DOI: 10.3901/JME.2020.04.057

能量法理论与数值模拟相结合的方板对角 拉伸临界起皱失稳预测*

杜 冰 宋鹏飞 谢 军 赵长财 关风龙

(先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室(燕山大学) 秦皇岛 066004)

摘要: 在薄板塑性成形起皱失稳预测研究领域, 由于理论和试验研究方法各自的局限性, 有限元模拟成为了不可或缺的研究手段。由于有限元法不包含起皱失稳判据, 虽然利用引入初始缺陷等手段能够输出后屈曲形貌, 但却无法界定确切的临界起皱时刻, 且模拟结果会受到网格参数设置的影响发生波动。针对该问题, 以吉田屈曲试验为验证试验, 利用能量法理论与数值模拟相结合建立 304 不锈钢方板对角拉伸临界起皱判定线。探讨不均匀拉伸载荷性质下的临界起皱判定线的形貌及特征, 讨论几何条件和边界条件对试件起皱失稳判定线的影响。通过全场应变测量系统 VIC-3D 拍摄的试验应变云图证实了所建立的起皱判定线的有效性。研究内容为板料起皱失稳极限图的建立提供了研究方法和部分数据支撑。

关键词: 起皱失稳; 能量法; 吉田屈曲试验; 起皱判定线

中图分类号: TG386

Prediction of Critical Wrinkle Instability of Thin Plates by Combining Energy Method Theory with Numerical Simulation

DU Bing SONG Pengfei XIE Jun ZHAO Changcai GUAN Fenglong

(Key Laboratory of Advanced Forging Stamping Technology and Science(Yanshan University),
Ministry of Education of China, Qinhuangdao 066004)

Abstract: In the research field of plastic sheet forming wrinkle instability prediction, finite element simulation has become an indispensable research method due to the limitations of theoretical and experimental research methods. Since the finite element method does not contain the wrinkle instability criterion, although the post-buckling morphology can be output by introducing the initial defect, the exact critical wrinkling moment cannot be defined, and the simulation results will fluctuate under the influence of Setting of meshing parameter. Aiming at this problem, the Yoshida buckling test is used as the verification experiment, the use of energy method theory and numerical simulation to establish the critical wrinkle determination line of 304 stainless steel square plate is proposed. The morphology and characteristics of the wrinkle instability determination line under the condition of uneven tensile load are discussed. The influence of geometric conditions and boundary conditions on the determination line of wrinkle instability of the test piece is discussed. The test strain cloud image taken by the full field strain measurement system VIC-3D confirmed the validity of the wrinkle determination line established. The research content provides research methods and some data support for the establishment of the limit diagram of sheet wrinkling instability.

Key words: wrinkle instability; energy method; Yoshida buckling test; wrinkle determination line

0 前言

随着高新技术工程领域倾向选用轻量化、高强度空心薄壁构件的发展趋势, 预测和控制这类构件

在成形过程中易产生的破裂和起皱质量缺陷成为了行业重点研究问题。在薄板失稳预测研究领域, 破裂问题可由成形极限图(Forming limit diagram, FLD)准确预测, 而对于起皱问题, 却没有类似 FLD 式成熟的预测工具。因此, 对类似概念的起皱判定图的建立, 将具有重要意义。

在起皱失稳研究领域, 理论预测受限于诸多假设条件, 分析结果与实际存在较大误差。试验预测

* 国家自然科学基金资助项目(51605420, 51775481, 51775480)。20190424 收到初稿, 20190713 收到修改稿

虽能揭示和获取真实可信的数据,但鉴于实际应用中多数成形工艺受数据采集和模具包覆条件的限制,具有较大局限性。有限元模拟能有效规避试验和理论方法中的局限性,成为起皱预测不可或缺的研究手段。能够用于板壳类稳定性分析的数值模拟方法主要有静力隐式算法和动力显式算法,其中静力隐式算法包括特征值(线性)屈曲分析和非线性屈曲分析^[1]。特征值(线性)屈曲分析利用线性扰动程序计算刚性结构的分叉失稳模态;非线性屈曲分析通过迭代求解不同载荷状态下结构的变形响应,绘制结构的载荷-位移($F-u$)全过程曲线^[2],获取结构失稳前后的全部状态信息,但对于包含接触的成形失稳工况计算无法收敛^[3];动力显示算法适用于包含接触的非线性大变形问题,但由于算法本身未包含起皱失稳判据,无法直接用于起皱失稳的分析,须借助其他数值分析方法共同使用。有学者提出:应用特征值屈曲分析获取结构的屈曲模态,再应用诸屈曲模态(或其线性组合)扰动理想网格,进而利用动力显示算法得到变形物体的失稳形貌特征。例如 RUST 等^[4]在 ANSYS 平台上通过“植入”结构屈曲模态作为初始缺陷,完成了长臂伸缩望远镜的结构失稳起皱模拟,并认为一个保守的几何微缺陷应该基于特征值屈曲分析第一阶屈曲模态而建立。虽然利用引入初始缺陷等手段能够输出后屈曲形貌,但由于缺乏起皱失稳判据,依旧无法界定确切的临界起皱状态,无法达到求解临界起皱线的目的。

针对以上问题,本文将能量法理论^[5-6]和数值模拟相结合来建立薄板在不均匀拉伸载荷性质下的临界起皱判定线。将二者的分析优势相结合,一方面能规避理论分析中由于假设条件造成的分析结果误差过大的问题,另一方面由于理论判据的介入,解决了单纯数值模拟方法缺乏临界起皱判据和分析结果受参数设置影响的问题。在理论和数值模拟方法结合预测起皱的实际应用方面,SHAFAT 等^[7]通过数值模拟确定了锥形件拉深过程中悬臂区起皱压应力作用区域,运用数值模拟的分析数据以能量法为判据进行理论预测,提出了锥形件悬空区皱纹的的挠度计算方程,利用该方程计算的临界起皱状态对应的冲头位移更接近试验结果;赵红亮等^[8]基于弹塑性板壳失稳理论,利用虚功原理和非线性弹塑性有限元方法模拟了 Al-Mg-Si 基合金方板对角拉伸试验,得到了方板临界失稳的物理判据和临界状态下的应力、应变场;ANARESTANI 等^[9]运用分叉理论,模拟了圆柱形件在拉深过程中法兰的起皱现象,并分析了材料、各向异性系数及润滑条件对起皱的

影响。

本文以吉田屈曲试验为验证试验,利用能量法理论提供平板拉伸临界起皱判据,结合本文作者所确立的最佳起皱有限元数值模拟壳单元 Buckle-dynamic 预测算法^[10]建立 304 不锈钢方板对角拉伸临界起皱判定线。探讨不均匀拉伸载荷性质下的起皱失稳判定线的形貌及特征,讨论厚度和边界条件对试件起皱失稳判定线的影响。并通过全场应变测量系统 VIC-3D 拍摄的试验应变云图证实了本文建立的起皱判定线的有效性。

1 吉田屈曲试验

为验证能量法理论与数值模拟相结合的可靠性,建立准确有效的临界起皱判定线,需要以真实板料起皱试验的屈曲应变数据作为起皱失稳判定结果的参照依据。吉田屈曲试验的模型简单,它是研究其他复杂的冲压成形过程中起皱问题的理论基础^[11],且试验数据提取便捷,手段多样,因此选取吉田屈曲试验作为对照试验。

试验设备主要由拉伸装置、测量系统和数据采集处理装置等几部分组成。其中吉田屈曲试验和试件材料拉伸力学性能测试均在 WDW-100 KN 高温微机控制电子万能材料试验机上完成,应变速率设定为 0.001/s。试件的材料选用常规 304 不锈钢轧制板材,通过拉伸力学性能测试得到力学本构关系能用线性公式 $\sigma = \sigma_0 + K\varepsilon$ 高精度拟合,拟合参数和拟合精度如表 1 所示。

表 1 试件的本构方程参数

拟合参数	屈服应力 σ_0 /MPa	强化系数 K /MPa	拟合均方差 R^2
拟合数值	174.54	1 089.8	0.99

当试件拉伸位移达到一定数值后,将产生明显屈曲变形,具体表现如图 1c 所示中心部位凸起,两翼弯曲形成一定的角度。为准确获取方板对角拉伸全过程的应变云图,采用美国 CSI 公司(Correlated Solutions, Inc.)的 VIC-3D 非接触全场应变测量系统。如图 1 所示该系统包括硬件和软件两个部分,其中硬件由图像数据采集头(相机,镜头,光源,支架等)、校正设备组成;软件由主控机柜(高性能计算机工作站)、QAD 等 VIC 图像采集和分析软件系统组成。为避免光线反射对相机拍摄效果的影响,试件以白色哑光漆为背景,黑色哑光漆制备散斑。试验流程包括散斑制作(图 1c)、系统校正、变形采集、数据运算处理四个环节。具体分析结果见后节论述。

(a) VIC-3D 硬件部分

(c) 试件形变

图 1 非接触全场应变测量系统 VIC-3D 和试件外形尺寸、形变

2 能量法理论与数值模拟相结合预测方法的建立

2.1 有效尺寸模型的定义

基于经典薄板理论, 用能量法分析方板对角拉伸失稳起皱问题时, 假设纵向荷载沿板厚均匀分布, 其应力、形变、位移均按平面应力问题进行求解处理^[12]。利用能量法对方板区域建立能量相等关系时, 通常假设起皱前的应力场在整个区域内均匀分布。而方板对角拉伸由于左右两侧角部材料的几何约束, 试件屈曲过程中应力场在面内两方向呈非均匀分布(图 2a)。因此, 能量法理论与数值模拟相结合预测方法建立的关键是如何定义方板试件起皱前应力场均匀分布的有效尺寸模型。为此, 取方板对角拉伸压缩失稳区域为研究对象, 替代整体区域计算方板起皱应变能和外载荷所做的功。基于周敏等^[13]板料不均匀拉伸起皱临界条件分析, 证明方板对角拉伸与矩形板不均匀拉伸失稳临界点的一致性, 定义长度为 a_c , 宽度为 b_c , 厚度为 t 且 x 、 y 方向分别受近似均匀分布的压缩、拉伸应力的矩形平板(图 2b)为有效尺寸模型。考虑到方板对角拉伸的失效情况, 矩形模板的边界条件设置为在 $x=0$, a_c 处简支; $y=0$, b_c 处约束三个方向的转动。

(a) x 向应力云图 (MPa)

(b) 有效尺寸模型

图 2 吉田屈曲试验应力云图和矩形平板模型

2.2 起皱临界应力值计算

由能量法可知, 方板在有效尺寸区域内起皱失稳的临界条件是

$$\Delta U = \Delta T \quad (1)$$

式中, ΔU 为方板起皱应变能; ΔT 为方板屈曲时外载荷所做的功。

$$\Delta U = \frac{t^3}{24} \int_s \left(\overline{L_{1111}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \overline{L_{2222}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \overline{L_{1122}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 4 \overline{L_{1212}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) ds \quad (2)$$

式中, s 为方板有效尺寸区域面积; $\overline{L_{ijkl}}$ 为平面应力

条件下的塑性增量模量, $\overline{L_{ijkl}} = L_{ijkl} - \frac{L_{ij33} L_{33kl}}{L_{3333}}$, L_{ijkl}

为塑性瞬时模量四阶张量, $L_{ijkl} = \frac{E_s}{1+\nu_s} \left[\frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + \frac{\nu_s}{1-2\nu_s} \delta_{ij} \delta_{kl} - \frac{1}{q} s_{ij} s_{kl} \right]$, E_s 为塑性割线模量,

$E_s = \overline{\sigma} / \overline{\varepsilon}$, ν_s 为等效泊松比, $\nu_s = \frac{E_s \nu}{E_r} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_s}{E_r} \right)$,

ν 为泊松比, 塑性变形时 $\nu = 0.5$, E_r 为塑性折减模量, $E_r = 4EE_t / (\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2$, E_t 为塑性切线模量,

δ_{ik} 为克罗内克增量, 参数 $q = \frac{2}{3} \overline{\sigma}^2 + \frac{4E_t \overline{\sigma}^2}{9(E_s - E_t)} + \frac{4\nu E_t \overline{\sigma}^2}{9(E_s - E_t)}$, s_{ij} 为应力偏张量, $s_{ij} = \sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_m$;

w 为方板对角拉伸皱波函数。

$$\Delta T = \frac{1}{2} \int_s N_x(y) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 ds + \frac{1}{2} \int_s N_y(x) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 ds \quad (3)$$

式中, N_{ij} 为膜应力, $N_{11} = -t\sigma_x$ 、 $N_{22} = -t\sigma_y$ 。将式(2)和式(3)代入式(1)有

$$\frac{t^3}{24} \int_s \left(\overline{L_{1111}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \overline{L_{2222}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2 \overline{L_{1122}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 4 \overline{L_{1212}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) ds = \frac{t}{2} \int_s \left(\sigma_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \sigma_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) ds \quad (4)$$

由有效尺寸模型的边界条件, 可假定方板对角拉伸起皱后波纹表面的数学模型为

$$w = \frac{w_0}{2} \sin \left(\frac{m\pi x}{a_c} \right) \left(1 - \cos \left(\frac{2n\pi y}{b_c} \right) \right) \quad n, m = 1, 2, \dots$$

式中, w_0 为单波最大波幅; m 为方板起皱时 x 轴向的波数; n 为方板起皱时 y 轴向的波数。

式(4)在上、下限分别为 x 向 $0 \sim a_c$, y 向 $0 \sim b_c$ 积分求得方板起皱临界主应力值为

$$\sigma_{cal} = -\sigma_x = \frac{\pi^2 t^2}{12} \left(\bar{L}_{1111} \left(\frac{m}{a_c} \right)^2 + \frac{1}{3} \bar{L}_{2222} \left(\frac{a_c}{m} \right)^2 \left(\frac{2n}{b_c} \right)^4 + \right. \\ \left. \frac{2}{3} (\bar{L}_{1122} + \bar{L}_{1212}) \left(\frac{2n}{b_c} \right)^2 \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{a_c}{m} \frac{2n}{b_c} \right)^2 \sigma_y \quad (5)$$

2.3 预测方法的建立

采用本文作者所确立的最佳起皱有限元数值模拟壳单元 Buckle-dynamic 预测算法^[10]计算方板对角拉伸有效压缩区域的应力场分布。将数值模拟得到每一增量步下的应力场数据代入式(5)计算此时所对应的 x 方向上的临界主应力计算值 σ_{cr-cal} , 与此增量步实际模拟得到的 x 向主应力 $\sigma_{x-input}$ 进行对比, 对每一输出增量步执行上述操作, 直至找到二者数值相等的时刻即临界起皱失稳时刻(流程如图3所示)。由于方板对角拉伸过程中试件中心横截面承受的不均匀拉应力诱发方板中部产生被动横向压缩应力, 且在方板中心达到最大值, 导致方板中心处成为起皱失稳的初始临界点^[14], 所以通过比较方板中心节点 σ_{cr-cal} 与 $\sigma_{x-input}$ 大小来预测起皱现象的发生。

图3 能量法理论与数值模拟相结合的起皱失稳判定方法执行流程

如图4所示为 Buckle-dynamic 模拟中方板试件中心节点 x 向的临界主应力计算值 σ_{cr-cal} 与实际主应力 $\sigma_{x-input}$ 输出曲线对比, 按照上述起皱失稳时刻判定流程, 则两条曲线的交点 A 点所对应的增量步即为板料起皱失稳的临界时刻。考虑到最小总势能原理, 当波数 $m=2$, $n=1$ 使得方板起皱临界主应力计

算值 σ_{cr-cal} 取最小值, 因此在能量法理论中, 将 m 和 n 值分别赋值 2 和 1。

图4 x 向实际主应力 $\sigma_{x-input}$ 与主应力计算值 σ_{cr-cal} 曲线对比

3 304 不锈钢方板对角拉伸试验临界起皱判定线的建立

与 FLD 同理, 临界起皱判定线是由不同应力比下起皱失稳初始位置的临界起皱应变构成的曲线。因此为获取不同应力比状态下的临界起皱应变值, 建立 304 不锈钢方板对角拉伸临界起皱判定线, 类似于 FLD 的求解方法, 构造不同几何尺寸的分析模型。

如图5所示, 建立板厚 $t=1$ mm, 边长 l 各为 95 mm、100 mm、105 mm、110 mm、115 mm 的五种模型, 利用有限元数值模拟壳单元 Buckle-dynamic 算法进行方板对角拉伸起皱模拟, 结合能量法理论分析图4中五种模型的试件中心节点的临界起皱时刻。将临界起皱时刻试件受压表面这侧的中心节点面内主次应变提取出来, 在主应变空间中描点, 再将这些点进行曲线拟合, 得到 304 不锈钢($t=1$ mm)方板对角拉伸试验的临界起皱判定线。如图6所示, 该起皱判定线的形貌及特征是位于主应变空间第二象限并近似通过圆点, 斜率近似为-1的直线。

图5 不同几何尺寸的 Buckle-dynamic 模型分析模型

图 6 304 不锈钢($t=1$ mm)方板对角拉伸临界起皱判定线

4 能量法理论与数值模拟相结合起皱预测方法的试验验证和起皱判定线影响因素探讨

4.1 能量法理论与数值模拟相结合临界起皱预测方法可靠性验证

为了验证能量法理论与数值模拟相结合预测方法的可靠性,在图 5 所示模型中板厚 $t=1$ mm, 边长 $l=100$ mm 算例的基础上变换数值模拟网格参数设置,利用能量法理论与数值模拟相结合算法和单纯数值模拟壳单元 Buckle-dynamic 算法分别预测方板对角拉伸屈曲过程,输出方板在拉伸处于起皱失稳状态时所对应的增量步(图 7)和屈曲应力(图 8)并进行比较。

图 7 不同网格参数下的临界增量步

图 8 不同网格参数下的临界屈曲应力

由于单纯数值模拟壳单元 Buckle-dynamic 算法

在临界起皱增量步的界定问题上,没有明确的判别依据,只能通过试件失稳形貌来界定临界起皱状态,且起皱高度在 0.1 mm 已经进入塑性变形。因此本文定义起皱中心最高点到板材边界最低点之间的垂直距离为皱高,将皱高达到板厚 10%也就是 0.1 mm 的时刻认定为试件的临界起皱时刻。能量法理论与数值模拟相结合的起皱预测算法由于有明确的起皱失稳判据,能够直接输出临界起皱时刻所对应的增量步。如图 7 所示,两种预测方法所得到的不同网格尺寸下的临界起皱增量步预测结果基本一致,由于单纯数值模拟壳单元 Buckle-dynamic 预测算法的可靠性已经被试验所验证^[10],由此证明能量法理论与数值模拟相结合预测算法中,繁琐理论环节的加入是不会对临界起皱增量步分析结果的精度产生不利影响的。

如图 8 所示,对比不同网格尺寸下两种预测算法的临界屈曲应力分析结果可知,当网格尺寸小于 1.39 mm 时,两条临界屈曲应力预测曲线均无明显波动,当网格尺寸大于 1.39 mm 时,单纯数值模拟壳单元 Buckle-dynamic 算法预测的曲线出现大幅度波动。这说明能量法理论与数值模拟相结合预测算法分析结果的稳定性整体上要优于单纯有限元数值模拟预测算法,受网格参数设置的影响较小。

4.2 方板厚度对临界起皱判定线的影响

试件成形条件(包括边界条件等外部因素,及板厚、材料等自身因素)对临界起皱判定线的影响能直接反映出材料在抗皱性能方面的表现,从而帮助人们优化成形工艺,有效避免起皱缺陷的产生。为探明板料厚度对临界起皱判定线的影响,基于图 5 中的几何模型采用能量法理论与数值模拟相结合建立板厚 t 为 0.5 mm、1.0 mm、1.2 mm 几何工况下的临界起皱判定线。利用全场应变测量系统 VIC-3D 对不同几何工况下的试验试件进行拉伸过程中应变数据测量,提取试件屈曲受压面试验应变云图进行分析,根据颜色差异将试验应变云图划分为三个区域:屈曲区、临界区及非屈曲区,如图 9a 所示。随机均布提取三个区域上的若干点,输出其主次应变描点绘制于主应变空间中,与预测模拟得到的临界起皱判定线进行比对,结果如图 9b 所示。

从图 9b 中分析观察到,不同厚度下的试件在进入屈曲状态后受压面上具有相同的应变分布特征:屈曲区应变全部位于临界起皱判定线下方,边界区的应变大于非屈曲区应变,且二者均位于判定线上方。通过此特征可说明本文利用能量法理论与数值模拟相结合建立的 304 不锈钢方板对角拉伸临界起

皱判定线是有效可靠的。图 9b 中三条不同厚度下的临界起皱判定线随着板厚的增加, 相同边长模型下的临界起皱主应变值增大显著, 临界起皱判定线斜率绝对值也随之增大, 说明板料抗皱性随

着厚度的增加而增强。然而比较三条判定线在主应变空间中的相对位置发现它们基本重合。这说明材料的临界起皱判定线在主应变空间中位置受厚度的影响甚微。

图 9 不同厚度下的临界起皱判定线

4.3 边界条件对临界起皱判定线的影响

边界条件在抑制失稳起皱方面起着至关重要的作用, CAO 等^[15-16]通过研究楔形板在不同边界条件下起皱的萌生和发展, 证实失稳起皱的产生极大地依赖于边界条件。为考察边界条件对临界起皱判定线的影响, 首先须探明边界条件对方板对角拉伸起皱失稳的影响机制。

如表 2 所示给试件提供 C1~C6 六种边界条件(定义无约束条件工况代号为 C0), 其中大、中、小板边长 l 分别为 142 mm、95 mm、70 mm。将表中的六种约束条件分为三组, 通过数值模拟壳单元 Buckle-dynamic 算法对比分析不同约束工况条件对方板对角拉伸起皱的影响机制, 得知改变约束条件会导致方板起皱失稳形貌产生变化, 具体分析结果如下。

表 2 六种不同约束边界条件

工况	约束方式	约束板大小	试件与约束板间距/mm
C1	单面约束	大	0.06
C2	双面约束	大	0.06
C3	单面约束	中	0.04
C4	双面约束	中	0.04
C5	单面约束	小	0.04
C6	双面约束	小	0.04

第一组方板对角拉伸边界条件设置为 C0、C1 和 C2, 探究有无约束及不同约束类型(单面或双面)方板对角拉伸起皱失稳形貌的变化情况。通过壳单元 Buckle-dynamic 数值模拟得到三种工况下的中心点所在横截面上的失稳轮廓曲线如图 10 所示。分析

图中轮廓曲线得知, 在不同约束方式下试件的屈曲形貌存在差异, 其中单面约束条件虽然不会限制方板的屈曲发展, 但是同样改变了后屈曲形貌; 而双面约束由于接触对增多, 对后屈曲形貌的改变更加显著。

图 10 C0、C1、C2 工况失稳轮廓曲线对比

对比 C0、C3 和 C5 三种成形边界条件, 探究在单面约束条件下改变约束板的大小方板对角拉伸起皱失稳形貌的变化情况见图 11。改变单面约束板大

图 11 C0、C3、C5 工况失稳轮廓曲线对比

小后屈曲轮廓除了约束板边缘处的位移波动(图 11 的 A 处和 B 处), 其余位置基本重合。说明在单面约束工况下, 临界起皱位置以外约束面积的改变, 对临界起皱应变影响很小。

对比 C0、C4、和 C6 三种成形边界条件, 探究在双面约束条件下约束板大小的对方板对角拉伸起皱失稳形貌的影响如图 12 所示。从图中可以看出, 双面约束条件下约束板的大小同样会影响试件屈曲形貌, 在挡板边长小于试件中截面宽度的工况下, 试件除了中部会皱曲, 在与约束板边缘接触处也会产生皱曲。

图 12 C0、C4、C6 工况失稳轮廓曲线对比

不同边界工况条件下方板对角拉伸起皱失稳形貌的变化势必会引起临界失稳应变数值的变化。为探讨边界条件对临界起皱判定线的影响, 选择板厚 $t=1$ mm、边长 $l=100$ mm 尺寸的方板进行壳单元 Buckle-dynamic 数值模拟, 结合能量法理论计算方板中心节点临界起皱失稳时刻所对应的应变, 拟合 C1~C6 工况条件下的临界失稳应变构成的曲线, 并将其与无约束方板拉伸条件下的临界起皱判定线进行对比, 结果如图 13 所示。分析图 13 可知, 双面约束比单面约束条件下的临界起皱应变绝对值大, 小约束间隙比大约束间隙条件的临界起皱应变绝对值大, 双面约束条件下小约束板比大约束板条件的临界起皱应变绝对值大。C1~C6 六种边界条

图 13 6 种边界条件下临界失稳应变

件下的临界起皱应变基本与无约束方板拉伸条件下的判定线共线, 这说明边界条件不会改变材料判定线在主应变空间中的位置, 但能改变临界起皱应变的大小。因此, 在实际工程应用中利用恰当的约束条件能够有效抑制起皱。

基于上文对临界起皱判定线在不同几何条件和边界条件下的探讨分析, 将不同几何、边界条件下的临界失稳应变点统一进行拟合得到的临界起皱判定线更有借鉴价值。并且将其与通过吉田屈曲试验提取的临界失稳应变点进行拟合得到试验临界起皱判定线进行对比, 结果如图 14 所示, 二条临界起皱判定线之间的误差 $|e| = R_1^2 - R_2^2$ 在 4% 左右, 充分说明本文建立的临界起皱判定线具有足够的精度。

图 14 304 不锈钢方板对角拉伸临界判定线

5 结论

(1) 能量法理论与数值模拟相结合预测算法受网格参数设置的影响较小, 预算结果的稳定性整体上要优于单纯有限元数值模拟预测算法, 并且由此方法建立的 304 不锈钢方板对角拉伸临界判定线与试验对比误差在 4% 左右, 具有足够的精度。

(2) 304 不锈钢薄板在不均匀拉伸载荷性质存在临界起皱判定线, 且形貌及特征是位于主应变空间第二象限并近似通过圆点, 斜率近似为 -1 的直线。

(3) 304 不锈钢板料壁厚和变形边界条件均不会影响临界起皱判定线在主应变空间中的位置, 但能改变临界起皱应变的大小。

参 考 文 献

- [1] LIU N, YANG H, LI H, et al. A hybrid method for accurate prediction of multiple instability modes in

- in-plane roll-bending of strip[J]. *Journal of Materials Processing Tech.*, 2014, 214(6): 1173-1189.
- [2] 李翠玉, 张义同, 张小涛. 基于 MSC.Marc 接口的机织物悬垂屈曲数值模拟[J]. *机械工程学报*, 2008, 44(4): 165-170.
LI Cuiyu, ZHANG Yitong, ZHANG Xiaotao. Numerical simulation of draping and buckling of woven fabric based on MSC.Marc interface[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2008, 44(4): 165-170.
- [3] HALVORSEN F, AUKRUST T. Studies of the mechanisms for buckling and waving in aluminum extrusion by use of a Lagrangian FEM software[J]. *International Journal of Plasticity*, 2006, 22 (1): 158-173.
- [4] RUST W, SCHWEIZERHOF K. Finite element limit load analysis of thin-walled structures by ANSYS (implicit), LS-DYNA (explicit) and in combination[J]. *Thin-Walled Structures*, 2003, 41 (2-3): 227-244.
- [5] CAO J. Prediction of plastic wrinkling using the energy method[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1999, 66(3): 646-652.
- [6] SENIOR B W. Flange wrinkling in deep-drawing operations[J]. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 1956, 4(4): 235-246.
- [7] SHAFAT M A, ABBASI M, KETABCHI M. Investigation into wall wrinkling in deep drawing process of conical cups[J]. *Journal of Materials Processing Tech.*, 2011, 211(11): 1783-1795.
- [8] 赵红亮, 关绍康, 翁康荣, 等. Al-Mg-Si 基金方板对角拉伸临界失稳及应力应变场模拟[J]. *材料科学与工程学报*, 2004, 22(2): 220-223.
ZHAO Hongliang, GUAN Shaokang, WENG Kangrong, et al. Critical instability and stress-strain field simulation of Al-Mg-Si based alloy square plate under diagonal tension[J]. *Journal of Materials Science and Engineering*, 2004, 22(2): 220-223.
- [9] ANARESTANI S S, MOROVVATI M R, VAGHASLOO Y A. Influence of anisotropy and lubrication on wrinkling of circular plates using bifurcation theory[J]. *International Journal of Material Forming*, 2014, 8(3): 1-16.
- [10] 杜冰, 关凤龙, 宋鹏飞, 等. 薄板起皱失稳数值模拟计算方法[J]. *机械工程学报*, 2018, 54(24): 42-50.
DU Bing, GUAN Fenglong, SONG Pengfei, et al. Numerical simulation method for wrinkling and instability of thin plates[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(24): 42-50.
- [11] 陈中奎, 施法中. 板料冲压成形过程中起皱的数值模拟[J]. *机械工程学报*, 2001, 37(1): 24-27.
CHEN Zhongkui, SHI Fazhong. Numerical simulation of wrinkling in sheet metal forming process[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2001, 37(1): 24-27.
- [12] CHU E, YU Xu. An elastoplastic analysis of flange wrinkling in deep drawing process[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2001, 43(6): 1421-1440.
- [13] 周敏, 周贤宾, 梁炳文. 板料不均匀拉伸起皱临界条件的分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 1986, 11(1): 100-108.
ZHOU Min, ZHOU Xianbin, LIANG Bingwen. Analysis of critical conditions of wrinkle in non-uniform tension of sheet metal[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 1986, 11(1): 100-108.
- [14] 朱茹敏. Al-Mg-Si 基金车身板材的冲压皱曲动因的数值分析[D]. 郑州: 郑州大学, 2003.
ZHU Rumin. Numerical analysis of the driving wrinkling causes of Al-Mg-Si based[D]. Zhengzhou: Zhengzhou University, 2003.
- [15] CAO J, CHENG S H, WANG H P, et al. Buckling of sheet metals in contact with tool surfaces [J]. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 2007, 56(1): 253-256.
- [16] CAO J, WANG X, MILLS F J. Characterization of sheet buckling subjected to controlled boundary constraints[J]. *Journal of Manufacturing Science & Engineering*, 2002, 124(3): 493-501.
-
- 作者简介: 杜冰, 女, 1985 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为板料特种成形理论及工艺。
E-mail: pangpang115@ysu.edu.cn
赵长财(通信作者), 男, 1964 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为金属管、板材成形新工艺及理论, 成形设备设计及特种锻造成形工艺。
E-mail: zhao1964@ysu.edu.cn