数模型, 分别将各加工过程工艺参数按照其最小分辨率细分为多个微小段, 利用 Matlab 绘出滚刀主轴转速、吃刀深度、进给量共同作用下的滚刀主轴振动量的四维图, 并添加图例。以直观表现振动量与滚刀主轴转速、吃刀深度、进给量的关系。

(4) 根据加工质量要求确定滚刀主轴的最大振动量要求, 从加工过程工艺参数组合 (v , T , S) 四维图反推满足要求的参数组合集。图 16 描述了滚刀主轴振动位移幅值与加工过程工艺参数关系。可以看出滚刀主轴转速对振动量影响最大, 滚刀主轴振动位移与吃刀深度的变化率相比进给量较大。因此可以按照滚刀主轴转速-吃刀深度-进给量的顺序依次选取的方式在满足振动要求的加工过程工艺参数组合中选取, 使得加工时最短。进而得到最优的加工过程工艺参数组合。

(a) 滚刀主轴振动位移幅值与主轴转速变化关系

(b) 滚刀主轴振动位移幅值与吃刀深度变化关系

(c) 滚刀主轴振动位移幅值与进给量变化关系

图 16 滚刀主轴振动位移幅值与加工过程工艺参数关系

以上步骤即为一种基于滚刀主轴的振动响应函数模型的加工工艺参数优化的思路, 由于不是本论文重点, 因此不再具体阐述。

5 结论

(1) 在分析滚削过程中滚刀主轴受力与加工工艺参数的关系的基础上, 借助材料力学和理论力学的相关知识, 建立滚刀主轴弯曲振动偏微分方程, 推导了滚刀主轴弯曲振动各阶固有频率和各阶主振型计算公式。

(2) 基于各阶固有频率和各阶主振型, 建立滚刀主轴在滚刀主轴坐标系下任意方向振动响应模型, 并根据滚刀主轴坐标系和工件坐标系之间的变换关系, 进一步建立工件坐标系下滚刀主轴 X 向和 Z 向的各阶振动位移和加速度响应函数模型并对其进行分析。通过该响应函数模型可直接反映出滚刀主轴振动特性与加工工艺参数之间的关系。

(3) 分析滚刀主轴振动位移、振动加速度与振动阶次、振动方向的关系得出滚刀主轴振动的主要影响项; 利用传感器分别检测滚刀主轴在横向不受力、加工两种状态下 X 向与 Z 向振动; 验证滚刀主轴振动的固有频率理论公式的正确性, 理论值与测试值相对误差 5% 以下; 检测加工情况下 X 方向和 Z 方向的振动信息并与推导的响应函数模型进行对比, 相对误差也在 5% 以下, 从而验证建立的滚刀主轴振动响应函数模型的正确性。为综合考虑各加

工面质量要求来优化加工工艺参数,实现加工过程振动量的补偿奠定基础。对比横向不受力状态和加工状态,可以得出时变切削力是滚刀主轴振动的最主要来源。

(4) 基于滚刀主轴振动响应函数模型,提出了一种涵盖齿轮、滚刀主轴、加工过程的多种加工工艺参数优化的思路。

参 考 文 献

- [1] 陈雪峰, 张兴武, 曹宏瑞. 智能主轴状态监测诊断与振动控制研究进展[J]. 机械工程学报, 2018, 54(19): 58-69.
CHEN Xuefeng, ZHANG Xingwu, CAO Hongrui. Advances in condition monitoring, diagnosis and vibration control of smart spindles[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(19): 58-69.
- [2] 李国龙, 赵君, 刘小旭, 等. 基于有限元分析的滚齿 SLD 构建[J]. 中国机械工程, 2016 (17): 2286-2292.
LI Guolong, ZHAO Jun, LIU Xiaoxu, et al. Construction of SLD in gear hobbing process based on FEA[J]. China Mechanical Engineering, 2016(17): 2286-2292.
- [3] RASTEGARI A, ARCHENTI A, MOBIN M. Condition based maintenance of machine tools; Vibration Monitoring of Spindle Units[C]//Reliability & Maintainability Symposium, January 23-26, 2017, Orlando, FL, USA.
- [4] ZHOU J, MAO X, LIU H, et al. Prediction of cutting force in milling process using vibration signals of machine tool[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 99(1-4): 965-984.
- [5] BOUZAKIS K D, LILI E, MICHAILIDIS N, et al. Manufacturing of cylindrical gears by generating cutting processes: a critical synthesis of analysis methods[J]. CIRP Annals, 2008, 57(2): 676-696.
- [6] SABKHI N, PELAINGRE C, BARLIER C, et al. Characterization of the cutting forces generated during the gear hobbing process: spur gear[J]. Procedia CIRP, 2015, 31: 411-416.
- [7] Ngo M T, HOANG V, HOANG S V. Taguchi-fuzzy multi-response optimization in fly cutting process and applying in the actual hobbing process[J]. International Journal of Mechanical and Materials Engineering, 2018, 13(1).
- [8] WANG Shilong, YANG Yong, ZHOU Jie, et al. Effect of machining precision caused by NC gear hobbing deformation[J]. Applied Mechanics and Materials, 2011, 86: 692-695.
- [9] 陈永鹏, 曹华军, 李先广, 等. 圆柱齿轮滚切多刃断续切削空间成形模型及应用[J]. 机械工程学报, 2016, 52(9): 176-183.
CHEN Yongpeng, CAO Huajun, LI Xianguang, et al. Study on modeling and experiment of thermal deformation error for high-speed dry hobbing machine[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(9): 176-183.
- [10] TANGJITSITCHAROEN S, PONGSATHORNWIWAT N. Development of chatter detection in milling processes[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 65(5-8): 919-927.
- [11] 陈永鹏, 曹华军, 杨潇. 高速干切滚齿工艺滚刀切削刃载荷分布特性研究[J]. 机械工程学报, 2017, 53(15): 181-187.
CHEN Yongpeng, CAO Huajun, YANG Xiao. Research on load distribution characteristic on the cutting edge in high speed gear hobbing process[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(15): 181-187.
- [12] SIVASAKTHOVEL P S, SUDHAKARAN R, RAJESWARI S. Optimization and sensitivity analysis of geometrical and process parameters to reduce vibration during end milling process[J]. Machining Science and Technology, 2017, 21(3): 452-473.
- [13] MOHAMMADI Y, AZVAR M, BUDAK E. Suppressing vibration modes of spindle-holder-tool assembly through FRF modification for enhanced chatter stability[J]. CIRP Annals, 2018, 67(1): 397-400.
- [14] JIA Z M, XIANG Y K, Ji-Huan G E, et al. Design and experimental study of cutting chatter control system based on Filtered-X LMS[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2017.
- [15] CATANIA G, MANCINELLI N. Theoretical-experimental modeling of milling machines for the prediction of chatter vibration[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2011, 51(4): 339-348.
- [16] XU C, ZHANG J, YU D, et al. Dynamics prediction of spindle system using joint models of spindle tool holder and bearings[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2015, 229(17): 3084-3095.
- [17] 雷涛, 曹华军, 朱利斌, 等. 交变冲击载荷下高速干切滚刀主轴系统振动响应特性研究[J]. 机械工程学报, 2017, 53(11): 113-121.
LEI Tao, CAO Huajun, ZHU Libin, et al. Vibration response characteristics research for the hob spindle system of high-speed dry hobbing under alternating impact load[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53 (11): 113-121.
- [18] 吴沁, 芮执元, 杨建军. 影响数控机床工作台振动特性的参数分析[J]. 中国机械工程, 2014(19): 2588-2591.
WU Qin, RUI Zhiyuan, YANG Jianjun. Parameter analysis of influencing vibration characteristics of

- workbench of CNC machines[J]. China Mechanical Engineering, 2014(19): 2588-2591.
- [19] SUBRAMANIAN M, SAKTHIVEL M, SOORYAPRAKASH K, et al. Optimization of end mill tool geometry parameters for Al7075-T6 machining operations based on vibration amplitude by response surface methodology[J]. Measurement, 2013, 46(10): 4005-4022.
- [20] YAO T Q, TAN Y, HUANG Y Y. Vibration response analysis on spindle system of milling machine[J]. Applied Mechanics & Materials, 2015, 741: 435-440.
- [21] 刘成颖, 郑烽, 王立平. 高速电主轴中主轴-机壳振动传递力学模型[J]. 清华大学学报, 2018(7): 671-676.
LIU Chengying, ZHENG Feng, WANG Liping. Vibration transmission mechanical model between the shaft and housing of a high speed motor spindle[J]. Journal of Tsinghua University, 2018(7): 671-676.
- [22] XI S, CAO H, CHEN X. Dynamic modeling of spindle bearing system and vibration response investigation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 114: 486-511.
- [23] LI W, QIU M, ZHU Z, et al. Bearing fault diagnosis based on spectrum images of vibration signals[J]. Measurement Science and Technology, 2016, 27(3): 35005.
- [24] GANDHI N. FFT based evaluation of cutting forces and chatter vibrations in turning by varying speed, feed, depth of cut and rake angle[C]// Journal of Engineering and Technology, March 31, 2012, Gndhinagar.
- [25] ã Zã Ahin O, E B, ã Zgã Ven H N. Investigating dynamics of machine tool spindles under operational conditions[J]. Advanced Materials Research, 2011, 223: 610-621.
- [26] MORI K, KONO D, YAMAJI I, et al. Vibration reduction of machine tool using viscoelastic damper support[J]. procedia CIRP, 2016, 46: 448-451.
- [27] 李先广, 杨勇. 数控滚齿机滚刀主轴振动特性研究[J]. 机械工程学报, 2017, 53(1): 130-139.
LI Xianguang, YANG Yong. Research on the vibration properties of hob spindle for CNC gear hobbing machine[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(1): 130-139.
- [28] 刘鸿文. 材料力学[D]. 北京: 高等教育出版社, 2011.
LIU Hongwen. Material mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2011.
- [29] 濮良贵. 机械设计[D]. 9 版. 北京: 高等教育出版社, 2013.
PU Liang gui. Machine design[M]. 9th ed. Beijing: Higher Education Press, 2013.
- [30] 于春建, 黄筱调. 滚齿切削力计算方法分析[J]. 工具技术, 2007(3): 42-45.
YU Chunjian, HUANG Xiaodiao. Analysis of calculating methods for hobbing force[J]. Tool Engineering, 2007(3): 42-45.
-
- 作者简介: 周涵, 男, 1995 年出生。主要研究方向为智能制造和故障诊断。
E-mail: zhouhaned@outlook.com
鄢萍(通信作者), 女, 1967 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为智能制造、网络制造和制造系统工程。
E-mail: yanping@cqu.edu.cn