DOI: 10.3901/JME.2020.04.160

基于最优控制理论的高速列车车下 悬吊系统半主动悬挂*

汪群生 曾 京 朱 彬 吴 一 王 勇
(西南交通大学牵引动力国家重点实验室 成都 610031)

摘要: 针对高速列车服役环境的复杂性,造成车体振动幅值增大和旅客乘坐舒适性降低等问题。基于 LQR 算法的最优控制理论,提出车下悬吊系统安装半主动悬挂的思路,并建立考虑车体弹性和车下悬吊设备的高速列车垂向耦合振动模型,分析 LQR 算法的加权系数 R 对车体减振的影响规律,并对比分析被动悬挂和半主动悬挂的车体振动控制效果。研究表明,以降低车体弹性振动为控制目标,减小加权系数 R 有利于降低车体的弹性振动,而且当加权系数减小至 1×10^{-5} 时,车体弹性振动会出现明显的降低,但是不会对车体的刚性振动产生影响;半主动悬挂对车体振动控制的效果与车体弹性振动能量密切相关,车体弹性振动能量越大,半主动悬挂的控制效果越好;当车体出现弹性振动时,半主动悬挂的车体减振效果明显优于被动悬挂,在车体弹性振动最明显的速度级下,半主动悬挂下的车体振动 RMS 值降低了约一半。通过半主动悬挂对车体减振效果的研究,为工程化应用提供了理论支撑。

关键词: 高速列车;车下悬吊系统;半主动控制;LQR 算法;车体减振

中图分类号: U270

Semi-active Suspension Applied on Carbody underneath Suspended System of High-speed Railway Based on Optimal Control Theory

WANG Qunsheng ZENG Jing ZHU Bin WU Yi WANG Yong
(State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031)

Abstract: Due to the complexity of the service environment of high-speed trains, the carbody vibration amplitude increases and the passenger ride comfort decreases. Based on the optimal control theory of LQR algorithm, the idea of installing semi-active suspension on carbody underneath suspended system is proposed. Considering carbody flexible and suspended equipment, a coupled vertical vibration model of high-speed railway train is established, which is used to analyze the effect of the weighted coefficient R of the LQR algorithm on carbody vibration reduction, and also compared the effects of the passive suspension and the semi-active suspension. The results show that reducing the weighting coefficient R is beneficial to reducing carbody elastic vibration, and when the weighting coefficient is reduced to 1×10^{-5} , the elastic vibration would be significantly reduced. However, it does not affect the rigid vibration. The effect of the semi-active suspension on the vibration control of the vehicle body is closely related to the elastic vibration energy of the vehicle body. The greater the elastic vibration energy of the vehicle body, the better the control effect of the semi-active suspension is. When the body is elastically vibrated, the vibration reduction effect of the semi-active suspension body is significantly better than that of the passive suspension. Under the running speed of obvious carbody elastic vibration, the RMS value of the body vibration under the semi-active suspension is reduced by about half.

Key words: high-speed railway train; carbody underneath suspended system; semi-active control; LQR algorithm; carbody vibration reduction

0 前言

随着铁路技术的继续发展和人们物质文化水平

的不断提高,人们对铁路客车运输系统的要求不断提高,迫切需要运行速度更快、乘坐舒适性更好和运行安全性裕量更足的铁路运输系统,为车辆系统动力学性能的研究带来了新挑战。车辆高速运行得以实现的两个必要条件是车体轻量化的设计准则和动力分散式的牵引方式,前者降低了对列车牵引功率的需求,后者提高了列车的牵引功率。但是,轻

* 国家重点研发计划(2016YFB1200501)、牵引动力国家重点实验室自主课题(2019TPL-T18)和中央高校基本科研业务费专项资金(2682019CX46)资助项目。20190316 收到初稿,20190816 收到修改稿

量化的设计造成车体弹性振动加剧,并且动力分散式的牵引使得变压器等车载设备悬吊安装在车体底架上,引起车体与设备的耦合振动,从而降低了旅客的乘坐舒适性。因此,国内外的研究人员对高速列车弹性车体与设备耦合振动的车下悬吊系统展开了大量研究,从理论、仿真和试验等角度阐述了车体与设备的耦合振动行为,为悬吊设备的悬挂参数选择提供了设计依据^[1-9]。

但是,由于我国高速铁路具有运行跨距大、运行速度高和运行时间长等特点,通过的线路环境和气候环境多变,高速列车服役环境的复杂性造成了舒适性指标很难长期维持优良水平,甚至有可能会给车辆的运行安全性带来隐患,为此,高速列车的车辆运行适应性是一项新挑战。目前来说,提高高速列车的运行适应性主要有三种有效措施,第一种措施是改善车辆的运行环境,例如钢轨打磨、高架桥上安装挡风板和控制轨道不平顺状态等;第二种是车辆悬挂参数的优化分析,基于不同运营里程下的实测踏面外形和悬挂参数对车辆的动力学性能进行优化对比分析;第三种是采用半主动和主动悬挂方式,基于不同的控制策略,根据车辆运行环境的变化来选取最优的车辆悬挂参数,从而降低车体振动,实现车辆运行品质的提高^[10-12]。现有的动车组车下悬吊系统均采用被动悬挂方式,悬挂参数在设计之初被确定之后很难改变,车辆的运行品质只会逐渐降低,车体振动的减振效果也达到了最优,若想进一步降低车体振动并改善乘坐舒适性指标,只能采用半主动或者主动悬挂,并且车下悬吊系统也为控制系统提供了很好的安装空间。与主动控制悬挂系统不同,半主动控制悬挂方式结构简单、能耗低,并且不需要安装额外的能源单元,具有广阔的应用前景。最优控制理论是一种使得控制系统的性能达到最优的控制方法,已经广泛应用于半主动控制,其中具有代表性的一种基于随机振动的最优控制方法是 LQR 控制算法,即线性二次型调节器,易于形成闭环,在工程实现上大大简化了实时计算^[13]。鉴于此,本文以最优控制理论的 LQR 算法为例,建立了高速列车车下悬吊系统的半主动控制模型,研究了半主动悬挂对车体减振的影响规律。

1 半主动悬挂控制策略

LQR 最优控制方法是在已知被控对象的初始状态和初始参数下,设计出状态反馈控制器 K 使得二次型目标函数 J 取得最小值,而控制器 K 的控制效果是由 Q 和 R 这两个加权系数唯一决定的,因此,

加权系数 Q 和 R 反映了车辆系统不同振动指标的重要程度^[14-15]。

一般来说,线性时变系统的状态方程和输出方程可以表示为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (1)$$

式中, $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^l$, $\mathbf{A}(t)$ 、 $\mathbf{B}(t)$ 和 $\mathbf{C}(t)$ 分别是 $n \times n$ 、 $n \times m$ 和 $l \times n$ 维的时变系统矩阵、增益矩阵和输出矩阵, $\mathbf{u}(t)$ 是控制矢量。

如果 $0 \leq l \leq m \leq n$, 用 $\mathbf{y}_r(t)$ 表示期望输出矢量,并且 $\mathbf{y}_r(t) \in \mathbf{R}^l$, 那么,实际输出结果与期望输出结果之间的误差矢量可以表示为

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{y}_r(t) - \mathbf{y}(t) \quad (2)$$

LQR 控制的目的是寻找最优控制 $\mathbf{u}^*(t)$,使得性能指标

$$J(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [\mathbf{y}(t)\mathbf{Q}\mathbf{y}(t) + \mathbf{u}(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)] dt \quad (3)$$

取得最小值。式中的加权矩阵 Q 和 R 是两个相悖的参数,为了提高控制系统的控制效果需要增大加权矩阵 Q ,但是会导致控制能量消耗的增多;为了降低控制系统能量的消耗需要增大加权矩阵 R 中的每个元素,但是也会造成控制效果的降低。

根据极值定理,可以导出最优控制是

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (4)$$

式中, K 是最优反馈增益矩阵, P 是常值的正定矩阵,正定矩阵 P 还满足黎卡提方程,可以表示为

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \quad (5)$$

因此,首先需要确定合理的加权矩阵 Q 和 R ,然后求解式(5)中的黎卡提方程,得到正定矩阵 P ,进而求得最优反馈增益矩阵 K ,从而得到最优控制 $\mathbf{u}^*(t)$,实现对系统的最优控制。

2 高速列车垂向耦合振动模型

2.1 垂向耦合振动模型的建立

为准确研究车下悬吊系统的耦合振动关系,将弹性车体模型考虑成等截面的欧拉-伯努利梁,与转向架联接的部位通过并联的弹簧-阻尼系统弹性支撑,车下设备悬吊安装在车体下部,模型中车体具有浮沉、点头和 3 个弹性自由度,构架具有纵向、浮沉和点头自由度,轮对具有浮沉和纵向自由度,车体与构架和构架与轮对之间均考虑了纵向弹簧-阻尼系统,整车模型具有 19 个自由度。高速列车垂向耦合振动模型如图 1 所示。

图1 高速列车垂向耦合振动模型

在模型中,车体的总长是 \$L\$,转向架中心(即空气弹簧连接面)与车体左侧端部的距离分别是 \$x_1\$ 和 \$x_2\$,车辆二系悬挂系统的垂向刚度和纵向刚度分别表示为 \$k_{z2}\$ 和 \$k_{x2}\$,垂向阻尼和纵向阻尼是 \$c_{z2}\$ 和 \$c_{x2}\$,车下悬吊设备的悬吊位置纵向距离是 \$x_j\$,悬挂参数分别是 \$k_{z3}\$ 和 \$c_{z3}\$。那么,考虑车体弹性与悬吊设备耦合振动关系的偏微分方程^[16]可以表示为

$$EI \frac{\partial^4 z_c(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 z_c(x,t)}{\partial t^2} + \mu I \frac{\partial^5 z_c(x,t)}{\partial x^4 \partial t} = \sum_{i=1}^2 F_i \delta(x-x_i) + \sum_{j=3}^4 F_j \delta(x-x_j) - \sum_{i=1}^2 h_c F_{xi} \frac{d\delta(x-x_i)}{dx} \quad (6)$$

式中, \$E\$ 为车体弹性模量; \$I\$ 为截面惯性矩; \$z_c(x,t)\$ 表示 \$t\$ 时刻车体在 \$x\$ 坐标处的位移; \$\rho\$ 为单位体积下的车体质量; \$\mu\$ 为内滞阻尼系数; \$\delta\$ 为狄拉克函数; \$F_{zi}\$ 是二系悬挂垂向力; \$F_{xi}\$ 是二系悬挂纵向力; \$F_{xj}\$ 是悬吊设备的作用力。

\$F_i\$ 和 \$F_j\$ 表示为

$$F_i = -c_1 [\dot{z}_c(x_i, t) - \dot{z}_{bi}(t)] - k_1 [z_c(x_i, t) - z_{bi}(t)] \quad i=1,2 \quad (7)$$

$$F_j = -c_2 [\dot{z}_c(x_j, t) - \dot{z}_e(t)] - k_2 [z_c(x_j, t) - z_e(t)] \quad j=3,4 \quad (8)$$

式中, \$z_c, z_b, z_e\$ 分别是车体、构架和悬吊设备的位移。

考虑车体前 \$N\$ 阶振动模态,则车体的垂向位移可以表达为

$$z_c(x,t) = z_c(t) + (x-L/2)\theta_c(t) + \sum_{k=3}^n Y_k(x)q_k(t) \quad (9)$$

式中,等号右边的前两项分别表示车体的浮沉和点头运动;第三项描述了车体的弹性振动,其中, \$Y_k(x)\$

是第 \$k\$ 阶车体振型函数; \$q_k(t)\$ 是模态坐标。

车体振型函数的通解可表示为

$$Y_k(x) = A \cosh \beta_k x + B \sinh \beta_k x + C \cos \beta_k x + D \sin \beta_k x \quad (10)$$

考虑车体两端自由,则边界条件可表示为

$$Y''(0)=0 \quad Y'''(0)=0 \quad Y''(L)=0 \quad Y'''(L)=0 \quad (11)$$

根据式(10)和式(11),求得车体振型函数表达式为

$$Y_k(x) = \cosh \beta_k x + \cos \beta_k x + \frac{\cos \beta_k L - \cosh \beta_k L}{\sin \beta_k L - \sinh \beta_k L} (\sin \beta_k x + \sinh \beta_k x) \quad (12)$$

从理论上来说,可以根据式(12)求解出无穷阶的车体模态振型,但是对于高速列车来说,等效的理论模型在研究车体弹性振动时忽略了高阶模态的剪切变形和旋转惯性,导致对车体模态振型描述的准确度会随着阶数的增大逐渐降低,此外,从高速列车大量的跟踪试验和仿真分析得知,车体弹性振动得主要贡献率是由车体的低阶模态频率组成的,车体模态振型阶数越大,对车体弹性振动的贡献率越小。鉴于此,本文主要考虑车体的前三阶模态振型,如图2所示。

图2 车体弹性振动模态振型

将式(9)代入式(6), 并联立式(7)和(8), 可以得到车体的微分方程, 可表示为

$$\begin{aligned} \ddot{q}_k(t) + 2\xi_k \omega_k \dot{q}_k(t) + \omega_k^2 q_k(t) &= \frac{1}{m_c} \sum_{i=1}^2 Y_k(x_i) F_i + \\ &\frac{1}{m_c} \sum_{j=3}^4 Y_k(x_j) F_j - \frac{1}{m_c} \sum_{i=1}^2 h_c F_{xi} \frac{dY_k(x_i)}{dx} \\ m_c \ddot{z}_c(t) &= \sum_{i=1}^2 F_i + \sum_{j=3}^4 F_j \\ I_c \ddot{\theta}_c(t) &= \sum_{i=1}^2 F_i \left(x_i - \frac{L}{2} \right) + \sum_{j=3}^4 F_j \left(x_j - \frac{L}{2} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

式中, m_c 是车体质量; I_c 是车体的点头惯量; ω_k 是第 k 阶车体的振型模态频率; ξ_k 是第 k 阶车体振型的阻尼比。

类似的, 车下悬吊设备、构架和车轮的振动位移均可以表述为微分方程的形式, 其中, 悬吊设备的浮沉位移和点头位移可描述为

$$\begin{aligned} m_e \ddot{z}_e(t) &= \sum_{j=3}^4 F_j \\ I_e \ddot{\theta}_e(t) &= \sum_{j=3}^4 F_j \left(x_j - \frac{x_3 + x_4}{2} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

考虑轨道激励的延迟效应, 那么施加在车轮上的激励可以用第一条轮对的激励 z_{i1} 表示为

$$\begin{cases} z_{i2} = z_{i1}(t - 2L_t / v) \\ z_{i3} = z_{i1}(t - 2L_s / v) \\ z_{i4} = z_{i1}[t - 2(L_s + L_t) / v] \end{cases} \quad (15)$$

此外, 轮轨的振动方程中涉及到轮轨的作用力 p_j , 可以通过赫兹半线性弹性接触理论确定为

$$p_j = \begin{cases} \left(\frac{1}{G} (z_{wa} - z_{0a}) \right)^{\frac{3}{2}} & (z_{wa} - z_{0a}) > 0 \\ 0 & (z_{wa} - z_{0a}) \leq 0 \end{cases} \quad (16)$$

式中, z_{0a} 是轮轨界面的位移不平顺输入; G 是轮轨接触常数。

2.2 半主动悬挂的最优控制力

车体振型函数在模态空间上的系统振动方程是解耦的, 也就是说每阶振动模态都是相互独立的, 那么第 k 阶模态坐标 $q_k(t)$ 的振动方程表示为

$$y_k(t) = A_k y_k(t) + B_k u_k(t) + B_k e_k(t) \quad (17)$$

式中, $u_k(t)$ 和 $e_k(t)$ 分别是模态空间的控制力和外界激励力。

$$\begin{aligned} y_k(t) &= (q_k(t) \quad \dot{q}_k(t))^T \\ A_k &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\omega_k^2 & -2\xi_k \omega_k \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$B_k = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}^T$$

假如 Q_k 和 R_k 分别是第 k 阶模态的加权系数, 式中, Q_k 可以表示为

$$Q_k = \begin{pmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{pmatrix} \quad (18)$$

一般来说, 选取 $Q_1 = \omega_k^2$, $Q_2 = 1$ 。

根据最优控制理论, 在确定加权矩阵 Q 和 R 后, 求解式(5)中的黎卡提方程, 可以得到常值的正定矩阵

$$P_k = \begin{pmatrix} p_{k11} & p_{k12} \\ p_{k21} & p_{k22} \end{pmatrix} \quad (19)$$

式中, $p_{k11} = 2\xi_k \omega_k p_{k12} + \omega_k^2 j_{k22} + \frac{p_{k12} p_{k22}}{R_k}$;

$$p_{k12} = -\omega_k^2 R_k \left(\sqrt{1 + \frac{Q_{k1}}{R_k \omega_k^4}} - 1 \right);$$

$$p_{k21} = p_{k12};$$

$$p_{k22} = 2\xi_k \omega_k R_k \left[\sqrt{1 + \frac{2p_{k12} + Q_{k2}}{(2\xi_k \omega_k)^2 R_k}} - 1 \right].$$

则, 第 k 阶模态控制力可以表示为

$$u_k(t) = -\frac{p_{k12}}{R_k} q_k(t) - \frac{p_{k22}}{R_k} \dot{q}_k(t) \quad (20)$$

车体的一阶垂向弯曲在振动中的贡献率最大, 因此, 以控制车体的一阶垂弯频率为控住目标, 在车体与悬吊设备之间安装半主动的悬挂减振器, 那么, 式(13)的车体模态振动方程可以描述为

$$\begin{aligned} \ddot{q}_k(t) + 2(1 + \beta)\xi_k \omega_k \dot{q}_k(t) + (1 + \gamma)\omega_k^2 q_k(t) &= \\ &\frac{1}{m_c} \sum_{i=1}^2 Y_k(x_i) F_i + \frac{1}{m_c} \sum_{j=3}^4 Y_k(x_j) F_j - \\ &\frac{1}{m_c} \sum_{i=1}^2 h_c F_{xi} \frac{dY_k(x_i)}{dx} + \frac{1}{m_c} \sum_{j=3}^4 Y_k(x_j) f_k \end{aligned} \quad (21)$$

式中, $\beta = \sqrt{1 + \frac{2p_{k12} + Q_{k2}}{(2\xi_k \omega_k)^2 R_k}} - 1$;

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{Q_{k1}}{R_k \omega_k^4}} - 1.$$

半主动悬挂的最优控制力可以表示为

$$u_k^*(t) = -\frac{p_{k12}}{Y_k(x_j) R_k} q_k(t) - \frac{p_{k22}}{Y_k(x_j) R_k} \dot{q}_k(t) \quad (22)$$

从式(22)可以看出, 基于 LQR 算法的半主动悬挂的最优控制力与车体的振型密切相关, 同时与二系悬挂力和悬吊设备的悬挂力有关。

3 仿真结果分析

根据上文所建立的高速列车半主动悬挂模型,半主动悬挂的最优控制力与加权系数 R 密切相关,因此,本节首先分析加权系数对车体振动控制的影响,然后分析了半主动控制下车体振动的变化规律。

3.1 简谐激励

在车体和悬吊设备之间安装半主动控制的悬挂系统,采用 LQR 的控制方法,以降低车体的一阶垂弯模态频率为控制目标,在图 3a 显示了加权系数 R 对车体振动动力放大倍数的影响规律,选取车体中部垂向振动作为研究对象,简谐激励频率从 0.2 Hz 增加到 20 Hz,幅值是 1 mm。

从分析结果可以看出,车体垂向振动在分析的 20 Hz 频率范围内主要存在两个振动主频,分别是 1.2 Hz 和 10.8 Hz,式中,1.2 Hz 的振动主频反映车体的刚体模态频率,属于车体浮沉运动;10.8 Hz 的振动主频反映了车体的弹性振动模态频率,属于车体的一阶垂弯模态。从图 3a 中可以看出,车体刚性振动频率下的动力放大倍数是 2.921,弹性振动下的是 0.542,刚性振动明显大于弹性振动。此外,从数值上可以看出,从轮轨接触传递到车体上的振动能量呈现放大的趋势,车体的弹性振动由于半主动悬挂控制的存在而被明显抑制。此外,图中还对比分析了不同加权系数 R 对半主动控制效果的影响规律,从结果上看,加权系数 R 的变化不对车体的刚性振动产生影响,而弹性模态下的变化明显,符合半主动悬挂的控制策略。加权系数 R 从 5×10^{-3} 降低至 1×10^{-5} ,车体弹性振动的动力放大倍数也变化明显,从 0.542 减小到 0.378,说明加权系数 R 的降低有利于车体弹性振动能量的降低;加权系数 R 从 5×10^{-3} 减小到 5×10^{-4} ,车体振动的动力放大倍数变化较小,只有当加权系数降低至 1×10^{-5} 之后才会出现明显的变化。

如图 3b 所示,对比分析了激励频率 10.8 Hz 下的车体垂向振动时域结果,从中可以看出,在简谐激励频率 10.8 Hz 下,随着加权系数 R 从 5×10^{-3} 减小到 5×10^{-4} ,车体垂向振动加速度变化很小,数值上仅从 2.510 mm/s^2 减小到 2.392 mm/s^2 ;但是当加权系数减小至 1×10^{-5} 时,车体垂向振动加速度体现出明显的降低趋势,减小至 1.763 mm/s^2 ,降低了约 29.76%,车体的减振效果明显,因此,选取最优的加权系数 R 可以使得半主动控制对车体振动的减振效果最好。

(a) 动力放大倍数

(b) 振动加速度时域

图3 简谐激励下的车体垂向振动

3.2 随机激励

以武广线实测轨道不平顺为随机轨道激励,分析了加权系数 R 对车体垂向振动的影响规律,如图 4 所示。从图 4a 中可以看出,在不同的加权系数下,车体的垂向振动加速度方均根值(RMS 值)均随着速度呈现先增大后降低的变化趋势,在车辆运行速度 280~340 km/h 范围内出现最大值,出现这种现象的最大可能是车体的弹性振动在该速度范围内被激发了,与轨道激励的振动频率出现了共振现象。加权系数对车体振动的影响与车辆的运行速度相关,当车辆运行速度位于低速区间时,加权系数的变化对车体垂向振动影响很小;当车辆处于高速区间,尤其是 280~340 km/h 的速度区间内,加权系数的降低会明显降低车体的垂向振动,出现这种现象的主要原因是低速区间内的车体弹性振动不明显,基于 LQR 算法的半主动悬挂的控制目标是降低车体的弹性振动,车体的弹性振动越明显,半主动控制的减振效果越好。以运行速度 340 km/h 下的车体振动为例,当加权系数 R 是 5×10^{-3} 时,车体垂向振动

RMS 值是 0.105 m/s^2 , 当加权系数降低至 1×10^{-5} 时, 车体的振动 RMS 值是 0.089 m/s^2 , 降低了 17.9%, 加权系数的影响明显。

为了进一步阐明 280~340 km/h 速度范围内加权系数 R 对车体垂向振动的减振效果与车辆的运行速度密切相关的原因, 对运行速度 340 km/h 下的车体垂向振动加速度进行频谱分析, 如图 4b 所示。从图中可以看出, 在车体的刚性振动模式下, 不同加权系数下的振动幅值没有变化, 但是在弹性振动模式频率下有明显的差异; 在该速度级下, 车体的弹性振动能量明显大于刚性振动, 在车体垂向振动中占主要成分, 不同加权系数之间的差异也主要体现在对车体弹性振动的减振效果上。

图 4 随机激励下的车体垂向振动

3.3 半主动控制减振效果分析

从前面的分析可以看出, 选取合适的加权系数 R 可以明显改善半主动悬挂对车体的减振效果, 为此, 本文选取加权系数 $R = 1 \times 10^{-5}$, 对比分析了车下悬吊设备被动悬挂和半主动悬挂对车体减振效果的影响, 如图 5 所示。

图 5 两种悬挂方式下的车体垂向振动

图 5a 对比分析了两种悬挂方式下车体垂向振动 RMS 值的变化趋势, 当车辆运行速度处于低速区间, 两种悬挂方式下的车体垂向振动差异很小, 主要原因是车体在低速区间内的弹性振动能量较小, 车体垂向振动能量主要来自于车体的刚性振动, 半主动悬挂的减振效果微弱; 在高速区间内, 尤其是车体弹性振动最剧烈的速度范围内, 半主动悬挂对车体减振效果明显优于被动悬挂。以车辆运行速度 300 km/h 下的振动为例, 被动悬挂下的车体垂向振动 RMS 值是 0.125 m/s^2 , 半主动悬挂下的车体振动是 0.063 m/s^2 , 车体振动降低了约一半, 半主动悬挂对车体减振效果显著。图 5b 中对比分析了两种悬挂方式在运行速度 300 km/h 时的车体振动能量分布情况, 采用 LQR 控制策略的半主动悬挂主要是明显降低了车体在 10.8 Hz 附近的振动能量, 属于车体弹性振动, 对车体的刚体振动能量影响很小, 这也进一步阐明了被动悬挂下的振动幅值明显大于半主动悬挂的原因, 同时说明了基于 LQR 控制策略的半主动悬挂方式可以显著降低车体的弹性振动, 明显优于被动悬挂。

4 结论

(1) 基于 LQR 控制策略的半主动悬挂最优控制力与车体的振型密切相关, 同时与二系悬挂力和悬挂设备的悬挂力有关。

(2) 从简谐激励和随机激励下的车体振动演变规律可以看出, 基于 LQR 控制策略的半主动悬挂系统主要降低了车体的弹性振动, 具体地是车体的一阶垂弯振动模式, 对车体的刚性振动影响很小; 降低加权系数 R 至一定数值, 有利于提高半主动悬挂的控制效果, 降低车体的弹性振动, 但是也会增大半主动悬挂所提供的阻尼力。

(3) 半主动悬挂对车体振动控制的效果与车体弹性振动能量密切相关, 车体弹性振动能量越大, 半主动悬挂的控制效果越好。当车体出现弹性振动时, 半主动悬挂的车体减振效果明显优于被动悬挂, 在车体弹性振动最明显的速度级下, 半主动悬挂下的车体振动 RMS 值降低了约一半。

参 考 文 献

- [1] SHI Huailong, LUO Ren, WU Pingbo, et al. Application of DVA theory in vibration reduction of carbody with suspended equipment for high speed EMU[J]. Science China Technological Sciences, 2014, 57(7): 1425-1438.
- [2] 石怀龙, 罗仁, 邬平波, 等. 基于动力吸振原理的动车组车下设备悬挂参数设计[J]. 机械工程学报, 2014, 50(14): 155-161.
SHI Huailong, LUO Ren, WU Pingbo, et al. Suspension parameters designing of equipment for electric multiple units based on dynamic vibration absorber theory[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(14): 155-161.
- [3] 石怀龙, 邬平波, 罗仁. 高速动车组弹性车体和设备耦合振动特性[J]. 西南交通大学学报, 2014, 49(4): 693-699.
SHI Huailong, WU Pingbo, LUO Ren. Coupled vibration characteristics of flexible car body and equipment of EMU[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2014, 49(4): 693-699.
- [4] 汪群生, 曾京, 罗光兵, 等. 车轮磨耗下车下悬吊系统振动特性研究[J]. 机械工程学报, 2016, 52(10): 113-118.
WANG Qunsheng, ZENG Jing, LUO Guangbing, et al. Study on vibration behavior of carbody underneath suspended systems under wheel profile wear[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(10): 113-118.
- [5] 罗光兵, 曾京, 罗仁. 车下设备悬吊方式对车体振动的影响[J]. 铁道学报, 2015, 37(5): 9-14.
LUO Guangbing, ZENG Jing, LUO Ren. The influence of underframe equipment suspended types on carbody vibrations[J]. Journal of China Railway Society, 2015, 37(5): 9-14.
- [6] TOMIOKA K, TAKIGAMI T. Reduction of bending vibration in railway carbodies using carbody-bogie dynamic interaction[J]. Vehicle System Dynamic, 2010, 48(s1): 467-486.
- [7] ZHOU J, GOODALL R, REN L, et al. Influence of carbody vertical flexibility on ride quality of passenger railway vehicles[J]. Journal of Rail and Rapid Transit, 2009, 223(5): 461-471.
- [8] 周劲松, 张伟, 孙文静, 等. 铁道车辆弹性车体动力吸振器减振分析[J]. 中国铁道科学, 2009, 30(3): 86-90.
ZHAO Jingsong, ZHANG Wei, SUN Wenjing, et al. Vibration reduction analysis of the dynamic vibration absorber on the flexible carbody of railway vehicles[J]. China Railway Science, 2009, 30(3): 86-90.
- [9] 汪群生, 曾京, 魏来, 等. 高速动车组车下悬挂系统两级悬挂隔振研究[J]. 机械工程学报, 2018, 54(8): 1-7.
WANG Qunsheng, ZENG Jing, WEI Lai, et al. Research on vibration reduction of carbody underframe suspended system applied with two-stage suspension in high-speed EMU[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(8): 1-7.
- [10] SCHANDL G, LUNGNER P, BENATZKY C, et al. Comfort enhancement by an active vibration reduction system of a flexible railway car body[J]. Vehicle System Dynamic, 2007, 45(9): 835-847.
- [11] 李忠继, 戴焕云, 曾京. 半主动悬挂高速列车稳定性研究[J]. 机械工程学报, 2015, 51(4): 116-125.
LI Zhongji, DAI Huanyun, ZENG Jing. Study on the stability of the high-speed train with semi-active suspension [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(4): 116-125.
- [12] WU Pingbo, ZENG Jing, DAI Huanyun. Dynamic response analysis of railway passenger car with flexible carbody model based on semi-active suspensions[J]. Vehicle System Dynamics, 2004, 41(Suppl.1): 774-783.
- [13] 汪群生. 高速列车车下悬吊系统振动行为研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2018.
WANG Qunsheng. Study on vibration behavior of carbody underframe suspended systems for high speed trains[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2018.
- [14] LAL P, BARJEEV T, HARI G. Optimal control of nonlinear inverted pendulum system using PID controller and LQR: Performance analysis without and with disturbance input[J]. International Journal of Automation & Computing, 2014, 11(6): 661-670.

- [15] POGGETTO V, SERPA A. Vehicle rollover avoidance by application of gain-scheduled LQR controllers using state observers[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2016, 54(2): 1-19.
- [16] 汪群生, 曾京, 魏来, 等. 车下悬吊设备不平衡振动对车体振动的影响[J]. *铁道学报*, 2017, 39(2): 24-31.
WANG Qunsheng, ZENG Jing, WEI Lai, et al. Influence of unbalanced vibration of underneath suspended system on carbody vibration[J]. *Journal of the Chinese Railway Society*, 2017, 39(2): 24-31.

作者简介: 汪群生, 男, 1990 年出生, 博士, 助理研究员。主要研究方向为车辆系统动力学。

E-mail: wangqunsheng@126.com

曾京, 男, 1964 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为车辆系统动力学。

E-mail: zeng@swjtu.edu.cn

朱彬, 男, 1991 年出生, 博士研究生。主要研究方向为车辆系统动力学。

E-mail: 1003733674@qq.com

吴一, 男, 1991 年出生, 博士研究生。主要研究方向为车辆系统动力学。

E-mail: 791489545@qq.com

王勇(通信作者), 男, 1972 年出生, 博士, 副研究员。主要研究方向为车辆系统动力学。

E-mail: wangyong_05@aliyun.com