DOI: 10.3901/JME.2020.04.104

基于 μ 综合方法的智能车辆人机共驾的 鲁棒横向控制*

谢有浩^{1,2} 魏振亚³ 赵林峰³ 王家恩³ 陈无畏³

(1. 滁州学院机械与电气工程学院 滁州 239000;

2. 安徽猎豹汽车有限公司 滁州 239064;

3. 合肥工业大学汽车与交通工程学院 合肥 230009)

摘要: 在大多数智能车辆横向控制研究中, 存在未考虑驾驶员误操作的影响这一不足。以人机共驾控制问题为研究对象, 将驾驶员操纵转矩和车辆状态作为控制器输入。首先, 建立转向系统和车辆二自由度模型, 在车辆局部坐标系中, 根据预瞄点曲率信息实现虚拟路径的规划, 基于车辆状态和目标车道设计上期望横摆角速度控制器。其次, 将侧向风和驾驶员误操作作为干扰输入, 以车辆状态中的横摆角速度、转向盘转角、转矩传感器测量值和期望横摆角速度作为控制器反馈变量, 考虑车辆参数摄动及传感器测量噪声等影响, 设计下层 μ 综合控制器, 使车辆跟踪期望横摆角速度和期望的横向位移, 确保车辆能稳定地跟踪目标路径。最后, 进行自动换道和车道保持仿真, 并基于 Carsim/Labview 的硬件在环试验台上进行硬件在环试验, 仿真和试验结果均表明, 提出的横向控制方法能辅助驾驶员更好的跟踪目标车道, 且对侧向风和驾驶员误操作均有很好的干扰抑制性能。

关键词: 智能汽车; 横向控制; 人机共享控制; μ 综合控制

中图分类号: TG156

Robust Lateral Control of Intelligent Vehicle in the Human-machine Sharing Based on μ -synthesis

XIE Youhao^{1,2} WEI Zhenya³ ZHAO Linfeng³ WANG Jiaen³ CHEN Wuwei³

(1. College of Mechanical and Electric Engineering, Chuzhou University, Chuzhou 239000;

2. Anhui Leopard Automobile Co., Ltd., Chuzhou 239064;

3. School of Automotive and Transportation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009)

Abstract: In most intelligent vehicle lateral control studies, there is a shortcoming that the influence of driver's misoperation is not taken into account. The human-machine sharing control problem is taken as the research object. The driver steering torque and vehicle state are considered as inputs of the controller. Firstly, the steering system and 2-DOF vehicle model is established, and in the vehicle local coordinate system, a virtual path planning is realized according to the curvature information of the preview point. And an upper desired yaw rate controller is designed based on vehicle statue and the desired lane. Secondly, a lower μ -synthesis robust controller considering vehicle parameter uncertainty and sensor noise is designed to make vehicle tracking the desired yaw rate and the desired lateral position, ensure vehicle tracking the target path stably, in which crosswind and driver's misoperation are considered as disturbance input, and yaw rate, steering angle, steering torque and desired yaw rate are considered as feedback variables. Finally, lane changing and lane keeping simulation is carried out, and the HIL test is implemented on the HIL test bench based on CarSim/LabVIEW, the simulation and test results show that the proposed lateral control algorithm not only assist driver to control vehicle tracking desired lane more accurately but also can restrain the crosswind and prevent driver's misoperation.

Key words: intelligent vehicle; lateral control; human-machine sharing; μ integrated control

* 安徽省科技重大专项(17030901060)和国家自然科学基金(51675151, U1564201)资助项目。20190316 收到初稿, 20191016 收到修改稿

0 前言

横向控制作为智能车辆控制的关键技术,通过传感器获取车辆当前所处道路位置及车辆自身状态信息,控制车辆在道路上的横向位置及航向,使车辆稳定地行驶在目标路径上,并在不同车速、载荷、风阻和路况下有很好的乘坐舒适性^[1]。智能车辆在道路上行驶时受到各种干扰,包括车辆参数的变化、侧向风引起的侧向干扰力及干扰力矩、道路曲率变化以及传感器测量噪声等干扰。因此,在智能车辆横向控制研究中,除了应考虑道路跟踪与乘坐舒适性等性能外,还应使系统具有良好的抗干扰能力和鲁棒性能。YIN 等^[2]和 WANG 等^[3]针对车辆参数的不确定性以及外界的非线性干扰设计了 H_∞ 横向控制器。ZHANG 等^[4]针对四轮转向车辆转向过程中参数的变化,设计了横向鲁棒控制器。SHIN 等^[5]根据自动转向车辆,提出一种自适应反推模糊控制方法。CERONE 等^[6]以转向盘转角为输入并考虑了模型的不确定性采用 μ 综合方法设计鲁棒控制器,搭建了车道保持辅助系统。KIM 等^[7]中对车道保持系统的不确定参数及外界干扰设计了观测器以减少这些参数对控制效果的影响,并基于反馈控制设计了非线性阻尼控制器来抑制转角的跟踪误差。赵熙俊等^[8]提出了由期望航向偏差生成器和反馈控制相结合的车辆路径跟踪控制方法,并设计了按照车速分段的固定增益鲁棒 PID 控制器,提高车辆在较高车速下的路径跟踪能力。RAMON 等^[9]为了解决非线性模型预测控制计算量大和线性模型预测控制在跟踪曲线道路时精度不高的问题,提出了一种前馈与反馈控制相结合的方法,反馈控制采用线性模型预测控制,前馈控制采用鲁棒控制。ITO 等^[10]根据假设构建满足条件的模型,所提出的模型具有多个目标,包括减少驾驶输入、确保平顺性和安全边际等,并设计 MPC 评价标准,实现全局最优的求解。汪选要等^[11]设计了横向控制所需的期望横摆角速度观测器和转角 PID 控制器,并基于滑模控制理论,设计了鲁棒转矩控制器,以提高车辆的抗干扰能力。CHO 等^[12]综合主动前轮转向和直接横摆力矩控制提出了一种由非线性四轮车辆模型得到的时间延迟控制方法。针对以转向控制为手段的车道偏离辅助系统中的人机协同问题,谈东奎等^[13]提出了一种基于人机驾驶权分配的共享控制方法,设计级联控制器来确定辅助转矩,然后利用人机驾驶权分配模块来协调人机冲突。CHEN 等^[14]根据驾驶员左右转动转向盘的趋势,计算出在安全域内的期望方向盘转角,然后构建驾驶员意图估计器来估计驾驶员想要转动的转向盘转角。

综上所述,以往大多数智能车辆横向控制均是以车辆前轮转角或转向盘转角作为控制输入,且未考虑到驾驶员转向盘转矩输入对车辆横向运动的影响。近年来,对驾驶员参与智能车辆驾驶时的车辆横向控制问题的研究日益得到广泛关注。朱昱^[15]以车辆跟踪道路偏差和转向盘转角作为控制器输入,而对驾驶员转向盘力矩输入仅作为干扰而不作为参考变量,因而当驾驶员力矩干扰输入逐渐增大时鲁棒性并不能满足要求。

综上所述,本文以智能车辆横向控制中人机共驾控制问题为研究对象,首先建立用于车辆横向控制的转向系统模型,根据车-路运动学关系以及预瞄点曲率信息进行路径规划,来设计车辆稳定跟踪目标车道的上层车辆横摆角速度控制器。同时将反映驾驶员输入的转向盘扭矩传感器测量值和车辆状态作为控制器输入,考虑车辆建模不确定性、参数变化及外界干扰等因素,设计 μ 综合控制器跟踪车辆期望状态,最终实现当人机共驾时,即在控制器和驾驶员同时控制时,车辆对目标路径的稳定跟踪和对系统参数变化及外界干扰的鲁棒性。最后,进行车道保持和自动换道仿真试验,并进行硬件在环试验验证所提出的方法有效性。

1 模型构建

1.1 车辆模型

二自由度车辆模型能很好地体现车辆的行驶特性,因此,采用扩展二自由度车辆模型作为仿真车辆模型。

$$\dot{\beta} = \frac{1}{MV_x} \left\{ -(C_f + C_r) \beta - \left[MV_x - \frac{1}{V_x} (l_r C_r - l_f C_f) \right] r + C_f \delta_f + F_w \right\} \quad (1)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{I_z} \left\{ -(l_f C_f - l_r C_r) \beta - \frac{1}{V_x} (l_f^2 C_f + l_r^2 C_r) r + l_f C_f \delta_f + M_w \right\} \quad (2)$$

$$\alpha_f = \delta_f - \left(\beta + \frac{l_f}{V_x} r \right) \quad (3)$$

$$\alpha_r = - \left(\beta - \frac{l_r}{V_x} r \right) \quad (4)$$

$$F_f = C_f \alpha_f \quad (5)$$

$$F_r = C_r \alpha_r \quad (6)$$

式中 M ——车辆质量;

I_z ——整车绕质心转动惯量;

C_f, C_r ——前后轮综合侧偏刚度系数;

l_f, l_r ——前后轴至车辆质心距离;

V_x ——纵向车速;

δ_f ——前轮转角;

β ——质心侧偏角;

r ——横摆角速度;

F_f, F_r ——前后轮侧向力;

F_w ——侧向风引起的作用于质心位置的侧向力;

M_w ——侧向风引起的作用于质心位置的横摆力矩。

1.2 转向系统模型

以 EPS 作为横向控制的主动转向执行机构,并忽略系统非线性摩擦,如图 1 所示。图中, v 为车辆质心处速度, r 为横摆角速度, r_r 为期望横摆角速度。

图1 转向系统模型

转向轴模型

$$J_c \ddot{\theta}_c = T_d - K_c \left(\theta_c - \frac{x_r}{r_p} \right) - B_c \dot{\theta}_c \quad (7)$$

$$T_{sen} = K_c \left(\theta_c - \frac{x_r}{r_p} \right) \quad (8)$$

$$\delta_f = \frac{\theta_c}{G_{sc}} \quad (9)$$

式中 J_c ——转向轴转动惯量;

K_c ——转向轴刚度;

B_c ——转向轴阻尼系数;

θ_c ——转向轴角位移;

x_r ——齿条平移动移;

r_p ——转向轴小齿轮半径;

T_d ——驾驶员输入转矩;

T_{sen} ——转向盘转矩传感器测量值;

G_{sc} ——转向系统转向比。

转向横拉杆模型

$$M_r \ddot{x}_r = \frac{T_{sen}}{r_p} + \frac{g_m T_a}{r_p} - B_r \dot{x}_r - K_t x_r - F_{re} \quad (10)$$

作用在横拉杆上的转向阻力为

$$F_{re} = \frac{T_{align}}{l_m} \quad (11)$$

式中, T_{align} 为回正力矩, 其大小为

$$T_{align} = (t_p + t_m) F_f \quad (12)$$

式中 M_r ——转向横拉杆当量质量;

B_r ——转向横拉杆当量阻尼系数;

K_t ——转向横拉杆刚度;

t_p ——轮胎拖距;

t_m ——主销后倾拖距;

T_a ——实际作用在转向轴上的电机力矩;

l_m ——转向节臂。

电动机模型

$$T_a = K_m \left(\theta_m - \frac{g_m x_r}{r_p} \right) \quad (13)$$

$$J_m \ddot{\theta}_m = T_m - T_a - B_m \dot{\theta}_m \quad (14)$$

式中 K_m ——电动机扭转刚度;

J_m ——电动机转动惯量;

B_m ——电动机阻尼系数;

θ_m ——电动机轴转角;

g_m ——电动机减速比;

T_m ——电动机输出的转矩值。

联立转向系统和车辆模型,以驾驶员转矩和电机力矩作为输入,以转向盘转矩传感器测量值和车辆部分状态作为输出的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1\mathbf{U} + \mathbf{B}_2\mathbf{w} \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{U} \end{cases} \quad (15)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} K_c & 0 & 0 & 0 & -K_c/r_p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{D} = \mathbf{0}。$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1/J_c & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1/J_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1/MV_x & 0 \\ 0 & 1/I_z \end{pmatrix}。$$

状态变量 $\mathbf{x} = (\theta_c, \dot{\theta}_c, \theta_m, \dot{\theta}_m, x_r, \dot{x}_r, \delta_f, \beta, r)$, 外部输入 $\mathbf{U} = (T_d, T_m)$, 外界干扰输入 $\mathbf{w} = (F_w, M_w)$, $\mathbf{Y} = (T_{sen}, \delta_f, \beta, r)$ 。

状态方程式(15)中的系数矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & a_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{61} & 0 & a_{63} & 0 & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} & a_{69} \\ a_{71} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{87} & a_{88} & a_{89} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{97} & a_{98} & a_{99} \end{pmatrix}$$

式中

$$\begin{aligned} a_{21} &= -K_c / J_c, a_{22} = -B_c / J_c, a_{25} = K_c / (J_c r_p), a_{43} = \\ &= -K_m / J_m, a_{44} = -B_m / J_m, a_{45} = K_m g_m / (J_m r_p), a_{60} = K_c / \\ &= (M_r r_p), a_{63} = K_m g_m / (M_r r_p), a_{65} = -K_t / M_r - (K_c + g_m^2 \\ &= K_m) / (M_r r_p^2), a_{66} = -B_r / M_r, a_{67} = -(t_p + t_m) C_f / (M_r l_m), \\ &= a_{68} = (t_p + t_m) C_f / (M_r l_m), a_{69} = -(t_p + t_m) C_f l_f / (V_x M_r l_m), \\ &= a_{71} = 1 / G_{sc}, a_{87} = C_f / (M V_x), a_{88} = -(C_f + C_r) / (M V_x), \\ &= a_{89} = (l_r C_r - l_f C_f) / (M V_x^2) - 1, a_{97} = l_f C_f / I_z, a_{98} = (l_r C_r - \\ &= l_f C_f) / I_z, a_{99} = -(l_r^2 C_r + l_f^2 C_f) / (I_z V_x). \end{aligned}$$

1.3 车-路相对位置模型

根据图 2 中几何关系, 局部坐标系 $X_c O_c Y_c$ 中车辆与预瞄距离 L 处的单预瞄点 O_p 的侧向偏差 y 与方位偏差 ϕ 的变化率为^[16]

$$\dot{y} = -V_y - L \cdot r + V_x \cdot \phi \quad (16)$$

$$\dot{\phi} = V_x \cdot \rho - r \quad (17)$$

2 上层期望横摆角速度控制器设计

2.1 车辆运动学分析

图 2 所示, 大地坐标系 XOY 中, 设车辆视觉预瞄的前方道路上 L 处点 O_p 坐标为 (X_p, Y_p) , 其切线方向与横坐标的夹角为 φ_p 。

根据图中的几何关系可知在车辆局部坐标系 $X_c O_c Y_c$ 中车辆与预瞄点 O_p 的相对位置为

$$p_e = \begin{pmatrix} L \\ y \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi_c & \sin \phi_c & 0 \\ -\sin \phi_c & \cos \phi_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_p - X_c \\ Y_p - Y_c \\ \phi_p - \phi_c \end{pmatrix} \quad (18)$$

在某一时刻, 车辆质心在全局大地坐标系中(图 2)的位置坐标为 (X_c, Y_c) , 车辆纵轴线与横坐标的夹角为 ϕ_c 。则有

$$\dot{X}_c = V \cos(\phi_c + \beta) \quad (19)$$

$$\dot{Y}_c = V \sin(\phi_c + \beta) \quad (20)$$

$$\dot{\phi}_c = r \quad (21)$$

式中, β 为质心侧偏角。

图 2 车辆坐标系转换

由式(19)~(21)反映的车辆横摆角速度、质心侧偏角以及质心速度与车辆位置的关系可知, 车辆的运动位置由横摆角速度和质心速度的变化决定。因此在路径规划的基础上设计期望横摆角速度控制器, 下层车辆 μ 综合控制器以期望横摆角速度作为目标状态指令。

2.2 路径规划

局部路径规划主要是在车辆局部坐标系 $X_c O_c Y_c$ 中动态地规划车辆质心与预瞄点之间的行驶路径 $Y_c(x)$, 目标路径与车辆的相对位置关系如图 2 所示。由于车辆的质心侧偏角较小, 故此处忽略车辆质心侧偏角的影响, 即车辆的实际速度方向与车辆纵轴的方向一致。

假设规划的路径方程为如下多项式形式

$$Y_c(x) = A_0 + B_{0x} + C_{0x}^2 + D_{0x}^3 \quad (22)$$

由文献[17]可知, 虚拟路径的以下参数已知

$$Y_c(0) = 0 \quad (23)$$

$$Y_c(L) = y \quad (24)$$

$$\dot{Y}_c(0) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\ddot{Y}_c(x)}{(1 + \dot{Y}_c(x)^2)^{(3/2)}} \Big|_{x=0} = k \quad (26)$$

式中, k 为车辆当前的行驶曲率。

联立式(22)~(26), 则规划的路径方程为

$$Y_c(x) = [r / (2V)] x^2 + \frac{y - r / (2V) L^2}{L^3} x^3 \quad (27)$$

由式(27)可知, 当车辆位于目标路径上, 且车辆的行驶方向和目标路径切线方向相同时, 规划的虚拟路径即为目标路径的方程。当采用离散的预瞄点或预瞄点处的曲率信息来进行路径规划时, 规划

的虚拟路径会更接近目标路径。通过仿真及试验表明,采用单个预瞄点的信息来规划路径完全可以满足实际需要,因此本文采用单预瞄点来进行路径规划。

2.3 期望横摆角速度控制器设计

现假设车辆稳定跟踪某一路径,质心处无偏差。已知 $Y_c(x)$ 为跟踪路径的曲线方程, (x, y) 为车辆质心在曲线上的位置坐标,行驶曲率及速度方向与车辆当前所在曲线上的点一致。

道路曲率为

$$\left. \frac{\ddot{Y}_c(x)}{(1+\dot{Y}_c(x)^2)^{3/2}} \right|_{x=0} = k \quad (28)$$

曲率 k 随时间的变化率

$$\dot{k} = V \left(\frac{dk}{dx} \right) / \left(\frac{ds}{dx} \right) \quad (29)$$

式中, s 为车辆行驶路程。车辆横摆角速度为

$$r_d = V \cdot k \quad (30)$$

联立式(28)~(30),得到 r_d 随时间的变化率

$$\dot{r}_d = \dot{V} \cdot k + \frac{V^2 [\ddot{Y}_c(x)(1+(\dot{Y}_c(x))^2) - 3\dot{Y}_c(x)(\ddot{Y}_c(x))^2]}{[1+(\dot{Y}_c(x))^2]^3} \quad (31)$$

将局部坐标系 $X_c O_c Y_c$ 中实时规划的虚拟路径式(27)代入式(31)并在局部坐标系的原点位置 O_c 处取值,则当前时刻车辆沿虚拟路径逼近目标路径的横摆角速度的变化率

$$\dot{r}_d = \dot{V} \cdot r / V + 6V^2 \frac{y-r/(2V)L^2}{L^3} \quad (32)$$

横摆角速度变化率代表车辆以当前行驶速度逼近目标路径时横摆角速度在此时的变化趋势,其值与车辆当前速度、加速度、横摆角速度及车辆与预瞄点相对位置相关^[18]。期望横摆角速度可表示为

$$r_r = r + \varepsilon \cdot \dot{r}_d \quad (33)$$

式中, ε 为与控制间隔时间相关的比例系数。

在控制过程中车辆期望横摆角速度 r_r 的约束

$$r_r \leq \frac{\mu g}{v_x} \quad (34)$$

2.4 期望横摆角速度控制器仿真

对设计的期望横摆角速度控制器进行仿真,假设车辆初始位置为(30,55),转向角为 $7\pi/6$,目标车道为一圆形跑道,其中心坐标为(0,0),跑道半径为50 m。

车辆的纵向车速取15 m/s,其期望的横摆角速度如图3所示,稳态跟踪车道时的期望横摆角速度

为0.3 rad/s,按照期望的横摆角速度行驶时车辆的运动轨迹如图4所示。

图3 期望横摆角速度

图4 车辆行驶轨迹

由图3、4可知设计的上层期望横摆角速度能保证车辆稳定跟踪期望车道,表明设计的上层期望横摆角速度指令是正确有效的。

3 下层 μ 综合控制器设计

在车辆参数变化、模型不确定性及外界侧向风等干扰的情况下,通过设计下层 μ 综合控制器控制电机的输出力矩使车辆稳定跟踪上层控制器输出的期望横摆角速度指令。 μ 综合控制器的设计主要包括以下几个步骤:处理车辆模型参数不确定性及建模不确定性;根据系统性能指标设计权函数,包括指令跟踪误差权函数、外部干扰权函数及限制执行器输出的权函数等;根据受控系统标称模型、模型不确定及权函数,建立被控对象增广的开环控制结构,根据开环系统的输入输出关系利用 $D-K$ 迭代算法进行控制器求解。

3.1 车辆横向控制方案

根据车辆参数对系统动态特性响应的影响程度,将纵向车速、前后轮侧偏刚度及车辆质量等作为系统摄动的参数,并利用线性分式变换(LFT)将参数不确定性块抽出。设各参数的变化表达式如式(35)所示,其线性分式变换模型如式(36)所示。

$$\begin{cases} V_x = V_{x0}(1 + \delta_{1\sigma_1}) \\ C_f = C_{f0}(1 + \delta_{2\sigma_2}) \\ C_r = C_{r0}(1 + \delta_{3\sigma_3}) \\ M = M_0(1 + \delta_{4\sigma_4}) \\ I_z = I_{z0}(1 + \delta_{5\sigma_5}) \end{cases} \quad (35)$$

式中, V_{x0} 、 C_{f0} 、 C_{r0} 、 M_0 、 I_{z0} 分别为 V_x 、 C_f 、 C_r 、 M 、 I_z 的标称值, δ_1 、 δ_2 、 δ_3 、 δ_4 、 δ_5 分别为归一化摄动参数, δ_v 、 δ_c 、 δ_m 、 δ_i 、 δ_ξ 分别为对应的摄动范围。

$$\left\{ \begin{array}{l} V_x = F_u(M_1, \delta_1) \quad \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \zeta_1 \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \eta_1 \end{pmatrix} \quad M_1 = \begin{pmatrix} 0 & V_{x0}\sigma_1 \\ 1 & V_{x0} \end{pmatrix} \\ C_f = F_u(M_2, \delta_2) \quad \begin{pmatrix} \lambda_2 \\ \zeta_2 \end{pmatrix} = M_2 \begin{pmatrix} \mu_2 \\ \eta_2 \end{pmatrix} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0 & C_{f0}\sigma_2 \\ 1 & C_{f0} \end{pmatrix} \\ C_r = F_u(M_3, \delta_3) \quad \begin{pmatrix} \lambda_3 \\ \zeta_3 \end{pmatrix} = M_3 \begin{pmatrix} \mu_3 \\ \eta_3 \end{pmatrix} \quad M_3 = \begin{pmatrix} 0 & C_{r0}\sigma_3 \\ 1 & C_{r0} \end{pmatrix} \\ M = F_u(M_4, \delta_4) \quad \begin{pmatrix} \lambda_4 \\ \zeta_4 \end{pmatrix} = M_4 \begin{pmatrix} \mu_4 \\ \eta_4 \end{pmatrix} \quad M_4 = \begin{pmatrix} 0 & M_0\sigma_4 \\ 1 & M_0 \end{pmatrix} \\ I_z = F_u(M_5, \delta_5) \quad \begin{pmatrix} \lambda_5 \\ \zeta_5 \end{pmatrix} = M_5 \begin{pmatrix} \mu_5 \\ \eta_5 \end{pmatrix} \quad M_5 = \begin{pmatrix} 0 & I_{z0}\sigma_5 \\ 1 & I_{z0} \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (36)$$

式中, ζ_1 、 ζ_2 、 ζ_3 、 ζ_4 、 ζ_5 分别为 V_x 、 C_f 、 C_r 、 M 、 I_z 的输出, η_1 、 η_2 、 η_3 、 η_4 、 η_5 分别为 V_x 、 C_f 、 C_r 、 M 、 I_z 的输入。 λ_1 、 λ_2 、 λ_3 、 λ_4 、 λ_5 为 δ_1 、 δ_2 、 δ_3 、 δ_4 、 δ_5 的输入, μ_1 、 μ_2 、 μ_3 、 μ_4 、 μ_5 为 δ_1 、 δ_2 、 δ_3 、 δ_4 、 δ_5 的输出。通过将各摄动参数写成相应的上线性分式变换, 实现系统中确定与不确定部分的分离。需指出的是, 同一参数的摄动会出现在模型的不同位置, 为了使得系统表示为最小阶 LFT 模型, 需要在式(36)的基础上定义不确定性块的虚构输入矢量 $\mathbf{q}$ 和输出矢量 $\mathbf{p}$, 限于篇幅这里不再叙述, 其计算原理参见文献[19]。

由于系统模型存在非结构性的建模误差, 这里采用乘法不确定性来描述模型的建模误差。设 G_0 为系统传递函数模型, 则考虑乘法不确定性后系统的模型表达式为

$$G_{0m} = [I + \Delta'' W''] G_0 \quad (37)$$

式中, Δ_u 为归一化的不确定函数, $\|\Delta_u\|_{\infty} \leq 1$, W_u 为乘法不确定性的权函数, 反映了在不同频率下建模误差的大小。

完成参数摄动和建模不确定性后,根据系统的性能指标并选择加权函数。下层控制器的目标是通过控制电机力矩实现准确跟踪上层期望横摆角速度指令,为此对控制误差 e_1 (期望横摆角速度指令 r_r 与车辆横摆 r 响应值之差)选择权函数 W_{e1} 。根据外部干扰对系统的影响,分别对驾驶员力矩输入、侧向风引起的干扰侧向力和侧向力

矩选择加权函数 W_{T_d} 、 W_{F_w} 、 W_{M_w} 。考虑传感器测量噪声的影响, 分别对转向盘转角、转向轴转矩、车辆横摆角速度设计相应的测量噪声权函数 $W_{\theta_{en}}$ 、 $W_{T_{sen}}$ 、 W_m , 限制电机输出和前轮转角输出的权函数分别为 W_{T_m} 、 W_{δ_f} , 相应的归一化输出为 e_3 、 e_5 。

在对上述不确定性和加权函数的选择的基础上, 可得如图 5 所示的广义被控对象的控制框图。其中 $Hope-r$ 为期望的横摆角速度指令响应过程传递函数模型, G 为式(15)模型中包含参数摄动时的增广矩阵模型。

图 5 增广的横向控制闭环系统框图

3.2 μ 综合控制器设计

为对图 5 所示的系统进行控制器设计, 针对参数摄动块 Δ_G 和建模不确定模块 Δ_u , 定义混合不确定块对角矩阵如下

$$\mathbf{A}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{A}_u \\ \mathbf{A}_G \end{pmatrix} : \|\mathbf{A}_1\|_\infty \leq 1 \right\} \quad (38)$$

同时, 引入反映横摆角速度跟踪指令和外界干扰抑制性能指标的虚拟不确定块 Δ_p , 从而系统的增广不确定对角矩阵为

$$\Delta = \left\{ \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_p \end{pmatrix} : \|\Delta\|_\infty \leq 1, \Delta_p \in \mathbb{C}^{3 \times 7} \right\} \quad (39)$$

式中, Δ_p 的输入矢量参数为期望横摆角速度控制误差 e_1 、限制前轮转角的权函数输出 e_2 、限制电机力矩的权函数输出 e_3 , Δ_p 的输出矢量参数为期望横摆角速度 r_r 、驾驶员力矩输入 T_d 、侧向风引起的侧向力 F_W 和横摆力矩 M_W 以及三测量量得传感器噪声 (n_1, n_2, n_3) , 并令外部输入 $d=(r_r, T_d, F_W, M_W, n_1, n_2, n_3)$, 增广系统被控输出 $e=(e_1, e_2, e_3)$ 。令混合不确定的输入输出为 ω, z , ω 包括虚拟的不确定块输入矢量 p 和建模不确定块 Δ_u 的输出, z 包括不确定块输出矢量 q 和不确定加权函数 W_u 的输出。控制器的输入输出分别为 y 和 u , 如图 5 所示,

则可得到图 6 所示的 μ 分析和设计的流程图。

图 6 μ 分析和设计的一般框图

$P(s)$ 为实系数传递函数矩阵, 通过 Matlab 的相关建模命令可直接得到其数值解, 这里不再给出。令 $F_l(P, K)$ 为增广被控对象 P 和控制器 K 所构成的下线性分式变换, 根据 μ 理论^[20], 设计稳定的控制器使系统满足鲁棒性的充要条件为

$$\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\Delta}[F_l(P, K)(j\omega)] \leq 1 \quad (40)$$

式中, μ_{Δ} 为结构奇异值, 求解(40)式的一般过程是采用 D - K 迭代算法使系统的结构奇异值最小化, 如式(41)所示

$$\sup_{\omega \in \mathbb{R}} \mu_{\Delta}[DF_l(P, K)D^{-1}(j\omega)] \rightarrow \min \quad (41)$$

式中, D 为尺度变换矩阵。同时满足式(40)、(41)的控制器保证了图 6 中闭环系统在存在建模摄动和参数摄动时的鲁棒稳定性, 也满足横摆角速度跟踪指令性能和外界干扰输入抑制的性能指标 $\|\Delta_p\|_{\infty} \leq 1$ 。

4 仿真试验

4.1 仿真参数确定及 μ 综合控制器求解

针对驾驶员作用在转向盘力矩的频率范围和实际大小, 同时考虑增广系统被控输出 e 的范围, 设 $W_{Td} = (0.2s + 1)/(s + 1)$, 即驾驶员输入到转向盘上的最大静力矩为 $1 \text{ N} \cdot \text{m}$, 高频时为 $0.2 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。针对侧向风产生的力和力矩数的峰值范围, 分别设 $W_{FW} = (50s + 100)/(s + 1)$ 、 $W_{MW} = (30s + 200)/(s + 1)$, 即侧向风产生的力和力矩大小在低频时不超过 100 N 和 200 Nm , 高频时不超过 50 N 和 30 Nm 。根据传感器测量噪声一般会随着频率的增高而增大的特性^[8], 取转角传感器的测量噪声权函数为 $W_{\theta cn} = (0.03s + 0.03)/(0.5s + 1)$, 即在高频时的测量干扰为 0.06 rad , 低频时的测量干扰为 0.03 rad ; 转矩传感器的测量噪声权函数为 $W_{Tsen} = (s + 0.25)/(s + 1)$, 即在高频时的测量干扰为 $1 \text{ N} \cdot \text{m}$, 低频时的测量干扰为 $0.25 \text{ N} \cdot \text{m}$; 取横摆角速度的测量噪声权函数为 $W_{\dot{\theta}} = (0.03s + 0.0003)/(s/0.03 + 1)$, 即在高频时的测量干扰为 0.003 rad/s , 低频时的测量干扰为

0.0009 rad/s 。为限制电机力矩输出、转向盘转角输出, 选择相应的权函数分别为 $W_{Tm} = 1/20$ 、 $W_{\delta f} = 4/\pi$, 即将电机的力矩输出限制在 $20 \text{ N} \cdot \text{m}$ 以内, 前轮转角限制在 $\pi/4$ 之内。确保系统稳定跟踪指令, 选择期望的响应传递函数 $Hope_r = 5/(0.6s + 5)$ 。在确定上述权函数的基础上, 根据尽量选择低阶次权函数的原则及系统的动态响应要求, 经多次仿真调试将横摆角速度跟踪误差的权函数取为 $W_{e1} = (s + 8)/(12.5s + 1)$, 可使稳态的横摆角速度跟踪指令偏差控制在 0.125 rad/s 范围内。

根据实际情形, 车辆建模不确定性权函数为 $W_u = (s + 300)/(s + 1000)$, 即在低频的建模误差为 30% , 高频时则达到 100% 。车辆的模型固定参数和标称参数如表 1 所示, 根据这五个模型参数在车辆实际运行过程中的变化程度来对其摄动范围进行确定, 设五个模型参数的摄动范围分别为 $\sigma_1 = 0.8$ 、 $\sigma_2 = 0.2$ 、 $\sigma_3 = 0.2$ 、 $\sigma_4 = 0.1$ 、 $\sigma_5 = 0.05$ 。根据上述仿真参数和加权函数, 对 μ 综合控制器采用迭代法进行设计, 经过四次迭代后 μ 的峰值为 0.9683 , 其小于 1 , 这说明闭环系统在控制器的作用下, 满足鲁棒性能的要求, 闭环系统的结构奇异值随频率的变化曲线如图 7 所示。

表 1 系统参数

参数说明	数值
整车质量 M_0 / kg	1 231
整车绕 z 轴的转动惯量 $I_{z0} / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1 630
整车质心至前后轴的距离 $(l_f, l_r) / \text{m}$	1, 1.54
前后轮侧偏刚度 $C_{f0}, C_{r0} / (\text{kN} / \text{rad})$	105, 74.4
转向系统传动比 G_{sc}	15
前视距离 L / m	20
纵向车速 $V_{x0} / (\text{m} / \text{s})$	15
主销后倾拖矩 t_m / m	0.025
气胎拖矩 t_p / m	0.033
转向节臂 l_m / m	0.15
转向横拉杆阻尼系数 $B_r / (\text{N} \cdot \text{m} / \text{s})$	2 390
转向横拉杆刚度 $K_r / (\text{N} / \text{m})$	2 390
转向横拉杆质量 M_r / kg	32
电机减速比 g_m	16.5
电机阻尼系数 $B_m / (\text{N} \cdot \text{m} / \text{s})$	3.339×10^{-3}
电机转动惯量 $J_m / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	4.7×10^{-4}
电机扭转刚度 $K_m / (\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad})$	625
转向轴小齿轮半径 r_p / m	1×10^{-2}
转向轴阻尼系数 $B_c / (\text{N} \cdot \text{m} / \text{s})$	0.022 5
转向轴转动惯量 $J_c / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	11.4
转向轴刚度 $K_c / (\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad})$	114.6

图7 结构奇异值变化

$$\begin{cases} W_1 = \frac{(-1.7 \times 10^{23} s^3 - 4.9 \times 10^{23} s^2 - 3.8 \times 10^{23} s + 1.2 \times 10^{13})}{(7.6 \times 10^{22} s^4 + 5.0 \times 10^{23} s^3 + 1.6 \times 10^{24} s^2 + 1.4 \times 10^{24} s - 6.6 \times 10^{13})} \\ W_2 = \frac{(-7.1 \times 10^{26} s^3 - 2.5 \times 10^{27} s^2 - 2.2 \times 10^{27} s + 6.2 \times 10^{16})}{(7.6 \times 10^{22} s^4 + 5.0 \times 10^{23} s^3 + 1.6 \times 10^{24} s^2 + 1.4 \times 10^{24} s - 6.6 \times 10^{13})} \\ W_3 = \frac{(-1.7 \times 10^{26} s^3 - 9.9 \times 10^{26} s^2 - 2.9 \times 10^{27} s + 1.1 \times 10^{17})}{(7.6 \times 10^{22} s^4 + 5.0 \times 10^{23} s^3 + 1.6 \times 10^{24} s^2 + 1.4 \times 10^{24} s - 6.6 \times 10^{13})} \\ W_4 = \frac{(9.6 \times 10^{25} s^3 + 8.1 \times 10^{26} s^2 + 3.1 \times 10^{27} s - 1.4 \times 10^{17})}{(7.6 \times 10^{22} s^4 + 5.0 \times 10^{23} s^3 + 1.6 \times 10^{24} s^2 + 1.4 \times 10^{24} s - 6.6 \times 10^{13})} \end{cases} \quad (42)$$

将控制器用于车辆横向控制系统并结合车辆相对位置模型，分别进行了横摆角速度跟踪性能、干扰抑制性能和横向位置响应的仿真试验研究。

4.2 位置指令跟踪性能

图8为不同车速时横摆角速度的跟踪曲线， $hope-r$ 为期望的响应过程，可以看出在高、低车速时设计的控制器均能够稳定跟踪横摆角速度指令。

图8 不同车速下的横摆角速度指令响应

由于设计的控制器阶数较高，为便于工程实现对其进行降阶，得到的4阶控制器(传递函数矩阵)如式(41)所示。其中， W_1 、 W_2 、 W_3 和 W_4 分别为从转向转矩、转向盘转角、横摆角速度和期望横摆角速度到电机力矩输出之间的传递函数。

实际上此时车辆已偏离目标车道；当 μ 综合控制器工作时，车辆的横摆角速度能稳定至零，这是因为此时的期望横摆角速度的稳定值为零，下层 μ 综合控制器的作用是跟踪期望的横摆角速度，因而设计的控制器对驾驶员的误输入有很好的干扰抑制作用。控制器的输出即电机的力矩输出及驾驶员力矩干扰输出如图10所示。

图9 干扰抑制下的横摆角速度

图10 驾驶员和控制器输出力矩

4.3 干扰抑制性能

设车辆在一直道上以15 m/s的纵向速度行驶，此时驾驶员给转向盘输入6 N·m大小的阶跃干扰力矩，并通过对 μ 综合控制器工作与不工作两种工况下进行对比仿真试验。从图9可以看出，当没有控制器作用时，车辆的横摆角速度响应至一稳定值，

同理，设车辆在一直道上以15 m/s的纵向速度行驶，在某一时刻侧向风产生的侧向力和侧向力矩大小分别为50 N和100 N·m，如图11、12所示。从图13可以看出 μ 综合控制器在侧向风的影响下仍能跟踪横摆角速度指令，控制器的力矩输出如图12所示。

图 11 侧向风引起的侧向力

图 12 侧向风引起的横摆力矩和控制器输出力矩

图 13 侧向风干扰抑制下的横摆角速度

4.4 横向位置响应

分别进行有外界干扰和无外界干扰时的自动换道和车道保持仿真试验。自动换道的仿真试验结果如图 14 所示, 左右侧的车道方程分别为 $y=5$ 和 $y=1$ 。当车辆行驶至 X 轴坐标为 50 时开始切换车道, 并在横坐标坐标 X 为 53 时沿 Y 轴正方向车辆受到侧向风影响, 侧向风产生的力 F_w 和力矩 M_w 大小分别为 80 N 和 60 N·m。从图 14 可以看出车辆虽然受到侧向风干扰, 在换道时仍能稳定逼近右侧目标车道, 说明 μ 综合控制器能够有效抑制侧向风的影响。

图 14 自动换道行驶轨迹

车道保持的目标车道方程为 $y=15[1+\sin(x/20)]$, 车辆起始位置坐标为 (5, 20), 起始转向角为 $\pi/12$ 。分别进行驾驶员单独操纵汽车及控制器和驾驶员同时控制汽车的仿真试验。驾驶员采用“最优预瞄曲率”模型, 通过驾驶员模型得到期望的侧向加速度, 并由期望侧向加速度计算出期望的转向盘力矩。从图 15 可以看出, μ 综合控制器能够更好地辅助驾驶员进行车道保持, 提高了车辆横向控制性能。

图 15 车道保持行驶轨迹

为了方便对比, 图 16 给出了驾驶员力矩和等效到转向柱上的电机辅助力矩的输出结果。从图中可以看出, 电机辅助力矩与驾驶员输出的力矩呈现一定的相反趋势, 对驾驶员的操作起纠正或补偿作用, 从而提高路径跟踪的精度。

图 16 驾驶员输出力矩和电机辅助力矩

5 硬件在环试验

为了进一步验证所设计的算法在有外界干扰和无外界干扰时的自动换道和车道保持时的效果, 本文基于 CarSim/LabVIEW 联合仿真, 以配备有 EPS 的试验平台为基础, 利用 PXI 实时系统多模块以及高数据处理能力, 搭建硬件在环试验平台。硬件在环平台的试验设备主要包括计算机、PXI 主机、转向系统、数据采集卡、各类传感器等, 其结构如图 17 所示。

图 17 硬件在环试验台

硬件在环的仿真工况与试验工况保持一致, 侧向风产生的力 F_w 和力矩 M_w 大小分别为 80 N 和 60 N·m。从图 18 可以看出, 进行硬件在环试验时车辆虽然受到侧向风干扰, 在换道时仍能稳定逼近右侧目标车道, 说明 μ 综合控制器能够有效抑制侧向风的影响。

图 18 换道行驶轨迹

图 19 为换道行驶工况下 μ 综合控制器对理想横摆角速度的响应结果, 从图中可看出尽管存在侧向风的干扰, 控制器仍能稳定的追踪理想信号。

图 19 换道工况下横摆角速度响应

从图 20 硬件在环试验结果可以看出, 结果与仿真时基本保持一致, μ 综合控制器能够更好辅助驾驶员进行车道保持, 提高了车辆横向控制性能。

车道保持工况下 μ 综合控制器对理想横摆角速度的响应结果如图 21 所示。从图 21 可以看出, 控制器对理想横摆角速度具有非常良好的跟踪效果, 满足设计要求。

图 20 车道保持行驶轨迹

图 21 车道保持工况下横摆角速度响应

6 结论

(1) 根据车-路运动学关系以及预瞄点曲率信息进行路径规划, 设计车辆稳定跟踪目标车道的上层车辆横摆角速度控制器, 仿真结果表明上层期望横摆角速度能保证车辆稳定跟踪期望车道, 是正确有效的。

(2) 将反映驾驶员输入的转向盘扭矩传感器测量值和车辆状态作为控制器输入, 考虑车辆建模不确定性、参数变化及外界干扰等因素, 设计 μ 综合控制器跟踪车辆期望状态, 仿真结果表明, 在控制器和驾驶员同时控制时, 车辆能实现目标路径的稳定跟踪, 并对系统参数变化及外界干扰有较好的鲁棒性。

(3) 进行了车道保持和自动换道仿真试验, 搭建硬件在环仿真试验平台, 仿真和试验结果表明, 所设计基于 μ 综合方法的智能车辆人机共驾的鲁棒横向控制能辅助驾驶员更好地跟踪目标车道, 且对侧向风和驾驶员误操作均有很好的干扰抑制性能。

参 考 文 献

- [1] 马莹, 王建强, 徐友春, 等. 智能车辆车道保持系统[J]. ITS 通讯, 2004, 19(1): 7-12.
MA Ying, WANG Jianqiang, XU Youchun, et al. Lane keeping system of autonomous vehicle[J]. Intelligent Transportation Systems, 2004, 19(1): 7-12.
- [2] YIN G D, CHEN N, WANG J X, et al. A study on μ -synthesis control for four-wheel steering system to enhance vehicle lateral stability[J]. J. Dyn. Sys., Meas., Control, 2011, 133(1): 1-6.
- [3] WANG R, JING H, HU C, et al. Robust H_∞ path following control for autonomous ground vehicles with delay and data dropout[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2016, 17(7): 2042-2050.
- [4] PAN H, ZHANG Y, SUN W. Robust tracking control for vehicle lateral dynamics with uncertain parameters and external nonlinearities[J]. Shock and Vibration, 2014(1): 324018.1-324018.12.
- [5] SHIN J, HUH J, CHOE T, et al. Adaptive Control for lateral motion of an unmanned ground vehicle using neural networks[J]. Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, 2013, 19(11): 998-1003.
- [6] CERONE V, REGRUTO D. Robust performance controller design for vehicle lane keeping[C]// European Control Conference, IEEE, 2015: 348-353.
- [7] KIM W, SON Y S, CHUNG C C. Torque-overlay-based robust steering wheel angle control of electrical power steering for a lane-keeping system of automated vehicles[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(6): 4379-4392.
- [8] 赵熙俊, 陈慧岩. 智能车辆路径跟踪横向控制方法的研究[J]. 汽车工程, 2011, 33(5): 382-387.
ZHAO Xijun, CHEN Huiyan. Research on lateral control method of intelligent vehicle path following[J]. Automobile Engineering, 2011, 33(5): 382-387.
- [9] KAYACAN E, RAMON H, SAEYS W. Robust trajectory tracking error model-based predictive control for unmanned ground vehicles[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 21(2): 806-814.
- [10] ITO Y, KUBOTA F, KURAHASHI T. Driver steering model based on globally optimal model predictive control[C]// IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, IEEE, 2014: 1720-1725.
- [11] 汪选要, 王其东, 高振刚, 等. 基于人机共驾的车道偏离防避控制[J]. 汽车工程, 2017, 39(7): 839-848.
WANG Xuanyao, WANG Qidong, GAO Zhengang, et al. Man-machine shared driving based lane departure avoidance control[J]. Automobile Engineering, 2017, 39(7): 839-848.
- [12] CHO S, BAEK J, HONG S, et al. Time-delay control based on a nonlinear vehicle lateral dynamics[C]// Control Conference, IEEE, 2018: 612-616.
- [13] 谈东奎, 陈无畏, 王家恩, 等. 基于人机共享和分层控制的车道偏离辅助系统[J]. 机械工程学报, 2015, 51(22): 98-110.
TAN Dongkui, CHEN Wuwei, WANG Jiaen, et al. Human-machine sharing and hierarchical control based lane departure assistance system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(22): 98-110.
- [14] TAN D, CHEN W, WANG H, et al. Shared control for lane departure prevention based on the safe envelope of steering wheel angle[J]. Control Engineering Practice, 2017, 64: 15-26.
- [15] 朱昱. 车道变换自动控制策略研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.
ZHU Yu. Study on lane changing automatic control strategy[D]. Shanghai: Tongji University, 2007.
- [16] TAN Dongkui, CHEN Wuwei, WANG Hongbo. Shared control for lane departure prevention based on the safe envelope of steering wheel angle[J]. Control Engineering Practice, 2017, 64(4): 15-26.
- [17] 王家恩, 陈无畏, 王檀彬, 等. 基于期望横摆角速度的视觉导航智能车辆横向控制[J]. 机械工程学报, 2012, 48(4): 108-115.
WANG Jiaen, CHEN Wuwei, WANG Tanbin, et al. Vision guided intelligent vehicle lateral control based on desired yaw rate[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(4): 108-115.
- [18] 陈无畏, 王家恩, 汪明磊, 等. 视觉导航智能车辆横向运动的自适应预瞄控制[J]. 中国机械工程, 2012, 5(5): 698-704.
CHEN Wuwei, WANG Jiaen, WANG Minglei, et al. Adaptive preview control of vision guided intelligent vehicle lateral movement[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(5): 698-704.
- [19] 严之一. 线性分式变换(LFT)算法的研究及应用[D]. 武汉: 华中科技大学, 2009.
YAN Zhiyi. Research and application of linear fractional transformation(LFT) algorithm[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2009.
- [20] 陈龙, 袁朝春, 江浩斌. 基于 μ 综合鲁棒控制的 EPS 车辆操纵稳定性研究[J]. 汽车工程, 2008, 30(8): 705-708.
CHEN Long, YUAN Zhaochun, JIANG Haobin. A study on the handling stability of vehicles with EPS based on μ synthesis robust control[J]. Automotive Engineering, 2008, 30(8): 705-708.

作者简介: 谢有浩, 男, 1975 年出生, 教授级高级工程师。主要研究方向为汽车智能化和制造技术。
E-mail: cfyzxyh@163.com
魏振亚(通信作者), 男, 1988 年出生, 博士, 硕士研究生导师。主要研究方向为汽车动力学与技术。
E-mail: 18655186161@163.com