DOI: 10.3901/JME.2020.07.044

单自由度八面体概率滚动机器人*

关永瀚 姚燕安 刘 超

(北京交通大学机械与电子控制工程学院 北京 100044)

摘要: 提出一种由 10 个连杆, 12 个转动副构成具有八面体几何形态的单自由度概率滚动机器人, 利用单自由度缩放变形实现定向前进步态和概率转向步态交替进行的翻滚运动。运用螺旋理论计算自由度, 进行运动学分析和运动可行性分析, 讨论了稳定性和翻滚条件, 建立动力学模型进行仿真。在进行定向前进步态时机器人的移动方向是确定的; 在进行概率转向步态时机器人有三个可能的移动方向, 这个随机过程在理想条件下符合概率为 1/3 的拉普拉斯试验。机器人的移动路径为正交网格结点连线, 可以实现遍历运动, 提出了运动控制算法并进行运动仿真。制作一台原理样机进行运动试验, 验证了前进和转向功能。

关键词: 滚动机器人; 单自由度; 八面体; 概率运动

中图分类号: TP242

Single-DOF Octahedron Robot with Probable Rolling

GUAN Yonghan YAO Yanan LIU Chao

(School of Mechanical, Electronic and Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044)

Abstract: A single degrees-of-freedom (DOF) robot with probable rolling is proposed, which is constructed by the geometric configuration of octahedron. The robot consists of 10 links, 12 revolute joints. It can realize rolling with alternate two types of gaits which are directional forward rolling gait and probable turning gait by single DOF scaling deformation. The DOF is calculated by using the screw theory. The stability and the tumbling condition are discussed by the kinematics and motion feasibility analysis. The dynamics model is built and simulated. In the directional forward rolling gait, the orientation of rolling is definite. In the probable turning gait, there are three possible turning orientations. This stochastic process accords with Laplace test under ideal condition with probability of 1/3. The moving path is the connection of orthogonal grid nodes, and the ergodic motion can be realized. A control method is proposed and the motion simulation is carried out. A prototype is manufactured, the forward rolling and turning function is verified through the experiment of motion.

Key words: rolling robot; single DOF; octahedron; probable motion

0 前言

在移动机器人的各种运动方式中, 滚动是效率较高的一种方式。美国航空航天设计局 NASA 设计的 TETwalker^[1-3]外形为四面体形状, 是多自由度多闭链滚动机构, 通过每个棱边伸缩杆的长度变化使机构重心发生改变, 从而发生倾倒实现翻滚运动。LEE 等^[4-6]提出了一种二十面体滚动机构, 使用模块化顶点在空间上形成多个封闭环, 通过改变连接杆长度实现整体变形, 使机器人发生滚动。

TADAKUMA 等^[7]提出一种可抛掷变形四面体

机器人, 通过变形能够在狭小空间移动, 具有运动模式切换能力及全向运动功能, 用于搜救和探测。ZAGAL 等^[8]提出一种可变形八面体管道机器人, 通过对 12 条边二进制伸缩控制, 使机构发生变形, 从而实现在管道内的连续移动。NOZAKI 等^[9]提出一种类似变形虫运动方式的移动球面机器人, 该机器人利用 32 个伸缩腿可以实现连续变形滚动, 能够完成直线和曲线移动。目前所提出的多面体滚动机器人通过改变自身形状从而改变重心实现滚动。由于机构本身具有多自由度, 导致控制复杂, 成本较高。

刘长焕等^[10]提出的单动力平面 4R 和球面 4R 滚动机构, 能够分别实现直线和圆周运动。翟美丽等^[11]设计的平面 6R 滚动机构有两种滚动方式。平面滚动机构虽然具有少自由度, 但只能实现直线运

* 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2019JBM046)。20190422 收到初稿, 20190822 收到修改稿

动或圆周运动。田耀斌等^[12-13]提出了一种单自由度概率翻转连杆机构, 利用单自由度实现了平面内直行和转向。

本文提出一种新型单自由度八面体概率滚动机器人, 通过单自由度缩放实现机构变形, 具有定向前进和概率转向两种滚动步态, 移动路径为正交网格结点的连线, 针对这种特殊的概率滚动方式和移动路径设计出运动控制算法, 进行遍历运动仿真并完成样机试验。

1 机构描述与自由度分析

1.1 机构描述

提出的单自由度八面体概率滚动机器人如图 1 所示。其中图 1a 为三维模型, 图 1b 为机构简图。该构型具有 10 个杆件、12 个转动副, 其中包括两个四副杆 1、2 和八个二副杆 3、4、5、6、7、8、9、10。两个四副杆的相邻转动副轴线均互相垂直, 八个二副杆的两个转动副轴线均平行且杆长相等。为了便于描述, 将 12 个转动副所在位置分别标记为 A、B、C、D、E、F、G、H、I、J、K、L。为了保证机构的结构对称性, 在 I、J、K、L 处的转动副上分别布置 M₁、M₂、M₃、M₄ 四个电动机, 其中一个为驱动电机, 其余三个为配重电动机。

图 1 单自由度八面体概率滚动机器人

为降低复杂度, 将杆 1 和杆 2 设计成小尺寸构件, 由于顶点处的杆 1 和杆 2 的尺寸相对其他杆件很小, 因而对整体运动产生的影响忽略不计, 故可以将此近似八面体简化为八面体进行分析。

1.2 自由度分析

建立如图 2 所示的坐标系 $Oxyz$, 原点 O 位于杆 1 的中心点处, x 轴沿 $\angle AOB$ 的角平分线方向, y 轴沿 $\angle BOC$ 的角平分线方向, z 轴根据右手螺旋法则确定。

图 2 运动螺旋

应用螺旋理论可知 12 个转动副的运动螺旋为

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{11} &= \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} 0; 0 \ 0 \ a_1 \right\} \\ \mathcal{S}_{12} &= \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} 0; a_2 \ -a_2 \ a_3 \right\} \\ \mathcal{S}_{13} &= \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} 0; a_4 \ -a_4 \ a_5 \right\} \\ \mathcal{S}_{21} &= \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} 0; 0 \ 0 \ a_6 \right\} \\ \mathcal{S}_{22} &= \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} 0; a_7 \ a_7 \ a_8 \right\} \\ \mathcal{S}_{23} &= \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} 0; a_9 \ a_9 \ a_{10} \right\} \\ \mathcal{S}_{31} &= \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2} -\frac{\sqrt{2}}{2} 0; 0 \ 0 \ a_{11} \right\} \\ \mathcal{S}_{32} &= \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2} -\frac{\sqrt{2}}{2} 0; a_{12} \ -a_{12} \ a_{13} \right\} \\ \mathcal{S}_{33} &= \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2} -\frac{\sqrt{2}}{2} 0; a_{14} \ -a_{14} \ a_{15} \right\} \\ \mathcal{S}_{41} &= \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} -\frac{\sqrt{2}}{2} 0; 0 \ 0 \ a_{16} \right\} \\ \mathcal{S}_{42} &= \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} -\frac{\sqrt{2}}{2} 0; a_{17} \ a_{17} \ a_{18} \right\} \end{aligned}$$

$$\mathcal{S}_{43} = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \ 0; \ a_{19} \ a_{19} \ a_{20} \right\} \quad (1)$$

式中, $a_i (i=1, 2, \dots, 20)$ 为该构型几何位型相关参数。

对上述运动螺旋求反螺旋得

$$\mathcal{S}_1^r = \{0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1\} \quad (2)$$

因此, 该机构中的所有杆件都具有一个绕 z 轴的约束力偶, 使其公共约束为 $\lambda=1$ 。

再对 $\mathcal{S}_{11}$ 、 $\mathcal{S}_{12}$ 、 $\mathcal{S}_{13}$ 的支链求反螺旋得

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{11}^r &= \{1 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0\} \\ \mathcal{S}_{12}^r &= \{0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1\} \\ \mathcal{S}_{13}^r &= \{0 \ 0 \ 0; -1 \ 1 \ 0\} \end{aligned} \quad (3)$$

其中, 反螺旋中的公共螺旋为已知。对杆 3、杆 6 所组成的支链与杆 8、杆 9 所组成的支链来说, 存在一个冗余约束力和一个冗余约束力偶, 即存在 2 个冗余约束。同理, 对杆 4、杆 5 所组成的支链与杆 7、杆 10 所组成的支链来说, 也存在 2 个冗余约束。因此, 除去公共约束外的冗余约束数 $\gamma=4$ 。

该机构的自由度按 G-K 公式计算

$$M = (6-\lambda)(n-k-1) + \sum_{i=1}^k f_i + \gamma - \zeta \quad (4)$$

式中, λ 为公共约束数; n 为总构件数; k 为运动副的总数; f_i 为第 i 个运动副的自由度; γ 为除去公共约束外的冗余约束数; ζ 为局部自由度数。

按照上述分析, $\lambda=1$, $n=10$, $k=12$, $f_i=1$, $\gamma=4$, $\zeta=0$, 求得 $M=(6-1)(10-12-1)+12+4-0=1$ 。

由此可知, 该构型的自由度为 1。

2 运动学分析

将杆 1 和杆 2 分别简化为顶点 O 、顶点 P , 则可得一个八面体, 如图 3 所示。由于此构型具有结构对称性, 将其向 Oyz 平面进行投影, 顶点 I 、 L 的投影为点 N , 顶点 J 、 K 的投影为点 M , 点 Q 为

图3 等效八面体结构分析图

OP 与 MN 的交点, 且为八面体的质心, 于是将此构型简化为平行四边形机构 $OMPN$ 进行分析。其中, θ 为杆 4 和杆 5 的夹角, δ 为杆 4 与杆 8 的夹角, γ 为 OM 与 PM 的夹角。

将四个顶点 I 、 J 、 K 、 L 中的任一转动副变为驱动副均等效, 在此将驱动电动机布置于点 J 处, θ 即为驱动副夹角。

定义初始位姿为杆 4、杆 8 着地, $\theta=90^\circ$, 此时点 M 位于 y 轴上, 如图 4 所示。

图4 初始位姿

如图 5 所示, a 为杆长, d 为 a 的投影长度。

图5 平行四边形机构 $OMPN$ 运动学分析图

在 Oyz 平面, 求顶点 O 、 M 、 P 、 N 的位置坐标, 分别为

$$\begin{aligned} O &= [0 \ 0]^T \\ M &= [d \ 0]^T \\ P &= [d - d \cos \gamma \ d \sin \gamma]^T \\ N &= [-d \cos \gamma \ d \sin \gamma]^T \\ d &= a \cos(\delta/2) \\ \delta &= 2 \arcsin(\cos(\theta/2) / \sqrt{2}) \\ \gamma &= \arccos((3 \cos \theta - 1) / (3 - \cos \theta)) \end{aligned} \quad (5)$$

3 运动可行性分析

为了使机器人能够发生翻滚, 需要零力矩点

(Zero moment point, ZMP)落在支撑区域之外。利用式(6)求解 ZMP^[14]。因为 ZMP 在 x 轴上的投影 x_{ZMP} 始终为 0, 在此仅讨论 ZMP 在 y 轴上的投影 y_{ZMP} 。

$$y_{ZMP} = \frac{\sum_{i=0}^n m_i (\ddot{z}_i + g_z) y_i - \sum_{i=0}^n m_i \ddot{y}_i z_i}{\sum_{i=0}^n m_i (\ddot{z}_i + g_z)} \quad (6)$$

式中, n 为总杆件数; m_i 为第 i 个杆件的质量; y_i 、 z_i 为第 i 个杆件的质心坐标; $\ddot{y}_i$ 、 $\ddot{z}_i$ 为第 i 个杆件分别在 y 轴、 z 轴方向上的加速度; g_z 为重力加速度。

通过式(5)得, 杆 OM 、 MP 、 PN 、 NO 的质心坐标分别为

$$\begin{aligned} [r_{OM}] &= \begin{bmatrix} \frac{d}{2} \\ 0 \end{bmatrix} & [r_{MP}] &= \begin{bmatrix} d - \frac{d}{2} \cos \gamma \\ \frac{d}{2} \sin \gamma \end{bmatrix} \\ [r_{PN}] &= \begin{bmatrix} \frac{d}{2} - d \cos \gamma \\ d \sin \gamma \end{bmatrix} & [r_{NO}] &= \begin{bmatrix} -\frac{d}{2} \cos \gamma \\ \frac{d}{2} \sin \gamma \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

将式(7)对时间 t 求二次微分后代入式(6)得

$$y_{ZMP} = \frac{dp - 6d^2 u \sin \gamma}{8dv + 12g_z} \quad (8)$$

$$d = a \cos(\arcsin(\cos(\theta/2) / \sqrt{2}))$$

$$\gamma = \arccos((3 \cos \theta - 1) / (3 - \cos \theta))$$

$$u = (8 \dot{\theta}^2 (3 \cos \theta - 1) + (\ddot{\theta} (3 - \cos \theta) - 2 \sqrt{2} \dot{\theta}^2 \sin \theta) \times$$

$$(3 - \cos \theta) \sin \gamma) / (3 - \cos \theta)^3$$

$$v = (-8 \dot{\theta}^2 (3 - \cos \theta) \sin \gamma + (3 \cos \theta - 1) \times$$

$$(\ddot{\theta} (3 - \cos \theta) - 2 \sqrt{2} \sin \theta) / (3 - \cos \theta)^3$$

$$p = -5dv \cos \gamma - 6g_z \cos \gamma - d^2 v \cos \gamma - 2dg_z \cos \gamma + 4dv + 6g_z$$

通过以下算例, 验证其运动可行性。将表 1 列出的结构参数代入式(6)得到 y_{ZMP} , 如图 6 所示。

表 1 结构参数

参数	数值
杆件质量 $m_i (i=3,4,5,6,7,8,9,10) / \text{kg}$	1
杆长 a / m	0.1
重力加速度 $g_z / (\text{kg/s}^2)$	9.8

$\theta = \omega t + a$ (常数), 当 $\omega=0$ 时, y_{ZMP} 始终在 ZMP 的临界值范围内, 机器人不能翻倒。当 $\omega=\pi \text{ rad/s}$ 时, 在 $\theta=0.49 \text{ rad}$ 和 $\theta=2.61 \text{ rad}$ 时发生翻倒。当 $\omega=2\pi \text{ rad/s}$ 时, 在 $\theta=0.78 \text{ rad}$ 和 $\theta=1.59 \text{ rad}$ 发生翻倒。

因此, 机器人能够实现翻倒动作, 且随着 ω 的增大, 将更容易发生翻倒。

图 6 y_{ZMP} 的变化曲线

4 运动仿真与步态分析

建立 ADAMS 动力学模型并进行运动仿真, 如图 7 所示, 为机器人在一个移动周期中的各步态。

如图 7a 所示, 设置初始位姿, 杆 OJ 、 OK 着地, OJ 垂直于 PJ 。质心投影位于 OJ 和 OK 组成的支撑区域内部。

如图 7b 所示, 电动机正转, 顶点 O 、 P 间距增大, 质心投影逐渐靠近直线 KJ 。

如图 7c 所示, 质心投影越过直线 KJ , 机器人发生翻滚, 杆 PJ 、 PK 着地, 此时质心投影位于 PJ 和 PK 组成的支撑区域内部。

如图 7d 所示, 驱动电动机反转, 顶点 O 、 P 间距减小, 机器人运动至初始位姿。

如图 7e 所示, 继续驱动电动机反转, 当质心投影移动至顶点 P 位置时, 机器人处于单点支撑状态, 此刻电动机停止驱动, 机器人不发生形变, 下一刻机器人将沿着 1、2、3 三个方向其一进行翻滚, 在地面平坦、机构质量分布均匀、无外界干扰等理想条件下, 这个随机过程符合概率为 1/3 的拉普拉斯试验^[15], 向三个方向翻滚的概率相等。实线箭头为上一状态的运动方向。

如图 7f、7g 所示: 沿着方向 1 翻滚, 顶点 K 、 L 着地, 驱动电动机正转, 顶点 O 、 P 间距增大, 重新运动至初始姿态。

图 7h、7i 为沿着方向 2 翻滚的情况; 图 7j、7k 为沿着方向 3 翻滚的情况。

定义绕两个顶点构成的轴线发生的翻滚运动为定向前进步态, 绕单个顶点发生的翻滚运动为概率转向步态。设驱动角为 θ , 在一个运动周期中驱动电动机的工作方式和机器人发生的运动方式为: 初始

位姿时, 驱动角为 θ_0 , 电动机正转, θ 增大至 $\theta_{\max}$, 机器人将发生定向前进运动; 之后电动机反转, θ 减小至 $\theta_{\min}$, 机器人运动至单点支撑状态, 此时电动机停转, 机器人将发生概率转向运动; 之后电动机正转, θ 增大至 θ_0 , 机器人重新运动至初始位姿。

图7 运动仿真

5 移动路径与控制策略

将机器人简化为一个质点, 从初始位置 R 发生一次定向翻滚后到达位置 S , 三条虚线表示在 S 处发生概率转向时可能出现的方向, 如图8所示。方向2与原运动方向一致, 方向1、3分别与原运动方

向存在逆时针、顺时针的偏角 τ , 由图7e可知 $\tau=90^\circ$ 。

图8 概率转向后的运动方向

定义从初始位置出发完成一次定向前进态后恢复至初始位姿时, 质心移动的距离为移动步长 l , 由式(5)得, $l=d+d\cos\gamma$ 。将运动区域以移动步长为单位划分为平面网格, 如图9所示。机器人每次移动后处于网格节点位置, 通过对移动路径进行规划理论上机器人可以完成区域内从起点至终点经过所有可达点的遍历运动。

图9 平面网格

设计出运动控制算法, 如图10所示。

图10 控制算法流程图

具体流程如下。

- (1) 定义遍历区域范围, 设定剩余点集 W 。
- (2) 获取初始点坐标, 在 W 中除去。
- (3) 判定 W 是否为空集, 是则结束, 反之进行步骤(4)。
- (4) 完成一次定向前进步态, 获取当前坐标。
- (5) 判定当前坐标是否在 W 中, 是则在 W 中除去, 反之后退一步, 进行步骤(7)。
- (6) 判定 W 是否为空集, 是则结束, 反之进行步骤(7)。
- (7) 完成一次概率转向步态, 获取当前坐标。
- (8) 判定当前坐标是否在 W 中, 是则在 W 中除去, 反之返回步骤(7)。
- (9) 判定 W 是否为空集, 是则结束, 反之进行步骤(4)。

在 Matlab 中进行一次 2×2 区域遍历运动仿真, 仿真结果如图 11 所示。起点为(0, 0), 终点为(2, 2), 虚线表示运动路径, 移动步数为 12。

图 11 2×2 区域遍历运动仿真

进行 20 次 2×2 区域遍历仿真, 移动步数的统计情况如图 12 所示。横坐标表示遍历次数, 纵坐标表示移动步数。虚线表示移动步数平均值。

完成每次遍历运动的移动步数 n 为离散型随机变量, 在概率论和统计学中用数学期望 $E(N)$ 反映随机变量 n 平均取值的大小^[15]。 n 记为 $N_1, N_2, \dots, N_k$, 对应的发生这种事件的概率记为 $p(N_1), p(N_2), \dots, p(N_k)$, 按式(9)计算数学期望 $E(N)$ ^[15]

$$E(N) = N_1 \times p(N_1) + N_2 \times p(N_2) + \dots + N_k \times p(N_k) = \sum_{k=1}^{\infty} n_k p(n_k) \quad (9)$$

对于任意平面区域, 以机器人移动步长为单位划分为 $u \times t$ 区域, 如图 13 所示。

图 12 20 次遍历的步数统计

图 13 平面 $u \times t$ 区域

图 13 中箭头所示为螺旋遍历路径, 包括螺旋遍历在内共有 k 种遍历方式, 按照移动步数从小到大的顺序, 记 N_1 为最小移动步数, 对应的发生概率为 $p(N_1)$, N_k 为最大移动步数, 对应的发生概率为 $p(N_k)$ 。按式(9)计算出的 $E(N)$ 表示完成 $u \times t$ 区域所有遍历运动的移动步数的平均值。

以 1×1 区域为例, 计算 $E(N)$

$$N_1=3 \quad p(3)=1 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{9}$$

$$N_2=5 \quad p(5)=1 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 3 = \frac{2}{9}$$

$$N_3=7 \quad p(7)=1 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 6 = \frac{8}{27}$$

$$N_4=9 \quad p(9)=1 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 10 = \frac{80}{243}$$

当移动步数为 N_k 时

$$N_k=2k+1 \quad (10)$$

$$p(N_k)=1 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{k(k+1)}{2} =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} \times \frac{k(k+1)}{18} \quad (11)$$

将式(10)、(11)代入式(9), 得

$$E(N) = N_1 \times p(N_1) + N_2 \times p(N_2) + \dots + N_k \times p(N_k) = \sum_{k=1}^{\infty} (2k+1) \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} \times \frac{k(k+1)}{18} \quad (12)$$

式(12)是 1×1 区域所有遍历运动方式的移动步数的平均值计算公式。

对于 $u \times t$ 区域, $N_1 = (u+1)(t+1) - 1$

$$p(N_1) = \left(\frac{1}{3}\right)^{(u+1)(t+1)-2} \times (u+t-1)$$

其余参数按照相同的方法进行分析计算, 在此不一一展开。则

$$E(N) = N_1 \times p(N_1) + N_2 \times p(N_2) + \dots + N_k \times p(N_k) = [(u+1)(t+1)-1] \times \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{(u+1)(t+1)-2} \times (u+t-1)\right] + N_2 \times p(N_2) + \dots + N_k \times p(N_k)。$$

6 样机与试验

制作一台原理样机, 如图 14 所示。杆长 400 mm, 整机质量 3.86 kg, 平均移动速度 240 mm/s。驱动舵机安装在一个支链上, 另三个支链的相同位置安装配重舵机。

图 14 原理样机

进行样机运动试验, 如图 15 所示。

图 15 运动试验

图 15a 机器人处于初始位置；图 15b 为机器人进行伸长动作, 将沿箭头方向进行定向前进运动；图 15c 为完成一次定向前进运动；图 15d 恢复至初始位姿, 经测量运动步长为 257.6 mm, 与计算结果相一致；图 15e 为完成一次收缩动作, 将进行概率转向运动；图 15f 为沿着方向 1 进行的转向运动；图 15g 恢复至初始位姿。重复进行 5 次试验, 直至出现另两个方向的转向运动, 如图 15h~15k 所示。样机试验的各个步态与仿真步态基本一致, 可实现直行及转向功能。

7 结论

(1) 提出一种新型单自由度八面体概率滚动机器人, 通过仿真分析和样机试验验证了该构型方案的可行性。在利用单自由度实现直行和转向的基础上, 分析了概率滚动的运动特性, 设计了控制算法, 通过运动仿真验证了算法的正确性。

(2) 发现了一种新型遍历运动方式, 提出了概

率遍历运动的移动步数平均值定义和计算方法。这种遍历运动方式在排雷、探测等领域有潜在应用价值。

参 考 文 献

- [1] CURTIS S, BRANDT M, BOWERS G, et al. Tetrahedral robotics for space exploration[J]. Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2007, 22(6): 22-30.
- [2] CARMICHAEL B L, GIFFORD C M. Modeling and simulation of the seismic TETwalker concept[R]. Tech. Rep. CReSIS-TR-134, 2007.
- [3] GIFFORD C M, AGAH A, CARMICHAEL B L, et al. Seismic TET walker mobile robot design and modeling[C]// Proceedings of Technologies for Practical Robot Applications, 2008: 7-12.
- [4] LEE W H, SANDERSON A C. Dynamic rolling of modular robots[C]// Proceedings of Robotics and Automation, 2000: 2840-2846.
- [5] LEE W H, SANDERSON A C. Dynamic rolling, locomotion planning, and control of an icosahedral modular robot[C]// Proceedings of Intelligent Robots and Systems, 2000: 2178-2183.
- [6] LEE W H, SANDERSON A C. Dynamic rolling locomotion planning and control of modular robots[J]. Robotics and Automation, 2002, 18(1): 32-41.
- [7] TADAKUMA K, TADAKUMA R, NAGATANI K, et al. Throwable tetrahedral robot with transformation capability[C]// Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots & Systems, 2009: 2801-2808.
- [8] ZAGAL J C, ARMSTRONG C, LI S. Artificial life 13[M]. Cambridge: MIT Press, 2012.
- [9] NOZAKI H, KUJIRAI Y, NIYAMA R, et al. Continuous shape changing locomotion of 32-legged spherical robot[C]// IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2018: 2721-2726.
- [10] LIU Changhuan, YAO Yanan, LI Ruiming, et al. Rolling 4R linkages[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 48: 1-14.
- [11] 姚燕安, 翟美丽, 刘超. 基于一种新型空间 6R 机构的滚动机器人[C]// 第十届中国机构与机器科学应用国际会议(CCAMMS 2013), 7 月 8-12 日, 2013, 中北大学, 太原, 中国. 上海: 机械设计与研究, 2013: 204-208. YAO Yanan, ZHAI Meili, LIU Chao. A Rolling robot based on a novel spatial 6R Mechanism[C]. //10th China Conference on the Application of Mechanism and Machinery Science, July 8-12, 2013, North University of China, Taiyuan, China. Shanghai: Machine Design & Research, 2013: 204-208.
- [12] 田耀斌, 郭一竹, 刘长焕, 等. 单自由度概率翻转移动连杆机构[J]. 机械工程学报, 2011, 47(3): 14-20. TIAN Yaobin, GUO Yizhu, LIU Changhuan, et al. Single-DOF mobile linkage with possibility orientation movements[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(3): 14-20.
- [13] GUO Yizhu, LIU Changhuan, YAO Yanan, et al. Control method and motion path simulation of a mobile robot[C]// 2010 International Conference on Computer Application and System Modeling(ICCASM 2010), October 22, 2010, North University of China, Taiyuan, China. Shanghai: Machine Design & Research, 2010: 638-642.
- [14] TAKANISHI A, LIM H O, TSUDA M, et al. Realization of dynamic biped walking stabilized by trunk motion on a sagittally uneven surface[C]// International Conference on Intelligent Robots and Systems. 1989: 323-330.
- [15] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2008. SHENG Zhou, XIE Shiqian, PAN Chengyi. Probability theory and mathematical statistics[M]. 4th Edition. Beijing: Higher Education Press, 2008.

作者简介: 关永瀚, 男, 1988 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机构与机器人学。

E-mail: 11116328@bjtu.edu.cn

姚燕安, 男, 1972 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机构与机器人学。

E-mail: yayao@bjtu.edu.cn

刘超(通信作者), 女, 1979 年出生, 副教授。主要研究方向为机构与机器人学。

E-mail: lclc@bjtu.edu.cn