DOI: 10.3901/JME.2020.04.011

回转精度测评的运动几何学原理与不变量方法^{*}

王 智 董惠敏 王德伦
(大连理工大学机械工程学院 大连 116024)

摘要: 提出轴系回转精度测评的误差运动几何学原理, 由转子误差运动、被测几何要素、传感器测试参数等三要素构造轴系回转精度测量的运动几何学模型, 建立测量闭环矢量基本方程; 推导出轴系误差运动参数测量的完备性条件, 讨论回转误差运动参数测量的完备性及其演变形式, 阐明各类回转精度测量数据与评价指标的运动几何学内涵。给出轴系回转误差运动的不变量定理, 得到轴系回转误差运动的最小球面像曲线与最小准线, 从而将轴系回转误差运动分解为角摆误差运动与平移误差运动, 建立角摆误差运动不变量、平移误差运动不变量与各类回转精度指标之间的关系, 形成轴系回转精度评价的不变量方法, 有效地避免被测几何要素不同对测评结果的影响, 为轴系回转精度的测量与评价提供理论依据。

关键词: 运动几何学; 轴系; 回转精度; 误差运动; 不变量

中图分类号: TG156

Kinematic Geometry Principles and Invariants Method for Rotational Accuracy Measurements and Evaluations

WANG Zhi DONG Huimin WANG Delun
(School of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024)

Abstract: The error-included kinematic geometry principles for rotational accuracy measurements and evaluations of revolute pairs are presented for the first time, which are represented by the kinematic geometry models and the basic closed-loop vector equations formed by three basic elements, including the error motion of the rotor, the geometric elements tested and the measuring parameters of the sensors. The completeness conditions for measuring rotational accuracy are derived according to the error-included kinematic geometry principles. The integrality of the measured kinematic parameters of the rotational error motion is discussed based on the existence of solutions of the basic equations, whose evolution forms are tied to the measuring methods and used to clarify the kinematic and geometric meanings of the measured data and their accuracy indexes. The invariants theorem of rotational error motion are given by considering the kinematic geometry properties of the error motion; the minimal spherical image curve and the minimal striction curve of the rotational error motion are obtained, which separates the rotational error motion of the rotor into angular error motion and translational error motion. The relationships between the current accuracy indexes and the invariants, such as the angular error and the translational error, are set up; these help to develop a new invariants method for rotational accuracy evaluation, which can avoid the influences of different geometric elements tested. It provides a theoretical basis for measuring and evaluating rotational accuracy of revolute pairs.

Key words: kinematic geometry; revolute pairs; rotational accuracy; error motion; invariants

0 前言

轴系回转精度是指轴系转子真实运动与其理想运动的接近程度。轴系通常由转子、轴承、定子等组成, 是机械装备中最普遍的一类重要运动支承形式与结构。轴系回转精度体现了轴系的实际工作性

能, 是高端精密装备的重要技术指标。

轴系转子的理想运动是相对定子的单自由度定轴回转运动; 受制造误差与零件变形等影响, 轴系转子的真实运动为空间多自由度弹性误差运动。在现行标准^[1-3]中, 将转子真实运动与定轴回转运动之间的偏差定义为回转运动误差, 其具体运动表现形式——转子上理想试件的表面在其几何轴线与轴系回转轴线重合时相对参考坐标系的位置及姿态随转子回转主运动角度的变化, 称为转子的回转误差运

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51775079)。20190301 收到初稿, 20191001 收到修改稿

动, 后文中简称为误差运动。转子误差运动是平移与转动耦合的单参数六自由度复杂空间运动^[4], 为便于测量与评价, 现行标准^[1-3]中通常将转子误差运动转换为转子上功能几何要素(点、线、面)的真实运动轨迹相对其理想运动轨迹的偏差, 其在敏感方向的变化范围对应各类轴系回转精度指标。

在轴系装配和性能检测时, 常以径跳与端跳评价其回转精度, 如机床主轴的精度检测^[5-7]。径跳和端跳与转子误差运动、被测试件表面形状误差、试件在转子上的安装位置以及传感器的测量位置等有关, 属于综合精度指标。由于包含被测试件的偏心运动与表面形状误差, 径跳与端跳并不适用于刻画转子自身的误差运动范围与变化规律。

采用精密圆棒或标准球^[8-14]等作为被测试件可减少试件表面形状误差对测量数据的影响; 在此基础上, 对径跳测量数据进行极坐标变换与圆最小二乘拟合或傅里叶变换等, 可进一步减少被测试件安装偏心的影响, 得到径向误差、倾斜误差等回转精度单项指标。也可采用反转法^[15]、多点法^[16-22]、多步法^[23-24]等通过数据解算减少被测试件表面形状误差与安装偏心的影响; 对于倾斜误差还可采用准直仪^[25]测量。由上述测评方法的原理可知, 其均属于转子上局部几何要素运动的测量与轨迹几何图形局部性质的评价, 而且部分情况存在假设和简化; 尽管在相关行业的约定准则和标准^[5-7]中指定了测评位置与方向, 目前尚不能完整准确描述转子的误差运动本质并客观合理评价轴系的回转精度。

转子误差运动由单自由度回转主运动、两自由度角摆误差运动和三自由度平移误差运动组成, 转子上任意几何要素的误差运动都是由这三部分运动合成。因此, 完全测评轴系回转精度需测得三部分运动对应的完整六自由度运动参数并评价三部分运动的整体性质, 即误差运动参数的完备性测量与误差运动整体性质评价。然而, 上述回转精度测评方法都是基于传感器测量数据本身讨论被测几何要素的误差运动性质, 其评价指标属于转子误差运动的局部性质, 尚未揭示测量数据与转子六自由度误差运动参数之间的关系, 也缺少转子误差运动整体性质的评价方法与指标。有必要在理论上阐明几何要素误差运动局部性质与转子误差运动整体性质之间的关系, 构建基于轴系误差运动完备性测量与整体性质评价的回转精度测评理论基础与方法。

轴系回转精度测评是通过测量转子上几何要素的运动(轨迹参数)及其性质推断转子的误差运动(参数)及其性质, 虽然在标准中规定了测量时的转速, 但精度指标计算过程并不计及转子运动速度

与时间^[1-3], 其理论基础为转子运动规律(位移)与转子上几何要素运动轨迹几何性质的关系, 正是运动几何学研究内涵。为此, 本文提出轴系回转精度测评的运动几何学原理, 讨论转子误差运动、被测几何要素及其轨迹、传感器测试参数、回转精度指标等之间的关系, 引入回转误差运动不变量, 分离出转子角摆误差运动与平移误差运动^[26-27], 提出不变量方法评价转子误差运动的整体性质, 为轴系回转精度检测、评定、装配和设计提供理论基础。

1 回转误差运动与被测几何要素轨迹

在轴系回转精度测量时, 被测试件固结在转子上并随转子运动, 试件上的被测几何要素在固定坐标系中形成轨迹曲线、曲面或曲面簇, 将转子的运动性质映射为被测要素轨迹的几何性质。为建立回转精度测评的运动要素与几何要素之间的关系, 需讨论转子上不同几何要素的运动轨迹及其性质。

1.1 转子的回转误差运动

受轴系零件误差与变形等影响, 轴系转子的真实运动为空间多自由度弹性误差运动。而在回转精度测量时, 通常仅关注转子的输出运动, 以转子输出端固结的被测试件作为具体测量对象, 由于被测试件在测量过程中没有变形(不承受外载), 其运动可视为刚体六自由度运动, 即轴系的实测输出误差运动为刚体六自由度运动; 这种误差运动在任何回转精度测量过程中均存在, 且与测量方式无关, 是回转精度测评的对象与基本运动要素。

为描述转子的空间六自由度误差运动, 分别在转子与定子上建立动坐标系 $\{O_m; i_m, j_m, k_m\}$ 与定坐标系 $\{O_f; i_f, j_f, k_f\}$, 如图 1 所示, 二者关系为

$$\begin{pmatrix} i_m & j_m & k_m & R_{Om_f} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [M_{mf}] & R_{Om_f} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_f & j_f & k_f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中, $R_{Om_f} = (x_{Om_f}, y_{Om_f}, z_{Om_f})^T$ 表示原点 O_m 在定坐标系中的三自由度平移, $[M_{mf}]$ 表示动坐标系相对定

图 1 转子误差运动及其参数

坐标系的三自由度转动, 其展开式为^[28]

$$[\mathbf{M}_{mf}] = \begin{pmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c\theta_2 & 0 & s\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_2 & 0 & c\theta_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\theta_3 & -s\theta_3 \\ 0 & s\theta_3 & c\theta_3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中, θ_1 、 θ_2 、 θ_3 为 $\mathbf{k}$ - $\mathbf{j}$ - $\mathbf{i}$ 欧拉角, 字母 s 和 c 分别表示 $\sin$ 和 $\cos$ 。

由式(1)和式(2)可知, 动、定坐标系的位置不同将导致运动参数的数值不同。在轴系回转精度测量时, 动、定坐标系一般分别由被测试件的安装位置与传感器的安装基准确定, 因而试件与传感器的安装位置及其误差将影响运动参数的测量结果, 是目前回转精度测量与评价中需要解决的问题。

在相关标准^[1-3]中, 通常将转子绕平均轴线 L_{RQ} 的转动 θ_{R1} 作为自由转动(回转主运动), 而将转子随轴系回转轴线 L_{Rm} 的两自由度角摆 θ_{R2} 、 θ_{R3} 和三自由度平移 x_R 、 y_R 、 z_R 作为误差运动, 是 θ_{R1} 的函数。回转轴线与平均轴线需由测量数据求解, 两者在精度测量过程中均为未知量, 即上述误差运动参数为待求量; 在测量过程中或参数计算时, 可采用一般空间运动参数描述转子的实测输出运动。

1.2 转子上被测几何要素及其方程

回转精度测量是以被测试件上的几何要素为测量对象, 回转精度的评价方法与结果也与被测几何要素的形状特征及其误差有关。典型被测几何要素有点、直线、回转曲面以及平面等, 如图 2 所示。

图 2 转子上被测几何要素

当转子上的被测几何要素为点 P_m 时, 其在动坐标系中的矢量方程可用直角坐标 (x_{Pm}, y_{Pm}, z_{Pm}) 或圆柱坐标 $(r_{Pm}, \theta_{Pm}, \lambda_{Pm})$ 表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{Pm} &= x_{Pm} \mathbf{i}_m + y_{Pm} \mathbf{j}_m + z_{Pm} \mathbf{k}_m = r_{Pm} \mathbf{e}_{km}(\theta_{Pm}) + \lambda_{Pm} \mathbf{k}_m \\ \mathbf{e}_{km}(\theta_{Pm}) &= c\theta_{Pm} \mathbf{i}_m + s\theta_{Pm} \mathbf{j}_m \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{r}_{Pm}$ 为点 P_m 在动坐标系中的坐标矢量, 圆矢量函数 $\mathbf{e}_{km}(\theta_{Pm})$ 的下标表示其旋转轴为矢量 $\mathbf{k}_m$, θ_{Pm} 为 $\mathbf{e}_{km}(\theta_{Pm})$ 绕轴线 $\mathbf{k}_m$ 的转角。

当转子上的被测几何要素为过点 P_m 的一条直线 L_m 时, 其在动坐标系中的矢量方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{Lm}(\lambda_L) &= \mathbf{r}_{Pm} + \lambda_L \mathbf{l}_m \\ \mathbf{l}_m &= c\delta_l \mathbf{k}_m + s\delta_l \mathbf{e}_{km}(\theta_l) \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{r}_{Lm}$ 为直线 L_m 的矢量函数, λ_L 为直线参数变量; 直线单位方向矢量 $\mathbf{l}_m$ 为常矢量, 其与 $\mathbf{k}_m$ 的夹角为 δ_l , θ_l 意义同式(4)中 θ_{Pm} ; (δ_l, θ_l) 称为 $\mathbf{l}_m$ 在动坐标系中的方向角, 唯一确定了 L_m 的方向。

当转子上的被测几何要素为回转曲面 Σ_{Sm} (或平面) 时, 以母曲线 $r_S(\lambda_S)$ 绕转子上平行于 $\mathbf{k}_m$ 的轴线旋转得到曲面矢量方程为

$$\Sigma_{Sm} : \mathbf{r}_{Sm}(\lambda_S, \theta_S) = \mathbf{r}_{Pm} + \lambda_S \mathbf{k}_m + r_S(\lambda_S) \mathbf{e}_{km}(\theta_S) \quad (5)$$

式中, $\mathbf{r}_{Sm}$ 为 Σ_{Sm} 的矢量函数, λ_S 与 θ_S 为曲面参数变量, θ_S 意义同式(4)中 θ_{Pm} , $r_S(\lambda_S)$ 为母线函数。当 Σ_{Sm} 分别为半径为 r_{cyl} 的圆柱面 Σ_{cyl} 、半锥顶角为 δ_{con} 的圆锥面 Σ_{con} 、半径为 r_{sph} 的球面 Σ_{sph} 以及与轴线 $\mathbf{k}_m$ 正交于 λ_{pla} 处的平面 Σ_{pla} 时, 其矢量方程分别为

$$\Sigma_{cyl} : \mathbf{r}_{Sm}(\lambda_S, \theta_S) = \mathbf{r}_{Pm} + \lambda_S \mathbf{k}_m + r_{cyl} \mathbf{e}_{km}(\theta_S) \quad (6)$$

$$\Sigma_{con} : \mathbf{r}_{Sm}(\lambda_S, \theta_S) = \mathbf{r}_{Pm} + \lambda_S \mathbf{k}_m + \lambda_S \tan \delta_{con} \mathbf{e}_{km}(\theta_S) \quad (7)$$

$$\Sigma_{sph} : \mathbf{r}_{Sm}(\lambda_S, \theta_S) = \mathbf{r}_{Pm} + \lambda_S \mathbf{k}_m + \sqrt{r_{sph}^2 - \lambda_S^2} \mathbf{e}_{km}(\theta_S) \quad (8)$$

$$\Sigma_{pla} : \mathbf{r}_{Sm}(\lambda_S, \theta_S) = \lambda_{pla} \mathbf{k}_m + \lambda_S \mathbf{e}_{km}(\theta_S) \quad (9)$$

对于单叶双曲面等其他类型的回转曲面, 或螺旋面等, 也可以写出其矢量方程。当被测曲面含形状误差时, 可在上述方程中增加误差矢量函数表示。

1.3 被测几何要素误差运动的轨迹方程

当转子作误差运动时, 如图 3 所示, 在任意瞬时或位置, Σ_{Sm} 在定坐标系中的矢量方程为

$$\Sigma_{Sf} : \mathbf{R}_{Sf} = \mathbf{R}_{Om_f} + [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{Sm} \quad (10)$$

式中, $\mathbf{R}_{Sf}$ 为曲面 Σ_{Sf} 的矢量函数。 Σ_{Sm} 在定坐标系中的误差运动轨迹形成曲面族 $\{\Sigma_{Sf}\}$, 体现了曲面作误差运动的整体性质。在回转精度测量方法中, 以曲面为被测几何要素的测量方法多是针对曲面误差运动的局部性质, 如轴系径跳与端跳的测量等。

图 3 转子上被测几何要素的误差运动轨迹

转子上被测直线 L_m 作误差运动在定坐标系中

形成轨迹直纹面 Σ_{L_f} , 其矢量方程为

$$\Sigma_{L_f} : \mathbf{R}_{L_f} = \mathbf{R}_{Om_f} + [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{Pm} + \lambda_L \mathbf{L}_f \quad (11)$$

式中, $\mathbf{R}_{L_f}$ 为 Σ_{L_f} 的矢量函数, $\mathbf{L}_f = [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{l}_m$ 为 L_m 在定坐标系中的单位方向矢量函数。 Σ_{L_f} 体现了 L_m 作误差运动的整体性质; 在回转精度测量方法中, 直线通常作为间接的被测几何要素, 如双标准球法通过测量两球面的运动参数间接获得两球心连线的倾斜运动, 准直仪法通过对平面反射光路的测量间接获得平面法线的倾斜运动。

转子上被测点 P_m 作误差运动在定坐标系中形成轨迹曲线 Γ_{P_f} , 其矢量方程可由式(11)改写为

$$\Gamma_{P_f} : \mathbf{R}_{P_f} = \mathbf{R}_{Om_f} + [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{Pm} \quad (12)$$

式中, $\mathbf{R}_{P_f}$ 为 Γ_{P_f} 的矢量函数。 Γ_{P_f} 为曲面 Σ_{L_f} 上的一条准线, 即直线 L_m 的运动包含点的运动信息。

式(3)~(12)建立了回转精度测量过程中转子运动参数($\mathbf{R}_{Om_f}$, $[\mathbf{M}_{mf}]$)与被测几何要素(P_m , L_m , Σ_{Sm})的运动轨迹(Γ_{P_f} , Σ_{L_f} , $\{\Sigma_{S_f}\}$)之间的关系, 即转子的运动性质与几何要素运动轨迹的几何性质之间的映射关系。当给定转子上几何要素的方程并测量出转子上某些几何要素的运动轨迹时, 未必能够完全解出转子的六自由度运动参数, 其求解需要测量数据满足轴系回转误差运动测量的完备性条件。

2 回转精度测量的运动几何学模型

直接测量转子运动参数和几何要素运动轨迹的难度较大, 实际传感器测量被测几何要素的瞬时相对位姿变化量, 即几何要素相对初始位姿在指定位置与方向上的局部线位移或角位移变化量。由测量数据求解转子的误差运动参数并评价轴系的回转精度, 需构造回转精度测量的运动几何学模型, 将测量数据与被测几何要素运动轨迹相对应, 进而依据模型基本方程讨论测量数据的完备性, 阐明测量数据及其对应评价指标的运动几何意义。

2.1 回转精度测量的基本方程与完备性条件

依据传感器测量原理, 可将被测几何要素的轨迹矢量分解为传感器的测量基准矢量和测量要素矢量, 确定传感器测量数据的运动几何学意义。传感器测量数据与转子误差运动参数、被测几何要素等构成了回转精度测量的三类基本要素, 三者在测量过程中必须满足的运动几何关系, 即轴系回转精度测量的运动几何学模型。

以双标准球-编码器测量轴系回转精度为例, 其测量运动几何学原理如图4所示, 将被测几何要素、转子误差运动参数、传感器测量参数等在固定坐标

系中的矢量依次连接可构成矢量闭环, 其方程为

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{PCj} + \lambda_{Cj} \mathbf{L}_{Cj} = \mathbf{R}_{Om_f} + [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{SB1} & j=1, 2, 3 \\ \mathbf{R}_{PCj} + \lambda_{Cj} \mathbf{L}_{Cj} = \mathbf{R}_{Om_f} + [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{SB2} & j=4, 5 \\ \mathbf{R}_{PCj} + \lambda_{Cj} \mathbf{L}_{Cj} = \mathbf{R}_{Om_f} + [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{Lm} & j=6 \end{cases} \quad (13)$$

式中, $\mathbf{R}_{PCj}$ 与 $\lambda_{Cj} \mathbf{L}_{Cj}$ 分别表示传感器测量基准矢量与测量要素矢量, λ_{Cj} 对应测量数据; $\mathbf{R}_{Om_f}$ 与 $[\mathbf{M}_{mf}]$ 为转子运动参数; $\mathbf{r}_{SB1}$ 与 $\mathbf{r}_{SB2}$ 分别为两标准球的被测表面在动坐标系中的矢量方程, $\mathbf{r}_{Lm}$ 为编码器光栅(刻线)的等效直线的矢量方程, 其展开形式同式(4)。为便于计算与描述, 令动坐标系原点 O_m 位于球心 B_1 , 坐标轴 $\mathbf{k}_m$ 与两球心连线 B_1B_2 重合, 可类比式(8)得到矢量 $\mathbf{r}_{SB1}$ 与 $\mathbf{r}_{SB2}$ 的展开式为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{SB1} = \lambda_B \mathbf{k}_m + \sqrt{r_{B1}^2 - \lambda_B^2} \mathbf{e}_{km} \\ \mathbf{r}_{SB2} = \lambda_B \mathbf{k}_m + \sqrt{r_{B2}^2 - (\lambda_B + d_B)^2} \mathbf{e}_{km} \end{cases} \quad (14)$$

式中, λ_B 为球心连线的直线变量, r_{B1} 与 r_{B2} 分别为两标准球的半径, d_B 为两标准球心之间的距离。

图4 双标准球-编码器测量闭环矢量图

式(13)以闭环矢量链建立了转子运动参数、被测几何要素和传感器测量数据等三类基本要素的关系, 称为回转精度测量的闭环矢量基本方程。其求解模式可分为如下三种情况。

(1) 已知被测几何要素方程与传感器测量数据, 求解转子运动参数, 可得到转子的完整六自由度运动参数, 即误差运动的完备性测量。

(2) 已知被测几何要素方程以及转子运动参数, 求解传感器理论测量数据, 将其与传感器实测数据对比可修正传感器参数, 即传感器标定。

(3) 已知转子运动参数与传感器测量数据, 求解被测几何要素方程, 可得到被测试件位姿及表面形貌, 即试件安装误差与几何误差测量。

本文聚焦于转子误差运动参数测量与评价, 属于上述第一种情况, 其他情况将另文讨论。

联立式(13)与式(14)可得两球心点 B_1 、 B_2 在定坐标系中的矢量函数 $\mathbf{R}_{B1}$ 、 $\mathbf{R}_{B2}$ 满足

$$\begin{cases} |\mathbf{R}_{PCj} + \lambda_{Cj} \mathbf{L}_{Cj} - \mathbf{R}_{B1}| = r_{B1} & j=1,2,3 \\ |\mathbf{R}_{PCj} + \lambda_{Cj} \mathbf{L}_{Cj} - \mathbf{R}_{B2}| = r_{B2} & j=4,5 \\ |\mathbf{R}_{B1} - \mathbf{R}_{B2}| = d_B \end{cases} \quad (15)$$

可得 $\mathbf{R}_{B1}$ 、 $\mathbf{R}_{B2}$ 的坐标矢量函数 $\mathbf{R}_{B1}=[x_{B1}, y_{B1}, z_{B1}]^T$ 与 $\mathbf{R}_{B2}=[x_{B2}, y_{B2}, z_{B2}]^T$, 进而得到转子运动参数为

$$\begin{cases} (x_{Om}, y_{Om}, z_{Om}) = (x_{B1}, y_{B1}, z_{B1}) \\ \theta_1 = \arccos([\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{I}_m \cdot \mathbf{L}_{C6}) \\ \theta_2 = \operatorname{atan} \frac{(x_{B1} - x_{B2}) \cos \theta_1 + (y_{B1} - y_{B2}) \sin \theta_1}{z_{B1} - z_{B2}} \\ \theta_3 = \operatorname{asin} \frac{(x_{B1} - x_{B2}) \sin \theta_1 - (y_{B1} - y_{B2}) \cos \theta_1}{d_B} \end{cases} \quad (16)$$

式(16)表明双标准球-编码器测量的闭环矢量基本方程可完全确定转子的六自由度运动参数。

轴系回转精度的测量方法较多, 为便于讨论各类方法中误差运动参数测量的完备性, 可类比上述双标准球-编码器测量的闭环矢量基本方程, 得到如下轴系误差运动参数完备性测量条件。

轴系误差运动参数完备性测量条件是: 被测几何要素与传感器测量参数构成的闭环矢量基本方程在测量坐标系中投影得到独立标量方程数与自变量数相等, 且自变量为转子六自由度运动参数。

满足上述条件的测量方法称为轴系误差运动参数的完备性测量方法, 若不满足该条件, 则只能实现部分运动参数的测量。误差运动参数的完备性测量是完全评价回转精度的前提, 双标准球-编码器测量属于完备性测量方法, 也可采用其他位移与转角测量方法组合实现误差运动参数的完备性测量。

2.2 线位移测量的闭环矢量方程

回转精度测量的闭环矢量基本方程可退化或演变为不同形式, 对应不同的回转精度测量方法。如径跳与端跳的测量, 其原理与图4中线位移传感器($C_1 \sim C_5$)的测量原理相同, 可将基本方程式(13)中的第一、二式改为一般形式, 得到测量闭环矢量方程

$$\mathbf{R}_{PC} + \lambda_C \mathbf{L}_C - \mathbf{R}_{Om} - [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{Sm} = 0 \quad (17)$$

式中, $\mathbf{R}_{PC}$ 为传感器测量基准点在定坐标系中的位置矢量, $\mathbf{L}_C$ 为传感器测量方向的单位矢量, λ_C 为基准点 P_C 与曲面 Σ_{Sm} 上被测点之间的距离。

由于位移传感器的测量数据为沿 $\mathbf{L}_C$ 方向的线位移 λ_C , 可将式(17)移项后方程两边点乘 $\mathbf{L}_C$ 得

$$\lambda_C = (\mathbf{R}_{Om} + [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{Sm} - \mathbf{R}_{PC}) \cdot \mathbf{L}_C \quad (18)$$

式(18)为式(17)在指定测量方向的投影, 属于基本方程的退化形式。当被测曲面 Σ_{Sm} 为圆柱面 Σ_{Cyl} 且 $\mathbf{L}_C$ 为径向时, λ_C 为径向跳动; 而当被测曲面 Σ_{Sm} 为平

面 Σ_{pla} 且 $\mathbf{L}_C$ 为轴向时, λ_C 为端面跳动。当位移传感器测得一系列离散采样瞬时的径跳(或端跳)的数据集 $\{\lambda_C^{(i)}\}$ 时, 可得到径跳值 Δ_r (或端跳值)为

$$\Delta_r = \max_i \{\lambda_C^{(i)}\} - \min_i \{\lambda_C^{(i)}\} \quad i=1,2,\dots,n \quad (19)$$

式中, (i) 表示离散测量数据的采样瞬时, n 为采样总数。由式(17)~(19)可知, 径跳与端跳是转子上被测几何曲面的运动轨迹与固定直线的交点集合的区间范围, 属于曲面离散误差运动轨迹的局部性质。

将径跳测量数据集 $\{\lambda_C^{(i)}\}$ 以极坐标图表示并进行圆拟合或对其进行傅里叶变换可去除测量数据集的试件偏心运动成分^[1-3], 进而得到离散径向误差运动 $\{\lambda_{Cr}^{(i)}\}$, 其范围即为径向误差 Δ_r

$$\Delta_r = \max_i \{\lambda_{Cr}^{(i)}\} - \min_i \{\lambda_{Cr}^{(i)}\} \quad i=1,2,\dots,n \quad (20)$$

轴向误差运动 $\{\lambda_{Cu}^{(i)}\}$ 可视为传感器基准轴线与轴系平均轴线重合时的端跳, 其范围为轴向误差 Δ_u

$$\Delta_u = \max_i \{\lambda_{Cu}^{(i)}\} - \min_i \{\lambda_{Cu}^{(i)}\} \quad i=1,2,\dots,n \quad (21)$$

由式(17)~(21)以及标准中^[1-3]给出的测量数据处理方法可知, 径向误差实质是转子上被测几何曲面与传感器固定基准轴线在所有测量瞬时的交点集合的性质(不含被测几何曲面偏心与几何误差), 轴向误差则是转子端面与传感器固定基准轴线在各瞬时的交点集合的性质, 两者均可转换为转子回转轴线的离散误差运动轨迹的局部性质, 同时也是曲面离散误差运动轨迹的局部(运动包含)性质。

当采用球杆仪测量轴系回转精度时^[26], 转子上的动球心点 P_m 到定子上的定球心点 P_C 的距离为测量数据 λ_C , 如图5所示, 其闭环矢量方程式为

$$\mathbf{R}_{PC} + \lambda_C \mathbf{L}_C - \mathbf{R}_{Om} - [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{Pm} = 0 \quad (22)$$

式(22)可视为式(17)的退化形式, 即曲面 Σ_{Sm} 退化为一面 P_m , 其传感器测量方向 $\mathbf{L}_C$ 由动、定球心连线确定, 随转子误差运动而变化。

图5 回转精度球杆仪测量的闭环矢量图

若采用激光跟踪仪测量轴系回转精度^[29], 则激光靶点为被测几何要素, 其测量闭环矢量方程同式(22), 区别在于其测量数据为 $\lambda_C \mathbf{L}_C$, 属于矢量测

量, 而球杆仪测量数据为标量 λ_C 。球杆仪与激光跟踪仪的测量数据及其对应的回转精度指标均属于转子上局部被测点离散运动轨迹的性质。

2.3 角位移测量的闭环矢量方程

当考察转子回转误差运动的角位移误差时,可采用编码器或准直仪测量。其中,编码器测量原理与图4中相同,其测量闭环矢量方程为

$$\mathbf{R}_{PC} + \lambda_C \mathbf{L}_C - \mathbf{R}_{Om f} - [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{Lm} = 0 \quad (23)$$

式中, R_{PC} 与 L_C 分别为定光栅(刻线)的等效直线的位置矢量与单位方向矢量, r_{Lm} 为动光栅(刻线)的等效直线的矢量方程。将上式点乘矢量 L_C 可得

$$\begin{aligned} \lambda_C + (\mathbf{R}_{PC} - \mathbf{R}_{Om_f} - [\mathbf{M}_{mf}]\mathbf{r}_{Pm}) \cdot \mathbf{L}_C &= \lambda_L [\mathbf{M}_{mf}]\mathbf{l}_m \cdot \mathbf{L}_C \\ \mathbf{c} \theta_1 &= [\mathbf{M}_{mf}]\mathbf{l}_m \cdot \mathbf{L}_C \end{aligned} \quad (24)$$

式中, θ_1 为转子的回转角, 即编码器的测量数据。

当采用准直仪测量时^[25], 被测几何要素为转子上的平面 Σ_{Sm} , 传感器测量基准要素为定坐标系中的直线 L_c (基准光轴), 如图 6 所示, 根据其测量原理可得闭环矢量方程

$$\mathbf{R}_{PC} + \lambda_C \mathbf{L}_C - \mathbf{R}_{Omf} - [\mathbf{M}_{mf}] \mathbf{r}_{Sm} - \lambda_G \mathbf{L}_G = 0 \quad (25)$$

式中, $\mathbf{R}_{PC}$ 为基准光轴位置(光源点)矢量, $\mathbf{L}_C$ 为基准光轴方向矢量, λ_G 为被测平面反射光线到透镜的长度, $\mathbf{L}_G$ 为反射光线的单位方向矢量, 其可视为式(23)的演变形式, 即由被测几何要素演变为其关联几何要素(反射光线)。

图 6 准直仪测量角位移闭环矢量图

准直仪的测量数据为被测平面法线 L_m 相对基准光轴的角位移, 在定坐标系下法线 L_m 的单位方向矢量 L_r 可由式(25)中参数求得, 有

$$L_f = \frac{L_C + L_G}{|L_C + L_G|} \quad (26)$$

对于一系列采样瞬时测得的离散数据集 $\{\mathbf{L}_f^{(i)}\}$, 可将其向误差敏感平面作投影得到投影平面内的倾斜误差运动 $\{\theta_f^{(i)}\}$, 其范围即为倾斜误差 $\Delta\theta$

$$\begin{cases} \Delta_\theta = \max_i \{\theta_L^{(i)}\} - \min_i \{\theta_L^{(i)}\} & i = 1, 2, \dots, n \\ \theta_L^{(i)} = \arccos(\mathbf{L}_f^{(i)} \cdot \mathbf{L}_C) \end{cases} \quad (27)$$

由式(25)~(27)可知,倾斜误差为转子上直线作离散误差运动的局部性质。

3 轴系回转误差运动的不变量

已知被测几何要素方程和测量数据可由闭环矢量基本方程解出转子运动参数, 由于动坐标系(被测试件安装位置)和定坐标系(传感器轴线)属于基本方程的要素, 定、动坐标系位置不仅影响测量数据与方程解的数值大小, 也影响数据的处理结果(回转精度测评)。需基于测量运动参数讨论转子误差运动的整体性质, 寻找与坐标系位置无关的不变量加以描述, 避免被测要素不同对测评结果的影响。

3.1 直线的误差运动轨迹及其映射曲线

刚体的六自由度运动可分解为随刚体上直线的牵连运动(三自由度平移和两自由度转动)和相对直线的转动(单自由度)^[4]。对于轴系转子的回转误差运动而言,可由转子上直线运动轨迹的准线考察转子的平移误差运动性质,由直线运动轨迹的球面像曲线考察转子的角摆误差运动性质;特别地,当转子上直线为回转轴线时,转子绕该直线的相对转动恰为自由转动,而该直线的五自由度运动均为误差运动。因此,以直线为参考几何要素研究转子误差运动的整体性质具有极大的便利性。

传感器测量数据为各测量瞬时的离散值, 因而转子上过点 P_m 且单位方向矢量为 $\boldsymbol{l}_m$ 的直线 L_m 在定坐标系中的轨迹为一系列离散直线的集合, 即直纹面 Σ_{lf} 的离散直母线簇, 由式(11)和式(12)可得

$$\Sigma_{Lf} : \mathbf{R}_{Lf}^{(i)} = \mathbf{R}_{Pf}^{(i)} + \lambda_{L_f} \mathbf{L}_f^{(i)} \quad i=1,2,\dots,n \quad (28)$$

式中, $\mathbf{R}_{pf}^{(i)}$ 在所有测量瞬时的集合 $\{\mathbf{R}_{pf}^{(i)}\}$ 映射为空间离散曲线, 即 Σ_{Lf} 的一条离散准线; 单位矢量 $\mathbf{L}_f^{(i)}$ 在所有测量瞬时的集合 $\{\mathbf{L}_f^{(i)}\}$ 映射为单位球面上的离散曲线, 即 Σ_{Lf} 的离散球面像曲线, 如图 7 所示。

图 7 离散直线轨迹的准线与球面像曲线

直线 L_m 上任意点的轨迹都是 Σ_{L_f} 的准线, 即有

无穷多条准线; Σ_{L_f} 有且仅有一条腰线, 将最接近腰线的准线定义为极小准线 Γ_ρ , 矢量方程为

$$\Gamma_\rho: \mathbf{R}_{\rho f}^{(i)} = \mathbf{R}_{pf}^{(i)} + \lambda_b \mathbf{L}_f^{(i)} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (29)$$

式中, $\mathbf{R}_{\rho f}^{(i)}$ 为 Γ_ρ 的矢量函数, λ_b 为 Γ_ρ 的位置参数。

直线轨迹的极小准线与球面像曲线可分别描述直线的三自由度平移与两自由度角摆^[4]。当已知转子运动参数时, 将式(4)、式(11)和式(12)代入式(28)与式(29), 可得到转子上任意直线在定坐标系中的运动轨迹及其极小准线和球面像曲面, 进而分析直线的误差运动性质。

3.2 直线误差运动的整体几何性质

转子上被测试件的误差运动可视为刚体的一般空间运动, 由运动几何学理论^[4]可知, 刚体的一般空间运动退化为定轴回转运动的充要条件为: 运动刚体上任意直线在固定坐标系中的轨迹曲面的球面像曲线为圆, 腰线是极小准线且为圆, 其中存在一条特殊直线, 其轨迹曲面的球面像曲线退化为一且极小准线也退化为一。

该充要条件已在运动几何学^[4]中得到理论证明。根据定轴回转运动的充要条件, 可将转子上任意直线 L_m 的误差运动轨迹 Σ_{L_f} 与其理想运动轨迹的整体形状进行比较, 即 Σ_{L_f} 的球面像曲线和极小准线分别与圆比较, 以体现 L_m 运动的角摆误差和平移误差。为此, 以球面圆拟合球面像曲线 $\{\mathbf{L}_f^{(i)}\}$, 采用极大值极小方法^[27], 其矢量表达式为

$$\begin{cases} \Delta_\delta = \min_a \max_{1 \leq i \leq n} \{2|\arccos(\mathbf{L}_Q \cdot \mathbf{L}_f^{(i)}) - \delta_0|\} \\ \mathbf{L}_Q = c\delta_Q \mathbf{k}_f + s\delta_Q \mathbf{e}_{kf}(\theta_Q) \\ \text{s.t. } \delta_Q \in [0, \pi) \quad \theta_Q \in [0, 2\pi) \quad \delta_0 \in [0, \pi/2] \\ \mathbf{a} = (\delta_Q, \theta_Q, \delta_0)^T \end{cases} \quad (30)$$

式中, Δ_δ 为球面像曲线的圆拟合误差; $\mathbf{L}_Q$ 为拟合球面圆心单位矢量, (θ_Q, δ_Q) 为 $\mathbf{L}_Q$ 的方向角; δ_0 为拟合圆与球心构成的圆锥的半锥顶角, 如图 8 所示。

图 8 离散球面像曲线的圆拟合

类似的, 以圆拟合极小准线 $\{\mathbf{R}_{\rho f}^{(i)}\}$, 采用极大值极小方法, 其矢量表达式为

$$\begin{cases} \Delta_\rho = \min_b \max_{1 \leq i \leq n} \{2\sqrt{(r_\rho^{(i)} - r_{\rho c})^2 + (u_\rho^{(i)} - u_{\rho c})^2}\} \\ \Delta_{\rho r} = \max_{1 \leq i \leq n} |r_\rho^{(i)} - r_{\rho c}| \quad \Delta_{\rho u} = \max_{1 \leq i \leq n} |u_\rho^{(i)} - u_{\rho c}| \\ r_\rho^{(i)} = |(\mathbf{R}_{\rho f}^{(i)} - \mathbf{R}_Q) - (\mathbf{R}_{\rho f}^{(i)} - \mathbf{R}_Q) \cdot \mathbf{L}_Q \cdot \mathbf{L}_Q| \\ u_\rho^{(i)} = (\mathbf{R}_{\rho f}^{(i)} - \mathbf{R}_Q) \cdot \mathbf{L}_Q \\ \text{s.t. } x_{Qf}, y_{Qf}, u_{\rho c} \in (-\infty, +\infty) \quad r_{\rho c} \in (0, +\infty) \\ \mathbf{b} = (x_{Qf}, y_{Qf}, r_{\rho c}, u_{\rho c})^T \end{cases} \quad (31)$$

式中, Δ_ρ 为极小准线的圆拟合误差, $\Delta_{\rho r}$ 、 $\Delta_{\rho u}$ 分别表示其径向拟合误差与轴向拟合误差; $\mathbf{R}_Q$ 为拟合圆轴线与坐标平面 $O_f\text{-}i_fj_f$ 的交点的矢量, $r_{\rho c}$ 为拟合圆半径, $u_{\rho c}$ 为拟合圆心的轴向位置, 其他参数与式(30)相同, 如图 9 所示。

图 9 离散直线轨迹的极小准线的圆拟合

式(30)和式(31)中拟合参数 $(\delta_0, r_{\rho c})$ 和拟合误差 $(\Delta_\delta, \Delta_\rho)$ 与定、动坐标系的位置无关, 是直线回转误差运动轨迹的不变量, 体现了直线回转误差运动的整体性质, 适合直线回转误差运动的精度评价。

3.3 转子误差运动的不变量定理

转子上所有直线随转子运动均形成离散轨迹曲面, 其球面像曲线拟合半锥顶角 δ_0 与极小准线拟合圆半径 $r_{\rho c}$ 分别形成集合 $\{\delta_0\}$ 和 $\{r_{\rho c}\}$ 。根据定轴回转运动的充要条件, 当转子作定轴回转运动时, 转子上存在一条直线, 其轨迹曲面的球面像曲线与极小准线均为点, 即定轴回转运动的集合 $\{\delta_0\}$ 和 $\{r_{\rho c}\}$ 中必分别存在最小值 $\delta_{R0}=0$ 和 $r_{Rc}=0$ 。对于转子回转误差运动, 由式(30)和式(31)可知, δ_0 和 $r_{\rho c}$ 值分别体现直线 L_m 与其轨迹拟合轴线 L_Q 的夹角和距离, $\{\delta_0\}$ 和 $\{r_{\rho c}\}$ 随 L_m 的位置变化而变化, 也分别存在最小值 δ_{R0} 和 r_{Rc} , 该最小值反应了回转误差运动与定轴回转运动的整体偏差。由于 δ_{R0} 和 r_{Rc} 均具有全局意义下的最小值, 可将拟合半锥顶角为 δ_{R0} 的球面像曲线 $\{\mathbf{L}_{Rf}^{(i)}\}$ 和拟合圆半径为 r_{Rc} 的极小准线 $\{\mathbf{R}_{Rf}^{(i)}\}$ 分别称为转子回转误差运动的最小球面像曲线和最小准线, 两者的区域计算方法分别讨论如下。

3.3.1 最小球面像曲线区域及其面积

将转子上直线方程式(4)及其轨迹方程式(11)代入式(28)~(31), 在定义域范围内可计算出转子上所

有直线作误差运动的球面像曲线及其圆拟合参数集合 $\{\delta_0\}$, 其中最小球面像曲线的数学模型为

$$\begin{cases} \delta_{R0}(\Delta_{R\delta}, L_{RQ}, I_{Rm}) = \min_c \{\delta_0(\Delta_\delta, L_Q, I_m)\} \\ I_m = c \delta_l k_m + s \delta_l e_{km}(\theta_l) \\ \text{s.t. } \delta_l \in [0, \pi/2] \quad \theta_l \in [0, 2\pi] \\ c = (\delta_l, \theta_l)^T \end{cases} \quad (32)$$

式中, 优化变量 (δ_l, θ_l) 为转子上直线 L_m 的单位方向矢量 I_m 的方向角, δ_0 、 Δ_δ 、 L_Q 同式(30), 优化结果为单位方向矢量 $I_{Rm}(\delta_{Rl}, \theta_{Rl})$ 及其球面像曲线的拟合半锥顶角 δ_{R0} 、拟合误差 $\Delta_{R\delta}$ 和圆锥轴线的单位方向矢量 L_{RQ} 。上述优化参数 Δ_δ (最小值 $\Delta_{R\delta}$) 与 δ_0 (最小值 δ_{R0}) 的几何学与运动学意义如下。

(1) Δ_δ 表示 I_m 的球面像曲线相对其理想情况(球面圆)的误差, 由式(30)可知其几何意义为球面像曲线的同心内接圆和外接圆的半锥顶角的差值。

(2) δ_0 对应 I_m 与回转轴线的夹角(由于转子作回转误差运动不存在理想轴线, δ_0 永远不为零), 由式(30)可知其几何意义为 I_m 的球面像曲线对应的理想球面圆的半锥顶角。

(3) 当 δ_0 接近于最小值 δ_{R0} 时, I_m 的球面像曲线分布在单位球面上的很小区域内, 其内接圆退化为点, 此时由式(30)求解的 δ_0 为 Δ_δ 的二分之一, 即 δ_{R0} 与 $\Delta_{R\delta}$ 同时取得全局最小值, 如图 10 所示。

图 10 转子误差运动的最小球面像曲线示意图

由此可知, I_{Rm} 的球面像曲线具有最小的角摆运动范围(δ_{R0} 与 $\Delta_{R\delta}$ 均最小), 可将 I_{Rm} 称为最小球面像曲线参考方向, 简称最小球面像方向。

当转子作定轴回转运动时, 转子上存在一条直线, 其轨迹的球面像曲线为一点, 即 δ_{R0} 与 $\Delta_{R\delta}$ 皆为零; 而当转子作回转误差运动时, δ_{R0} 与 $\Delta_{R\delta}$ 的值较小但不为零, 最小球面像曲线分布在球面上的较小区域内, 区域面积 S_{R0} 反映了转子的角摆误差运动范围, 可将 S_{R0} 定义为角摆误差, 是回转误差运动的全局不变量之一。 S_{R0} 可采用多种方式衡量, 对应不同的回转精度评价策略, 如最小外接球面圆的面积、拟合球面圆的面积等。事实上, 由于 δ_{R0} 为 Δ_δ 的二分之一, 最小球面像曲线的最小外接球面圆面

积与拟合球面圆面积之间满足比例关系, 本文采用拟合球面圆面积(无量纲)衡量, 表达式为

$$S_{R0} = 2\pi(1 - \cos \delta_{R0}) \quad (33)$$

此时, S_{R0} 由 δ_{R0} 完全确定, 两者对回转精度的评价效力等同, 均为回转误差运动的全局不变量。

3.3.2 最小准线区域及其体积

由式(4)可知, 转子上的任意点 P_m 可用参考平面 $O_m - i_m j_m (z_m=0)$ 上点的参数 (x_m, y_m) 和过该点的直线的参数 λ_L 表示。对于转子上所有的点, 分别用圆拟合其轨迹得到最小拟合圆半径, 数学模型为

$$\begin{cases} r_{Rc}(\mathbf{r}_{Rm}, \Delta_R, \mathbf{R}_{RQ}) = \min_d r_{\rho c}(\mathbf{r}_{Pm}, \Delta_\rho, \mathbf{R}_Q) \\ \mathbf{r}_{Pm} = x_m \mathbf{i}_m + y_m \mathbf{j}_m + \lambda_L \mathbf{I}_{Rm} \\ \text{s.t. } x_m, y_m, \lambda_L \in (-\infty, +\infty) \\ \mathbf{d} = (x_m, y_m, \lambda_L)^T \end{cases} \quad (34)$$

式中, 优化变量 (x_m, y_m, λ_L) 为 P_m 的位置参数, 优化结果为点 P_{Rm} 的矢量 $\mathbf{r}_{Rm} = [x_{Rm}, y_{Rm}, \lambda_{Rb}]^T$ 、拟合圆参数 $(r_{Rc}, \mathbf{u}_{Rc}, \mathbf{R}_{RQ})$ 以及误差 $(\Delta_R, \Delta_{Rr}, \Delta_{Ru})$ 。点 P_{Rm} 的轨迹曲线 Γ_{Rf} 为直线 $L_{Rm}(\mathbf{r}_{Rm}, \mathbf{I}_{Rm})$ 的轨迹表面上的极小准线, 相对于转子上其他直线轨迹的极小准线而言, Γ_{Rf} 的拟合圆半径 r_{Rc} 为最小。参数 Δ_ρ (最小值 Δ_R) 与 $r_{\rho c}$ (最小值 r_{Rc}) 的几何学与运动学意义如下。

(1) Δ_ρ 表示 L_m 的极小准线相对其理想情况(圆)的误差, 由式(31)可知 Δ_ρ 分为径向误差 Δ_{pr} 与轴向误差 Δ_{pu} , 其中 Δ_{pr} 的几何意义为极小准线的同轴内接圆柱面和外接圆柱面之间的半径差, Δ_{pu} 的几何意义为极小准线在轴向的变化范围。

(2) $r_{\rho c}$ 表示 L_m 与回转轴线的距离(由于转子回转误差运动不存在理想轴线, $r_{\rho c}$ 永远不为零), 由式(31)可知 $r_{\rho c}$ 为 L_m 的轨迹曲面极小准线的理想圆柱面半径。

(3) 当 $r_{\rho c}$ 接近于最小值 r_{Rc} 时, L_m 的最小准线分布在空间一片很小区域内, 其内接圆柱面退化为直线, 此时由式(31)解的 $r_{\rho c}$ 为 Δ_{pr} 的二分之一, 即 r_{Rc} 与 Δ_{Rr} 同时取得全局最小值, 且 r_{Rc} 为 Δ_{Rr} 的二分之一, 如图 11 所示。同时, Δ_ρ 也取全局最小值 Δ_R 。

图 11 转子误差运动的最小准线示意图

由此可知, P_{Rm} 的轨迹准线具有最小的平移运动范围(r_{Rc} 与 Δ_{Rr} 均最小, Δ_R 取得最小值), 可将转子上 P_{Rm} 称为最小准线参考点, 简称最小准线点。

当转子作定轴回转运动时, 转子上存在一条直线, 其轨迹的最小准线为一点, 即拟合圆半径 r_{Rc} 和拟合误差(Δ_{Rr} , Δ_{Ru})皆为零; 而当转子作回转误差运动时, r_{Rc} 和(Δ_{Rr} , Δ_{Ru})的值较小但不为零, 即最小准线分布在空间较小区域内, 区域体积 V_{R0} 反映了转子的平移误差运动范围, 可将 V_{R0} 定位为平移误差, 也是回转误差运动的全局不变量之一。 V_{R0} 可采用多种方式衡量, 如最小外接球体积、最小准线包含的圆柱体体积等, 对应不同的回转精度评价策略。本文为体现出径向误差与轴向误差的影响, 采用圆柱体体积衡量, 表达式为

$$V_{R0} = \pi r_{Rc}^2 \Delta_{Ru} \quad (35)$$

由式(35)可知, V_{R0} 与(r_{Rc} , Δ_{Ru})对回转精度的评价效力等同, 均为回转误差运动的全局不变量。

由前述充要条件可知定轴回转运动的最小球面像曲线与最小准线均分别为点, 即前者面积 S_{R0} 为零, 后者体积 V_{R0} 为零, 而回转误差运动的 S_{R0} 和 V_{R0} 不为零, 是回转误差运动不变量, 揭示了回转误差运动的本质, 于是有如下定理。

回转误差运动不变量定理: 轴系转子作回转误差运动时, 必存在最小球面曲线和最小准线; 前者覆盖区域体现转子角摆误差运动范围, 后者包含区域表示转子平移误差运动范围, 当两者区域均退化为点时, 转子作定轴回转运动。

4 轴系回转精度的不变量评价方法

转子的误差运动可分解为角摆误差运动与平移误差运动, 转子上任意几何要素的误差运动也是角摆误差运动与平移误差运动的合成, 可由此建立各类回转精度指标与转子误差运动参数及其不变量之间的关系, 讨论回转精度的不变量评价方法。

4.1 回转误差运动的不变量表示

转子上存在一条直线, 其通过最小准线点 P_{Rm} 且单位方向矢量为最小球面像方向 l_{Rm} , 同时具有最小平移运动范围与最小角摆运动范围, 最接近定轴回转运动的回转轴线, 可作为转子(运动构件)上的近似回转轴线, 简称动准轴线。由式(4)、式(32)和式(34)可写出动准轴线 L_{Rm} 在动坐标系中方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{RL} &= \mathbf{r}_{Rm} + \lambda_L \mathbf{l}_{Rm} \\ \mathbf{r}_{Rm} &= x_{Rm} \mathbf{i}_m + y_{Rm} \mathbf{j}_m + \lambda_{Rb} \mathbf{l}_{Rm} \end{aligned} \quad (36)$$

式中, $\mathbf{r}_{Rm}$ 为 L_{Rm} 上最小准线点的矢量, $\mathbf{l}_{Rm}$ 为 L_{Rm}

的单位方向矢量。 L_{Rm} 随转子作误差运动, 其运动轨迹为定坐标系中的离散曲面 Σ_{RLf} , 矢量方程为

$$\begin{cases} \Sigma_{RLf} : \mathbf{R}_{RLf}^{(i)} = \mathbf{R}_{Rf}^{(i)} + \lambda_L \mathbf{l}_{Rf}^{(i)} \\ \mathbf{R}_{Rf}^{(i)} = \mathbf{R}_{Om}^{(i)} + [\mathbf{M}_{mf}^{(i)}] \mathbf{r}_{Rm} \\ \mathbf{l}_{Rf}^{(i)} = [\mathbf{M}_{mf}^{(i)}] \mathbf{l}_{Rm} \end{cases} \quad (37)$$

将式(37)代入式(30)和式(31)可得 Σ_{RLf} 的近似几何轴线 L_{RQ} (单位方向矢量为 $\mathbf{l}_{RQ}$ 且通过点 $\mathbf{R}_{RQ}$), 其最接近于定轴回转运动的固定轴线, 可作为定子(固定构件)上近似的固定轴线, 简称定准轴线。 L_{RQ} 在定坐标系中的矢量方程为

$$L_{RQ} : \mathbf{R}_{Qf} = \mathbf{R}_{RQ} + \lambda_L \mathbf{l}_{RQ} \quad (38)$$

式中, $\mathbf{l}_{RQ}$ 和 $\mathbf{R}_{RQ}$ 与式(32)和(34)中相同。

由式(37)可知, 动准轴线轨迹的球面像曲线为转子误差运动的最小球面像曲线, 其极小准线为转子误差运动的最小准线, 两者具有如下性质。

(1) 最小球面像曲线的覆盖区域面积最小, 其表征转子的角摆误差运动。与转子上的其它直线相比, 动准轴线的两自由度角摆误差运动范围最小。

(2) 最小准线的包含区域体积最小, 其表征转子的平移误差运动。与转子上其他点相比, 动准轴线上最小准线点具有刚体运动几何学意义上(类似转动轴/极点)的临界点性质, 其轨迹为三自由度平移范围最小, 即转子上最小(纯)平移误差运动点。

依据上述最小球面像曲线与最小准线的整体性质以及回转误差运动不变量定理, 有如下推论。

推论: 当轴系转子作回转误差运动时, 转子上任意几何要素的回转误差运动均是转子角摆误差运动与转子平移误差运动的合成。

该推论可写成

$$\mathbf{R}_G^{(i)} = \mathbf{R}_R^{(i)} + [\mathbf{M}_R^{(i)}] \mathbf{r}_{Gm} \quad i=1, 2, \dots, n \quad (39)$$

式中, $\mathbf{R}_G^{(i)}$ 为几何要素的误差运动, $\mathbf{R}_R^{(i)}$ 与 $[\mathbf{M}_R^{(i)}]$ 分别为平移误差运动与角摆误差运动, $\mathbf{r}_{Gm}$ 为几何要素(点、线、面等)的矢量方程。其中平移误差运动的展开式 $\mathbf{R}_R^{(i)} = [x_R^{(i)}, y_R^{(i)}, z_R^{(i)}]^T$ 为

$$\mathbf{R}_R^{(i)} = \mathbf{R}_{Om}^{(i)} - (\mathbf{R}_{RQ} + u_{Rc} \mathbf{l}_{RQ}) - [\mathbf{M}_R^{(i)}] \mathbf{r}_{Rm} \quad (40)$$

角摆误差运动 $[\mathbf{M}_R^{(i)}]$ 的展开式为

$$[\mathbf{M}_R^{(i)}(\theta_{R1}^{(i)}, \theta_{R2}^{(i)}, \theta_{R3}^{(i)})] = [\mathbf{M}_{Rm}] [\mathbf{M}_{mf}^{(i)}] [\mathbf{M}_{Rf}^{(i)}]^{-1} \quad (41)$$

$$[\mathbf{M}_{Rf}^{(i)}] = \begin{bmatrix} c\theta_{RQ} c\delta_{RQ} & -s\theta_{RQ} & c\theta_{RQ} s\delta_{RQ} \\ s\theta_{RQ} c\delta_{RQ} & c\theta_{RQ} & s\theta_{RQ} s\delta_{RQ} \\ -s\delta_{RQ} & 0 & c\delta_{RQ} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$[\mathbf{M}_{Rm}] = \begin{pmatrix} c\theta_{Rm} c\delta_{Rm} & -s\theta_{Rm} & c\theta_{Rm} s\delta_{Rm} \\ s\theta_{Rm} c\delta_{Rm} & c\theta_{Rm} & s\theta_{Rm} s\delta_{Rm} \\ -s\delta_{Rm} & 0 & c\delta_{Rm} \end{pmatrix} \quad (43)$$

式(40)~(43)表明转子回转误差运动可由转子的测量运动参数以及动准轴线与定准轴线参数确定,进而代入式(39)求解任意几何要素的误差运动。

回转误差运动不变量定理类似于机床导轨精度测评中阿贝误差^[30]的意义,可从理论上避免轴系回转精度测评时角摆误差与平移误差的相互影响;其推论式(39)建立了转子上几何要素的误差运动与转子误差运动之间的关系,即几何要素误差运动的局部性质与转子误差运动整体性质的关系。

4.2 轴系回转精度的不变量评价

由回转误差运动不变量定理及推论可实现各类回转精度指标的计算与评价,分别讨论如下。

(1) 转子上点回转误差运动的精度评价。转子上点 P_m 作回转误差运动的轨迹 $\{\mathbf{R}_{PR}^{(i)}\}$ 可由式(39)改写为

$$\mathbf{R}_{PR}^{(i)} = [\mathbf{M}_R^{(i)}][\mathbf{M}_{Rm}]^{-1}(\mathbf{r}_{Pm} - \mathbf{r}_{Rm}) + \mathbf{R}_R^{(i)} \quad (44)$$

在任意测量瞬时, $\mathbf{R}_{PR}^{(i)}$ 与定准轴线 L_{RQ} 的距离 $r_{PR}^{(i)}$ 以及 $\mathbf{R}_{PR}^{(i)}$ 在 L_{RQ} 上投影 $u_{PR}^{(i)}$ 分别为

$$\begin{cases} r_{PR}^{(i)} = |\mathbf{R}_{PR}^{(i)} - \mathbf{R}_{PR}^{(i)} \cdot \mathbf{L}_{RQ} \cdot \mathbf{L}_{RQ}| \\ u_{PR}^{(i)} = \mathbf{R}_{PR}^{(i)} \cdot \mathbf{L}_{RQ} \end{cases} \quad (45)$$

由此得到点运动的径向误差 Δ_{Pr} 和轴向误差 Δ_{Pu} 为

$$\begin{cases} \Delta_{Pr} = \max_i \{r_{PR}^{(i)}\} - \min_i \{r_{PR}^{(i)}\} \\ \Delta_{Pu} = \max_i \{u_{PR}^{(i)}\} - \min_i \{u_{PR}^{(i)}\} \end{cases} \quad (46)$$

点作回转误差运动的精度指标可应用于以点为功能要素的轴系回转精度评价,典型如镗床主轴上刀具功能点的回转精度评价。

(2) 转子上直线回转误差运动的精度评价。转子上直线 L_m 作回转误差运动的平移误差可由其运动轨迹最小准线的径向误差与轴向误差表示,其求解方法同式(44)~(46)。直线作误差运动的角摆误差由其运动轨迹的球面像曲线表示,在定坐标系中,球面像曲线 $\{\mathbf{L}_R^{(i)}\}$ 可由式(39)改写为

$$\mathbf{L}_R^{(i)} = [\mathbf{M}_R^{(i)}][\mathbf{M}_{Rm}]^{-1}\mathbf{L}_m \quad (47)$$

在任意测量瞬时, $\mathbf{L}_R^{(i)}$ 与 L_{RQ} 的夹角 $\delta_{LR}^{(i)}$ 为

$$\delta_{LR}^{(i)} = \arccos(\mathbf{L}_R^{(i)} \cdot \mathbf{L}_{RQ}) \quad (48)$$

进而导出直线的角摆误差 Δ_δ 为

$$\Delta_\delta = \max_i \{\delta_{LR}^{(i)}\} - \min_i \{\delta_{LR}^{(i)}\} \quad (49)$$

直线作回转误差运动的精度指标可应用于以直

线为功能要素的轴系回转精度评价,典型如光电雷达转台的回转精度评价。

(3) 转子上曲面回转误差运动的精度评价。转子上回转曲面(或平面)的误差运动轨迹较复杂,通常以径跳与端跳等局部运动轨迹性质作为其回转精度评价指标。可将曲面方程式(5)代入式(39)与式(18)得到跳动数据 $\{\lambda_C^{(i)}\}$,再代入式(19)求解得到径跳与端跳,其可应用于以面为功能要素的轴系回转精度评价,如磨床主轴上砂轮面(回转曲面或端面)的回转精度评价。

(4) 转子回转误差运动的整体精度评价。转子回转误差运动的整体精度可由回转误差运动的不变量评价,其中角摆误差由不变量 S_{R0} 或 δ_{R0} 表示,平移误差由不变量 V_{R0} 或 (r_{Rc}, Δ_{Ru}) 表示,计算方法同式(32)~(35)。

S_{R0} 包含了两自由度角摆误差, V_{R0} 包含了三自由度平移误差,两者均可向不同误差敏感平面或直线投影,得到不变量误差的投影指标,其具体计算通过最小球面像曲线与最小准线的投影实现。如将最小准线向定坐标系中任意直线方向 $\mathbf{L}_C$ 投影可得该直线方向的平移误差运动,公式如下

$$\lambda_{RC}^{(i)} = \mathbf{R}_{Rf}^{(i)} \cdot \mathbf{L}_C \quad i=1,2,\dots,n \quad (50)$$

当矢量 $\mathbf{L}_C$ 沿轴系径向时, $\{\lambda_{RC}^{(i)}\}$ 的范围即为现行标准中的径向误差;当 $\mathbf{L}_C$ 沿轴系轴向时, $\{\lambda_{RC}^{(i)}\}$ 的范围即为现行标准中的轴向误差。

类似地,将最小球面像曲线 $\{\mathbf{L}_{Rf}^{(i)}\}$ 向定坐标系中任意平面 Σ_C 投影,有

$$\mathbf{L}_{RC}^{(i)} = \frac{\mathbf{L}_{Rf}^{(i)} \times \mathbf{n}_C}{|\mathbf{L}_{Rf}^{(i)} \times \mathbf{n}_C|} \times \mathbf{n}_C \quad i=1,2,\dots,n \quad (51)$$

式中, $\mathbf{L}_{RC}^{(i)}$ 为 $\mathbf{L}_{Rf}^{(i)}$ 在 Σ_C 内的投影, $\mathbf{n}_C$ 为 Σ_C 的法线的单位方向矢量。 $\{\mathbf{L}_{RC}^{(i)}\}$ 的摆动范围为转子在 Σ_C 中的倾斜误差 $\Delta_{\delta C}$, 其值为

$$\Delta_{\delta C} = \max_i \{\delta_{RC}^{(i)}\} - \min_i \{\delta_{RC}^{(i)}\} \quad (52)$$

式中, $\delta_{RC}^{(i)}$ 表示 $\mathbf{L}_{RC}^{(i)}$ 在 Σ_C 中的摆角。特别地,当平面 Σ_C 与标准^[1-3]中规定的误差敏感平面重合时, $\Delta_{\delta C}$ 即为标准中的倾斜误差。

5 案例测试

为说明回转误差运动不变量的计算过程及其与各类回转精度指标的关联与区别,以某车床主轴回转精度的实测数据为例,通过双标准球法的运动几何学模型求解其转子运动参数,再分别以现行标准中的方法与不变量方法计算各类回转精度指标。

5.1 主轴测量数据及其回转精度指标

车床主轴回转精度测量装置如图 12 所示, 被测试件为双标准球, 其圆度误差小于 35 nm, 可忽略试件几何误差的影响, 五个位移传感器 $C_1 \sim C_5$ 沿车床的坐标轴正交安装在双标准球的径向与轴向。

图 12 车床主轴回转精度的双标准球法测量装置

双标准球法测量数据的意义与式(17)和式(18)中一致, 以转子运动的单圈测量数据为例, 五个位移传感器测量的跳动数据如图 13 所示。

图 13 位移传感器测量数据

根据现行标准^[1-3], 由各传感器测量数据可计算被测车床主轴的径跳、端跳、径向误差、轴向误差以及倾斜误差等精度指标, 结果如表 1 所示。

表 1 主轴回转精度指标

	径向/ μm				轴向/ μm	倾斜/ μRad	
	C_1	C_2	C_4	C_5	C_3	C_1-C_4	C_2-C_5
跳动	8.48	6.52	82.79	83.94	1.09	—	—
误差	1.51	1.45	1.79	1.71	1.09	14.94	15.75

表 1 中的结果表明不同位置或方向(不同传感器)测评的回转精度指标值不同。另外, 对于主轴等精密轴系而言, 被测试件安装偏心量远大于误差运动量, 径向跳动主要受试件偏心运动影响, 因而径跳值不适用于评价主轴自身的回转精度。

为进一步考察传感器的安装位置不同(局部被测几何要素不同)对回转精度测评结果的影响, 以图 13 中的测量数据为基础, 根据现行标准^[1-3]中的计算方法得到不同径向截面(垂直于主轴的平均轴线)内沿坐标轴 i_f 与 j_f 方向的径向误差, 其变化规律如图 14 所示。

图 14 径向误差随传感器位置的变化

计算结果表明径向误差的测评值随评价截面与平面 $O_f-i_f j_f$ 的距离 d_f 变化, 即随传感器测量位置变化; 各敏感方向(i_f 与 j_f 方向)的径向误差均存在最小值, 且不同方向的最小值位置不同。图 14 中黑圆点标示出的轴向距离 d_f 为 -160 mm 与 140 mm 处的径向误差分别对应标准^[7]中规定的主轴近轴端以及距离其 300 mm 处的误差。从计算结果来看, 并非距离主轴端面越近径向误差越小, 其变化规律与最小值由转子误差运动的性质决定, 对不同类型主轴均规定相同的测量或评价位置并不完全合理。

5.2 主轴回转精度的不变量方法评价

采用第 3 节的方法可得转子误差运动的最小球面像曲线与最小准线分别如图 15a 与 15b 所示, 由此可计算主轴的不变量与其他回转精度指标。

图 15 最小球面像曲线与最小准线

由式(32)~(35)可计算主轴的回转误差运动不变量, 结果如表 2 所示。这些不变量的数值体现了转子误差运动相对其理想运动的整体偏差, 其运动学与几何学意义与第 3.3 节中一致。与表 1 中的回转精度指标相比, 不变量的数值与被测试件及传感器的位置无关, 因而不用指定测评位置。

表 2 主轴回转误差运动的不变量

S_{R0}	$V_{R0}/\mu\text{m}^3$	$\delta_{R0}/\mu\text{Rad}$	$r_{Rc}/\mu\text{m}$	$\Delta_{Ru}/\mu\text{m}$
9.43×10^{-11}	0.79	5.48	0.48	1.09

表 1 中的径向误差、轴向误差、倾斜误差等回转精度指标也可通过不变量方法计算。为说明采用不变量方法和现行标准计算方法的区别, 以

图 13 中的测量数据(车床主轴同一真实运动规律)为基础,如果双标准球安装在三个不同位置(即双标准球球心连线为转子上三条不同的直线),分别以现行标准中的方法与不变量方法计算径向误差、轴向误差以及倾斜误差等回转精度指标,结果对比如表 3 所示。

表 3 两种方法计算的部分回转精度指标对比

精度指标	ASME B89.3.4			不变量方法		
	位置 1	位置 2	位置 3	位置 1	位置 2	位置 3
径向误差 $C_1/\mu\text{m}$	1.51	1.63	1.63	1.51	1.51	1.51
径向误差 $C_2/\mu\text{m}$	1.45	1.52	1.52	1.45	1.45	1.45
径向误差 $C_4/\mu\text{m}$	1.78	1.86	1.93	1.78	1.78	1.78
径向误差 $C_5/\mu\text{m}$	1.66	1.73	1.80	1.66	1.66	1.66
轴向误差 $C_3/\mu\text{m}$	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09
倾斜误差 $C_1\text{--}C_4/\mu\text{Rad}$	14.46	18.35	14.46	14.46	14.46	14.46
倾斜误差 $C_2\text{--}C_5/\mu\text{Rad}$	15.78	19.55	15.78	15.78	15.78	15.78

表 3 中位置 1 双标准球轴线与主轴动准轴线重合;位置 2 标准球 B_1 的球心偏离动准轴线的坐标为 $(-50\ \mu\text{m}, 50\ \mu\text{m})$,标准球 B_2 的球心偏离动准轴线的坐标为 $(-50\ \mu\text{m}, -50\ \mu\text{m})$;位置 3 标准球 B_1 、 B_2 的球心偏离动准轴线的坐标均为 $(-50\ \mu\text{m}, 50\ \mu\text{m})$ 。计算结果表明,当采用现行标准^[1-3]计算时,评价结果受双标准球的安装位置(参考直线在转子上的位置与方向)影响,在不同安装位置 1、2、3 的结果均不相同;当采用上述不变量方法计算时,评价结果与双标准球安装位置无关;采用不变量方法计算的径向误差、轴向误差以及倾斜误差实质上是动准轴线在定坐标系中的误差运动轨迹的局部几何性质。

6 结论

(1) 提出了轴系回转精度测量的运动几何学原理,建立了轴系回转精度测量的运动几何学模型,得到了闭环矢量基本方程与轴系回转误差运动参数测量的完备性条件,揭示了轴系回转精度指标是转子上点、线、面等几何要素的运动轨迹在测量位置与方向上的局部几何性质。

(2) 提出了回转误差运动的不变量定理,最小球面像曲线区域描述角摆误差运动,最小准线区域刻画平移误差运动;实现了回转误差运动中的角摆误差运动与平移误差运动的分离,或角摆误差运动与平移误差运动叠加形成转子上任意几何要素的误差运动。

(3) 提出了轴系回转精度的不变量评价方法与指标,即最小球面像曲线的区域面积与最小准线的

区域体积分别评价轴系角摆误差和平移误差,评价结果与被测试件及传感器安装位置无关。

参 考 文 献

- [1] The American Society of Mechanical Engineers. ASME B89.3.4-2010 Axes of rotation: Methods for specifying and testing[S]. New York: ASME, 2010.
- [2] The International Organization for Standardization. ISO 230-7-2015 Test code for machine tools, Part 7: Geometric accuracy of axes of rotation[S]. Switzerland: ISO, 2015.
- [3] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局, 中国国家标准化管理委员会. GB/T 17421.7-2016 机床检验通则第 7 部分: 回转轴线的几何精度[S]. 北京: 中国标准出版社, 2016.
- General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. GB/T 17421.7-2016 Test code for machine tools, Part 7: Geometric accuracy of axes of rotation[S]. Beijing: China Standards Press, 2016.
- [4] WANG Delun, WANG Zhi, WU Yu, et al. Invariant errors of discrete motion constrained by actual kinematic pairs[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 119: 74-90.
- [5] The International Organization for Standardization. ISO 10791-1-2015 Test conditions for machining centers, Part 1: Geometric tests for machines with horizontal spindle[S]. Switzerland: ISO, 2015.
- [6] The American Society of Mechanical Engineers. ASME B5.54-2005 Methods for performance evaluation of computer numerically controlled machining centers[S]. New York: ASME, 2005.
- [7] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局, 中国国家标准化管理委员会. GB/T 18400.1-2010 加工中心检验条件第 1 部分: 卧式和带附加主轴头机床几何精度检验(水平 Z 轴)[S]. 北京: 中国标准出版社, 2010.
- General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, Standardization Administration of the People's Republic of China. GB/T 18400.1-2010 Test conditions for machining centers-Part 1: Geometric tests for machines with horizontal spindle and with accessory heads (horizontal Z-axis)[S]. Beijing: China Standards Press, 2010.
- [8] ANANDAN K P, TULSIAN A S, DONMEZ A, et al. A technique for measuring radial error motions of ultra-high-speed miniature spindles used for micromachining[J]. Precision Engineering, 2012, 36(1): 104-120.

- [9] MA Ping, ZHAO Chunming, LU Xinhui, et al. Rotation error measurement technology and experimentation research of high-precision hydrostatic spindle[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 73(1): 1313-1320.
- [10] 杨朝晖, 张进华, 洪军, 等. 超高精度滚动轴承旋转精度测试系统误差分析[J]. 浙江大学学报, 2014, 48(6): 1095-1101.
YANG Zhaohui, ZHANG Jinhua, HONG Jun, et al. Errors analysis of ultra-precision measurement system for rotational accuracy of rolling bearings[J]. Journal of Zhejiang University, 2014, 48(6): 1095-1101.
- [11] MARSH E R. Precision spindle metrology[M]. Lancaster: DEStech Publications, Inc., 2010.
- [12] GREJDA R, MARSH E, VALLANCE R. Techniques for calibrating spindles with nanometer error motion[J]. Precision Engineering, 2005, 29(1): 113-123.
- [13] FUJIMAKI K, MITSUI K. Radial error measuring device based on auto-collimation for miniature ultra-high-speed spindles[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2007, 47(11): 1677-1685.
- [14] 侯志泉, 熊万里, 吕浪, 等. 轴颈形状误差对液体静压主轴回转精度的影响[J]. 机械工程学报, 2016, 52(15): 147-154.
HOU Zhiquan, XIONG Wanli, LÜ Lang, et al. Study on the influence of the journal shape error for hydrostatic spindle rotational error motion[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(15): 147-154.
- [15] MARSH E R, ARNESON D A, MARTIN D L. A comparison of reversal and multi-probe error separation[J]. Precision Engineering, 2010, 34(1): 85-91.
- [16] TU J F, BOSSMANN B, HUNG S C C. Modeling and error analysis for assessing spindle radial error motions[J]. Precision Engineering, 1997, 21(2): 90-101.
- [17] ZHANG Guoxiong, WANG Ruikang. Four-point method of roundness and spindle error measurements[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 1993, 42(1): 593-596.
- [18] SHI Shengyu, LIN Jing, WANG Xiufeng, et al. A hybrid three-probe method for measuring the roundness error and the spindle error[J]. Precision Engineering, 2016(45): 403-413.
- [19] CAPPA S, REYNAERTS D, AL-BENDER F. A sub-nanometre spindle error motion separation technique[J]. Precision Engineering, 2014, 38(3): 458-471.
- [20] 苏恒, 洪迈生, 魏元雷, 等. 机床主轴径向误差运动在线检测与信号处理[J]. 机械工程学报, 2002, 38(6): 56-60.
SU Heng, HONG Maisheng, WEI Yuanlei, et al. CNC machine spindle radial motion error on-line test and signal processing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(6): 56-60.
- [21] 洪迈生, 邓宗煌, 陈健强, 等. 精确的时域三点法圆度误差分离技术[J]. 上海交通大学学报, 2000, 34(10): 1317-1319.
HONG Maisheng, DENG Zonghuang, CHEN Jianqiang, et al. Accurate time domain three point method for error separation of roundness[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2000, 34(10): 1317-1319.
- [22] 王德伦, 王智, 董惠敏, 等. 回转副精度特性的弹性冗余空间机构模型[J]. 机械工程学报, 2013, 49(17): 110-122.
WANG Delun, WANG Zhi, DONG Huimin, et al. A novel precision-characterization model of a revolute joint based on the concept of spatial mechanisms with redundant elastic constraints[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(17): 110-122.
- [23] 叶京生, 顾启泰, 章燕申. 论多步法误差分离技术的测量精度[J]. 计量学报, 1990, 11(2): 119-123.
YE Jingsheng, GU Qitai, ZHANG Yanshen. Measuring accuracy of errors separation technique by using multistep method[J]. ACTA Metrologica Sinica, 1990, 11(2): 119-123.
- [24] 洪迈生, 蔡萍. 多步法误差分离技术的比较分析[J]. 上海交通大学学报, 2004, 38(6): 877-881.
HONG Maisheng, CAI Ping. Analysis and comparison of multi-step error separation technique[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2004, 38(6): 877-881.
- [25] 王学根. 基于最小区域圆法的轴倾角回转误差的数据处理[J]. 导弹与航天运载技术, 2010(2): 44-46.
WANG Xuegen. Data processing based on minimum zone circle method for axial rotation angular error[J]. Missiles and Space Vehicles, 2010(2): 44-46.
- [26] WANG Zhi, WANG Delun, WU Yu, et al. Error calibration of controlled rotary pairs in five-axis machining centers based on the mechanism model and kinematic invariants[J]. International Journal of Machine Tool and Manufacture, 2017, (120): 1-11.
- [27] 王德伦, 汪伟. 机构运动微分几何学分析与综合[M]. 北京: 机械工业出版社, 2015.
WANG Delun, WANG Wei. The kinematic differential geometry and saddle synthesis of linkages[M]. Beijing: China Machine Press, 2015.
- [28] 熊有伦. 机器人技术基础[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1999.
XIONG Youlun. Fundamentals of robotics[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1999.

- [29] 任永杰, 郝继贵, 杨学友, 等. 利用激光跟踪仪对机器人进行标定的方法[J]. 机械工程学报, 2007, 43(9): 195-200.
- REN Yongjie, ZHU Jigui, YANG Xueyou, et al. Method of robot calibration based on laser tracker[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(9): 195-200.
- [30] BRYAN J B. The Abbe principle revisited: An updated

interpretation[J]. Precision Engineering, 1979, 1(3): 129-132.

作者简介: 王智, 男, 1986 年出生, 博士。主要研究方向为机构学与精密装备的设计与测量理论。

E-mail: wangzhi@mail.dlut.edu.cn

王德伦(通信作者), 男, 1958 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机构学及机械装备数字化设计。

E-mail: dlunwang@dlut.edu

第 9 届上银优秀机械博士论文奖——铜奖

基于四芯锥形相移光纤光栅的三维微尺度传感方法

作 者: 冯昆鹏

毕业学校: 哈尔滨工业大学

指导教师: 崔继文

本文针对航空发动机喷燃雾化器件和涡轮叶片表面上的微深气膜孔三维测量问题展开研究, 提出基于四芯锥形相移光纤光栅的三维微尺度传感方法, 该方法利用光纤光栅形变感知触测位移, 扩展了可测深径比, 缩短了测量链。通过外约束液桥力自组装原理形成锥形四芯光纤探针结构, 摆脱了商用多芯光纤限制, 将光谱信号边模抑制比提高 8 倍, 信号损耗降低 3 倍。利用光电等效滤波方法解调探针信号, 光谱分辨力高达 48 fm。探针最小针尖直径可达 100 μm 以下, 最大可测深宽比达 32:1, 轴向和径向分辨力可达 10 nm 和 30 nm, 三维触测重复性达 31 nm。

该方法可精确评价微结构几何尺寸与相对位置, 并为高端装备关键零部件的精密制造提供检测方面的支撑。商业三坐标机通过搭载研制的探针, 能准确评价微结构制造结果, 实现尺寸小于 200 μm 、深宽比 10:1 的微深结构检测与测量, 对高端/尖端装备制造业中微结构的精密制造具有重要意义。相关研究成果已经应用于研制国内首台大深径比微/小孔径校准装置; 航天一院 102 所利用该标准装置建立了微孔军工计量标准, 解决了国防和全国范围内深微孔几何参数的量值传递与统一问题。国内航天/航空发动机制造单位采用该设备对生产过程中的多种型号喷注盘/器测量, 并按测量数据改进工艺, 显著提高了成品率。本文研究成果的创新性主要体现在以下三个方面。

(1) 提出了一种基于四芯锥形相移光纤光栅的三维微尺度传感方法。该方法利用四芯锥形相移光纤光栅的形变量感知三维触测位移, 构建了全光纤传输信号的传感方案和锥形结构的探针, 扩展了可测深宽比, 缩短了测量链, 提高了传感精度。试验表明, 该方法的轴向量程达到 0.8 μm 、分辨力达到 10 nm, 径向量程达到 4 μm 、分辨力达到 30 nm, 最大可测深宽比达到 32, 锥度达到 2.04 时的传感灵敏度比同直径的圆柱光纤光栅探针高 37%。

(2) 提出了一种基于液桥力自组装原理的四芯锥形相移光纤光栅探针制备方法。该方法通过建立光纤自组装的理论模型, 获得了外约束下形成探针结构的光纤临界长度及紫外胶参数。仿真分析及试验表明, 该方法制备的四芯锥形相移光纤光栅探针结构不受光纤制约, 探针光谱边模抑制比提高 8 倍, 信号损耗降低 3 倍。

(3) 提出了一种基于光电等效滤波的探针精细光谱信号分析方法。该方法建立了电学滤波器处理扫频光与待测光混频信号的模型, 得到了电学滤波器与光学滤波器之间的等效关系, 及影响光谱分析功率准确度和分辨力的因素, 优化了电学滤波器参数和本振光扫频速度。试验表明, 光谱分辨力可达 48 fm, 功率不准确度低于 2.1%。