DOI: 10.3901/JME.2020.05.181

被动输入过约束四面体可展天线机构动力学分析*

刘玉兰¹ 许允斗^{1,2} 郭金伟¹ 姚建涛^{1,2} 赵永生^{1,2}

(1. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室 秦皇岛 066004;

2. 燕山大学先进锻压成型技术与科学教育部重点实验室 秦皇岛 066004)

摘要: 建立了一种由 3RR-3RRR 四面体单元组成的被动输入过约束可展天线机构的动力学模型, 分析了驱动元件(扭簧)的数量、刚度、初始压缩量对机构展开运动的影响。基于 3RR-3RRR 四面体单元组成的可展机构的结构特点和空间坐标变换关系建立了机构展开/收拢过程中各构件质心位置与机构展开角之间的关系, 得到了各构件的速度解析表达式。根据机构自由度性质, 将机构展开/收拢过程中构件的运动分为平移运动、定轴转动、平面运动和复合运动四类。为便于建立 3RR-3RRR 四面体单元组成的被动输入过约束可展机构的动力学模型, 进一步将构件的复合运动分解为平面运动和沿该平面法线方向的平移运动。基于拉格朗日法建立了单元可展机构 3RR-3RRR 和组合可展机构 3(3RR-3RRR)-3RRR-3RRR 的动力学模型, 得到了机构中扭簧刚度与机构展开角之间的表达式, 并讨论了扭簧刚度和数量对机构展开运动的影响。基于 ADAMS 仿真软件建立了 3(3RR-3RRR)-3RRR-3RRR 被动输入过约束可展机构的仿真模型, 通过添加不同数量、不同刚度的扭簧对机构进行了动力学仿真分析, 并讨论了扭簧初始压缩量对机构展开运动的影响, 仿真结果验证了理论分析的正确性。研究结果可为由 3RR-3RRR 四面体单元组成的大型被动输入过约束可展天线机构的协调控制提供理论指导作用。

关键词: 过约束; 可展机构; 动力学; 刚度; 拉格朗日法

中图分类号: V243; TH112

Dynamics of Passive-input Overconstrained Deployable Antenna Mechanisms Composed of 3RR-3RRR Tetrahedron Units

LIU Wenlan¹ XU Yundou^{1,2} GUO Jinwei¹ YAO Jiantao^{1,2} ZHAO Yongsheng^{1,2}

(1. Parallel Robot and Mechatronic System Laboratory of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004;

2. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science of Ministry of National Education, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

Abstract: The dynamic model of a passive-input overconstrained deployable antenna mechanism composed of 3RR-3RRR tetrahedron units is established, and the effects of the number, stiffness and initial compression angle of driving elements (i.e., torsion springs) on the motion of mechanism are analyzed. Based on the structural characteristics and spatial coordinate transformation formulas the relationships between the positions of the centroid of each component and the independent deployment angle of the mechanism are deduced, and then the analytical expressions of velocities of all components are obtained. The movements of all components are divided into translation motion, fixed-axis rotation, plane motion and compound motion according to the characteristic of the degree of freedom (DOF) of the mechanism. For the sake of dynamic analysis of the passive-input overconstrained mechanism, the composite motion of components is further decomposed into plane motion and translation motion along the normal direction of the plane. The dynamic models of the passive-input overconstrained deployable mechanism 3RR-3RRR and its combined mechanism 3(3RR-3RRR)-3RRR-3RRR are built by using Lagrange method. The relationships between the stiffness of torsion springs and the independent deployable angle of the mechanisms are obtained, and the influence of the stiffness and number of torsion springs on the deployable motion of the mechanisms is analyzed. The simulation model of 3(3RR-3RRR)-3RRR-3RRR mechanism is established by Adams software. The simulation is carried out by adding torsion springs

* 国家自然科学基金(51675458)、河北省自然科学基金重点(E2017203335)和河北省高等学校青年拔尖人才计划(BJ2017060)资助项目。20190404收到初稿, 20190819收到修改稿

with different numbers and stiffness. In addition, the effect of initial compression angle of torsion springs on the deployable motion of the mechanism is discussed. The simulation results verify the correctness of theoretical analyses. The results can provide theoretical guidance for the coordinated control of passive-input overconstrained deployable antenna mechanisms composed of 3RR-3RRR tetrahedron units.

Key words: overconstrained; deployable mechanisms; dynamics; stiffness; Lagrange method

0 前言

随着卫星技术在移动通信、射电天文、深空探测、空间科学等领域的广泛应用,以及人们对通信手段快捷化、信息大量化的需求,对天线大口径、高精度的要求越来越高,同时考虑到天线的储存或运输方便,越来越多的天线采用了可展结构。目前,构架式可展天线在国内外得到了多次在轨应用,例如,俄罗斯“联盟号”飞船、“和平号”空间站、日本 ETS-VIII 号、中国 HJ-1-C 卫星 SAR 天线以及 2018 年 11 月我国在西昌卫星发射中心发射成功的北斗三号高轨首发星 GE0-1 天线等。

构架式可展天线机构(这里指构架式可展天线的支撑机构)一方面为减轻重量、降低发射成本,常采用被动元件(如扭簧)作为驱动,靠在折叠状态扭簧储存的弹性势能驱动机构展开;另一方面,为提高机构的展开可靠性,添加的扭簧数量一般大于机构自由度数目,即这类机构中存在冗余驱动,但扭簧的驱动方式不能主动控制,与常规的冗余驱动机构又有所不同。因此,本文将这类特殊的冗余驱动机构称为被动输入过约束机构,介于被动过约束并联机构和主动过约束并联机构^[1]之间。

目前,国内外研究学者针对构架式可展天线机构的构型设计、刚度分析、动力学等展开了相关研究。杨毅等^[2]基于单闭环 7 杆机构提出了一种四棱锥可展机构,并分析了其自由度、运动学和奇异性。WANG 等^[3]提出了一种用于 SAR 天线的空间可展桁架结构的型综合方法。文献[4]综合考虑机构的机械性能和电性能对四面体构架式可展机构进行了结构优化设计。文献[5]分析了 3RR-3RRR 可展单元机构的自由度,并在此基础上对机构构型进行了优化,得到了多自由度可展机构。许允斗等^[6-8]对四面体构架式可展天线机构的构型综合和自由度展开了研究。文献[9]利用矩阵凝聚法建立了一种剪式单元的刚度矩阵,并对剪式单元组成的圆柱式可展结构进行了静力学分析。文献[10]采用拆解法和螺旋理论提出了一种 Bennett 过约束单元机构阵列得到的可展机构的动力学模型和分析方法,并采用仿真和实验方法进行了验证。李团结等^[11-12]考虑扭簧的刚度、铰链中的阻尼、重力以及索网预张力的影响对环形

天线展开过程的力学特性进行了分析;韩博等^[13]基于牛顿-欧拉方程和虚功原理建立了一种四面体可展单元的动力学模型,但文献[11-13]均没有涉及冗余驱动扭簧。曹登庆等^[14]介绍了空间可展机构的非光滑力学建模与非线性动力学的研究进展,并对未来研究方向进行了展望。文献[15]建立了一种构架式可展天线的多柔体动力学模型。LIU 等^[16]基于构架式可展天线机构的运动学理论模型和仿真分析得到了保证机构顺利展开所需的驱动力,基于此对驱动弹簧进行了设计。阎绍泽等^[17]通过仿真研究了铰链间隙和杆件柔性对可展机构展开动力学性能的影响。彭云等^[18]基于柔性多体动力学的仿真方法研究了重力对环形可展天线驱动力的影响。刘瑞伟等^[19]建立了大口径索肋张拉式可展天线索网结构的非线性动力学模型,并分析了结构参数对索网结构刚度的影响。ZHANG 等^[20]研究了周期性热激励作用下一种环形天线支撑结构的非线性动力学特性。GUO 等^[21]提出了一种曲柄滑块机构组成的双层环形可展天线机构并对其动力学特性进行了分析,得到了单层和双层环形可展天线的直径范围。胡飞等^[22]对构架式可展天线的形面网格划分方法、支撑机构构型综合、展开动力学、展开可控性等方面研究进展进行了总结并展望了未来发展方向。

综上,目前尚未有文献报道被动输入过约束机构中不同数量、不同刚度的扭簧组合对机构展开运动的影响。星载可展开天线作为卫星的关键载荷之一,承载着在轨卫星与地面基站进行通信与数据传输的重要任务,其能否顺利展开直接决定着卫星任务的成败。因此,本文以一种 3RR-3RRR 四面体可展单元组成的被动输入过约束可展天线机构为研究对象,建立被动输入过约束可展机构的动力学模型,研究机构展开过程中驱动扭簧刚度、数量以及初始压缩量对机构展开运动的影响,为被动输入过约束可展天线机构的控制提供理论指导作用,保证此类机构协调、平稳地展开。

1 机构简介

3RR-3RRR 四面体基本可展单元机构^[7]简图如图 1 所示,其由 4 个结构相同的节点构件、9 个连杆和 15 个转动副(R)组成,每个连杆两端的 R 副轴

线平行, 与顶部节点构件相连的三个连杆等长, 底面相邻两个节点构件之间的两个连杆等长。

图1 3RR-3RRR 基本单元机构简图

多个四面体基本可展单元机构通过共用底面节点构件和添加 RRR 约束链的方式可组成更大尺寸的可展机构。例如, 图2为3个基本单元机构通过共用1个底面节点构件和添加3条 RRR 约束链组成的机构简图; 图3为27个基本单元机构通过相邻单元共用1个底面节点构件和周边添加9条 RRR 约束链组成的机构示意图, 图中仅示意了连杆和节点构件, 具体连接方式同图2。

图2 含3个基本单元机构的组合机构简图

图3 含27个基本单元机构的组合机构示意图

将各 3RR-3RRR 四面体基本可展单元机构底面节点构件的中心点布置于同一平面或曲面(抛物面

或球面)上, 可组合成大型平面或曲面可展机构, 曲面可展机构可用于大型构架式可展天线的支撑机构。各基本单元机构的顶部节点构件间添加适当约束链可进一步提高机构的整体刚度。

本文以 3RR-3RRR 四面体可展单元组成的平面可展机构为研究对象, 分析其展开动力学问题以及扭簧刚度对机构展开过程的影响。根据文献[7]可知 3RR-3RRR 四面体可展单元组成的可展机构自由度为 1, 机构收拢/展开过程中各节点构件仅发生平移运动。因此, 3RR-3RRR 四面体单元组成的平面可展机构中基本单元顶部节点构件间仍可添加 RRR 约束链进一步提高机构刚度, 例如, 在图2所示组合可展机构的四面体基本单元顶部节点构件间添加3条 RRR 约束链得到图4所示机构。为便于多个单元机构的组合, 顶部节点构件和底面节点构件均为上下两层设计。

图4 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 平面可展机构

2 四面体可展天线机构速度分析

2.1 3RR-3RRR 四面体基本单元机构速度分析

记 3RR-3RRR 四面体基本可展单元机构的顶部节点构件和底面三个节点构件的下层中心分别为点 H 、 A 、 B 、 C , 基本可展单元机构的运动学简图如图5所示。为便于分析, 在顶部节点构件中心点 H 建立参考坐标系 $Hxyz$, x 轴平行连线 AC , z 轴沿机构底面的法线方向, y 轴根据右手定则确定。假设固定 3RR-3RRR 四面体基本可展单元机构的顶部节点构件, 根据文献[7]可知在机构的收拢/展开过程中三个底面节点构件作平移运动, 连杆1~3作定轴转动, 连杆4~9作复合运动。

3RR-3RRR 四面体基本可展单元机构为单自由度机构, 故机构中15个转动副的运动只有1个是独立的, 这里选取连杆4和连杆5轴线之间的夹角为输入量, 记为 2φ 。假设连杆4~9等长, 则根据

图5 3RR-3RRR 基本可展单元机构运动学简图

3RR-3RRR 四面体单元机构的几何关系可得机构展开/收拢过程中点 A 、 B 、 C 在参考坐标系 $Hxyz$ 下的位置矢量分别为

$$\begin{cases} \mathbf{P}_A = \begin{pmatrix} -r_1 - ls\varphi & -\frac{\sqrt{3}}{3}(r_1 + ls\varphi) & -Lc\theta - h \end{pmatrix} \\ \mathbf{P}_B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2\sqrt{3}}{3}(r_1 + ls\varphi) & -Lc\theta - h \end{pmatrix} \\ \mathbf{P}_C = \begin{pmatrix} r_1 + ls\varphi & -\frac{\sqrt{3}}{3}(r_1 + ls\varphi) & -Lc\theta - h \end{pmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\theta = \arcsin\left(\frac{2\sqrt{3}(r_1 + ls\varphi) - 6r_2}{3L}\right)$, L 表示连杆 1~3 的长度, l 表示连杆 4~9 的长度, θ 表示连杆 2 轴线与 z 轴之间的锐角, r_1 表示点 C 到连杆 5 与底面节点构件连接点的距离, r_2 表示点 H 到连杆 1 与顶部节点构件连接点的距离, h 表示节点构件上下两层的距离, s 和 c 分别表示 $\sin$ 和 $\cos$ 。

根据 3RR-3RRR 四面体基本可展单元机构的几何关系可得

$$\sin\theta = \frac{2\sqrt{3}(r_1 + ls\varphi) - 6r_2}{3L} \quad (2)$$

对上式求导可得

$$\dot{\theta} = \frac{2\sqrt{3}l\cos\varphi}{3L\cos\theta}\dot{\varphi} \quad (3)$$

连杆 1~3 作定轴转动, 式(3)给出了连杆 1~3 的转动角速度与机构输入角速度之间的关系。

对式(1)关于时间求导可得基本可展单元机构 3RR-3RRR 在展开/收拢过程中三个底面节点构件的平移速度分别为

$$\begin{cases} \mathbf{V}_A = \begin{pmatrix} -1 & -\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{4(r_1 + ls\varphi - \sqrt{3}r_2)}{3Lc\theta} \end{pmatrix} lc\varphi\dot{\varphi} \\ \mathbf{V}_B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{2\sqrt{3}}{3} & \frac{4(r_1 + ls\varphi - \sqrt{3}r_2)}{3Lc\theta} \end{pmatrix} lc\varphi\dot{\varphi} \\ \mathbf{V}_C = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{4(r_1 + ls\varphi - \sqrt{3}r_2)}{3Lc\theta} \end{pmatrix} lc\varphi\dot{\varphi} \end{cases} \quad (4)$$

连杆 4~9 的复合运动可分解为平面运动和平移运动。以连杆 4 为例, 其运动可分解为 xHz 面内的平面运动和沿 y 轴的整体移动, 根据点 A 的速度和平面运动物体上不同点的速度关系, 可得连杆 4 质心在平面 Hxz 的速度为

$$\begin{pmatrix} V_{L4c,x} \\ V_{L4c,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{A,x} \\ V_{A,z} \end{pmatrix} + (\mathbf{S}(\mathbf{w}_{L4})\mathbf{r}_{L4c})_{1,3}; \quad (5)$$

式中, $(*)_{1,3,}$ 表示矩阵 $(*)$ 的第 1、3 行和所有列, $\mathbf{S}()$ 表示反对称算子, $\mathbf{r}_{L4c} = (l\sin\varphi/2 \ 0 \ l\cos\varphi/2)^T$, $\mathbf{w}_{L4} = (0 \ \dot{\varphi} \ 0)^T$ 。

连杆 4 沿 y 轴的平移速度为

$$V_{L4c,y} = V_{A,y} = -\sqrt{3}l\cos\varphi\dot{\varphi}/3 \quad (6)$$

同理可得, 3RR-3RRR 四面体基本可展单元机构中其他作复合运动连杆的速度解析表达式。

2.2 3RR-3RRR 四面体单元组合机构速度分析

3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 组合可展机构的运动学简图如图 6 所示, 假设将位于机构底面中心的节点构件固定, 在该节点构件下层的中心点 C 建立全局坐标系 $CXYZ$, 其中, X 轴沿 AC 连线, Z 轴沿该机构底面法线方向, Y 轴根据右手定则确定。

图6 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 组合机构运动学简图

同一点在不同坐标系下的坐标可由下式得到

$${}^A\mathbf{P} = {}^A\mathbf{R}^B\mathbf{P} + {}^A\mathbf{P}_{B0} \quad (7)$$

式中, ${}^A\mathbf{P}$ 和 ${}^B\mathbf{P}$ 分别表示 P 点在坐标系 $\{A\}$ 和 $\{B\}$ 中的坐标矢量, ${}^A\mathbf{R}^B$ 表示坐标系 $\{B\}$ 相对于 $\{A\}$ 的旋转变换矩阵, ${}^A\mathbf{P}_{B0}$ 表示坐标系 $\{B\}$ 的原点在坐标系 $\{A\}$ 中的坐标矢量。

根据式(7)可得 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 组合可展机构中点 A 、 B 、 H 和连杆 1、连杆 4、连杆 9、连杆 10 的质心在全局坐标系 $CXYZ$ 下的位置矢量, 从而可得在机构展开过程中 A 、 B 、 H 和连杆 1、连杆 4、连杆 9、连杆 10 的质心速度为

$$\begin{cases} \mathbf{V}_A = (-2lc\dot{\varphi} & 0 & 0) \\ \mathbf{V}_B = (-lc\dot{\varphi} & \sqrt{3}lc\dot{\varphi} & 0) \\ \mathbf{V}_H = (-\sqrt{3}Lc\dot{\theta}/2 & Lc\dot{\theta}/2 & -Ls\dot{\theta}) \\ \mathbf{V}_{L1c} = (-3lc\dot{\varphi}/2 & \sqrt{3}lc\dot{\varphi}/6 & -Ls\dot{\theta}/2) \\ \mathbf{V}_{L4c} = (-3lc\dot{\varphi}/2 & 0 & -Ls\dot{\varphi}/2) \\ \mathbf{V}_{L9c} = (-7lc\dot{\varphi}/4 & \sqrt{3}lc\dot{\varphi}/4 & -Ls\dot{\varphi}/2) \\ \mathbf{V}_{L10c} = (-lc\dot{\varphi}/2 & \sqrt{3}lc\dot{\varphi}/3 & -Ls\dot{\theta} + Ls\dot{\varphi}/2) \end{cases} \quad (8)$$

根据 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 组合可展机构的结构对称性, 易得在机构展开/收拢过程中其他构件速度的解析表达式。

3 被动输入过约束四面体可展机构动力学分析

3.1 3RR-3RRR 四面体基本单元机构动力学分析

3RR-3RRR 可展机构具有 1 个自由度, 根据机械原理相关知识可知仅需要添加 1 个驱动机构即可实现确定的运动, 但为了提高机构的展开可靠性, 一般添加多个扭簧, 靠收拢状态扭簧储存的弹性势能驱动机构展开。因此, 扭簧数量和刚度直接影响机构的展开速度、可靠性等。

因 3RR-3RRR 基本可展单元机构具有 1 个自由度, 故该机构独立的广义坐标有且仅有 1 个, 选取输入角 φ 为广义坐标, 根据第二类拉格朗日方程建立如下所示动力学方程

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_v}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial E_v}{\partial \varphi} + \frac{\partial E_p}{\partial \varphi} = Q \quad (9)$$

式中, E_v 、 E_p 和 Q 分别表示机构的动能、势能和广义驱动力。

若固定 3RR-3RRR 基本可展单元机构的 1 个底面节点构件, 例如, 图 1 所示机构中固定底面节点构件 2, 则在该单元机构展开过程中, 12 个活动构件的运动可分为四类: 平移运动(2 个底面活动节点

构件和 1 个顶部节点构件)、定轴转动(连杆 2、连杆 5 和连杆 6)、平面运动(连杆 4 和连杆 7)、复合运动(连杆 8、连杆 9、连杆 1 和连杆 3)。为便于计算各构件的动能, 将连杆的复合运动分解为平面运动和移动运动, 如图 7 所示, 分别计算连杆质心的平面运动速度 $\mathbf{V}_{\parallel}$ 和连杆整体沿运动平面法线方向的移动速度 $\mathbf{V}_{\perp}$ 。

图 7 复合运动连杆的速度分解图

以连杆 9 和连杆 1 为例, 通过速度分解可得其质心的平面运动速度和连杆整体的平移速度为

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{L9c,\parallel} = (|\mathbf{V}_A|/4 & \sqrt{3}|\mathbf{V}_A|/4 & 0) + \mathbf{S}(\mathbf{w}_{L9})\mathbf{r}_{L9c} \\ \mathbf{V}_{L9c,\perp} = (3|\mathbf{V}_A|/4 & -\sqrt{3}|\mathbf{V}_A|/4 & 0) \\ \mathbf{V}_{L1c,\parallel} = (3|\mathbf{V}_A|/4 & \sqrt{3}|\mathbf{V}_A|/4 & 0) + \mathbf{S}(\mathbf{w}_{L1})\mathbf{r}_{L1c} \\ \mathbf{V}_{L1c,\perp} = (|\mathbf{V}_A|/4 & -\sqrt{3}|\mathbf{V}_A|/4 & 0) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } \mathbf{w}_{L9} &= (-\sqrt{3}\dot{\varphi}/2 & \dot{\varphi}/2 & 0); \\ \mathbf{r}_{L9c} &= (ls\varphi/4 & \sqrt{3}ls\varphi/4 & lc\varphi/2); \\ \mathbf{w}_{L1} &= (-\dot{\theta}/2 & \sqrt{3}\dot{\theta}/2 & 0); \\ \mathbf{r}_{L1c} &= (\sqrt{3}Ls\theta/4 & Ls\theta/4 & Lc\theta/2). \end{aligned}$$

3RR-3RRR 基本可展单元机构的总动能为

$$E_v = E_{v1} + E_{v2} + E_{v3} + E_{v4} \quad (11)$$

式中, E_{v1} 、 E_{v2} 、 E_{v3} 、 E_{v4} 分别表示平移运动节点构件、定轴转动连杆、平面运动连杆、复合运动连杆的动能, 具体表达如下

$$\begin{cases} E_{v1} = M_3\mathbf{V}_A\mathbf{V}_A^T + M_3\mathbf{V}_H\mathbf{V}_H^T / 2 \\ E_{v2} = J_1\dot{\varphi}^2 + J_4\dot{\theta}^2 / 2 \\ E_{v3} = M_2\mathbf{V}_{L4c}\mathbf{V}_{L4c}^T + J_2\dot{\varphi}^2 \\ E_{v4} = (M_2\mathbf{V}_{L9c,\parallel}\mathbf{V}_{L9c,\parallel}^T + J_2\dot{\varphi}^2 + M_2\mathbf{V}_{L9c,\perp}\mathbf{V}_{L9c,\perp}^T) + \\ \quad (M_3\mathbf{V}_{L1c,\parallel}\mathbf{V}_{L1c,\parallel}^T + J_3\dot{\theta}^2 + M_3\mathbf{V}_{L1c,\perp}\mathbf{V}_{L1c,\perp}^T) \end{cases} \quad (12)$$

式中, $J_1 = M_1l^2/3$, $J_2 = M_1l^2/12$, $J_3 = M_2L^2/12$,

$J_4 = M_2 L^2 / 3$, M_1 、 M_2 、 M_3 分别表示连杆 4~9、连杆 1~3、节点构件的质量。

假设在 3RR-3RRR 基本可展单元机构的连杆 4 与连杆 5、连杆 6 与连杆 7、连杆 8 与连杆 9 之间的转动副添加扭簧, 且考虑到被动输入过约束可展天线机构的应用环境无重力影响, 这里仅考虑被动输入过约束四面体单元机构 3RR-3RRR 的弹性势能, 如下所示

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 k_i (2\alpha_{i0} + 2\varphi_0 - 2\varphi)^2 \quad (13)$$

式中, k_i 和 α_{i0} 分别表示第 i 个扭簧的刚度、初始压缩半角, φ_0 为初始展开半角。

3RR-3RRR 被动输入过约束单元机构靠扭簧储存的弹性势能展开, 机构中不存在其他广义驱动力。

将式(11)和式(13)代入式(9)可得

$$C_1 \ddot{\varphi} + C_2 \dot{\varphi}^2 + C_3 \varphi + C_4 = 0 \quad (14)$$

$$\begin{cases} C_{11} = 2J_1 + 4J_2 + M_1 l^2 / 2 + M_1 l^2 s^2 \varphi / 2 \\ C_{12} = (21M_1 / 2 + 14M_2 / 3 + 8M_3) l^2 c^2 \varphi \\ C_{13} = \frac{2M_2 l^2 c^2 \varphi N^2}{3(9L^2 - N^2)}, N = 2\sqrt{3}(r_1 + ls\varphi) - 6r_2 \\ C_{14} = \frac{24l^2 c^2 \varphi (J_3 + J_4 / 2 + M_3 L^2 / 2)}{9L^2 - N^2} \\ C_{21} = M_1 l^2 s\varphi c\varphi / 2 - C_{12} \tan \varphi \\ C_{22} = \frac{4\sqrt{3}M_2 l^3 c^3 \varphi N}{3(9L^2 - N^2)}, C_{23} = -\frac{2M_2 l^2 s\varphi c\varphi N^2}{3(9L^2 - N^2)} \\ C_{24} = \frac{4\sqrt{3}M_2 l^3 c^3 \varphi N^3}{3(9L^2 - N^2)^2}, C_3 = 4 \sum_{i=1}^3 k_i \\ C_4 = -4\varphi_0 \sum_{i=1}^3 k_i - 4 \sum_{i=1}^3 (k_i \alpha_{i0}) \end{cases} \quad (15)$$

式(14)给出了被动输入过约束四面体单元可展机构 3RR-3RRR 的扭簧刚度与机构展开角 φ 之间的关系, 若已知各扭簧的刚度, 由式(14)可求得在三个扭簧的驱动作用下被动输入过约束单元机构 3RR-3RRR 的展开角随时间的变化值; 反之, 若让机构按照已规划的轨迹展开, 由式(14)可得需添加的扭簧总刚度。

3.2 3RR-3RRR 四面体单元组合机构动力学分析

图 6 所示的 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 组合可展机构由 3 个 3RR-3RRR 基本可展单元机构和 6 条 RRR 约束链组成, 若固定机构底面中心的节点构件, 根据该组合机构的运动特点可知每个基本可展单元机构 3RR-3RRR 中有 3 个节点构件作平移运动、3 个连杆作定轴转动、2 个连杆作平面运动、4 个连杆作复合运动, 6 条 RRR 约束链中的连杆均作

复合运动。根据结构特点可知组合机构底面节点构件间 RRR 约束链的连杆具有相同的动能。下面以顶部节点构件间的连杆 10 为例, 分析顶部节点构件间 3 条 RRR 约束链中连杆的动能。

将连杆 10 的复合运动分解为平面运动和移动运动, 可得

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{L10c,\parallel} = (\mathbf{V}_{H,x} & 0 & \mathbf{V}_{H,z}) + \mathbf{S}(\mathbf{w}_{L10}) \mathbf{r}_{L10c} \\ \mathbf{V}_{L10c,\perp} = (0 & \mathbf{V}_{H,y} & 0) = (0 & Lc\theta\dot{\theta}/2 & 0) \end{cases} \quad (16)$$

式中, $\mathbf{r}_{L10c} = (ls\varphi/2 \quad 0 \quad -lc\varphi/2)$, $\mathbf{w}_{L10} = (0 \quad -\dot{\varphi} \quad 0)$ 。

从而可得 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 组合可展机构的总动能为

$$E_v = 3(E_{v1} + E_{v2} + E_{v3} + E_{v4}) + 6(E_{v5} + E_{v6}) \quad (17)$$

$$\begin{cases} E_{v5} = (M_1 \mathbf{V}_{L9c,\parallel} \mathbf{V}_{L9c,\parallel}^T + J_2 \dot{\varphi}^2 + M_1 \mathbf{V}_{L9c,\perp} \mathbf{V}_{L9c,\perp}^T) / 2 \\ E_{v6} = (M_1 \mathbf{V}_{L10c,\parallel} \mathbf{V}_{L10c,\parallel}^T + J_2 \dot{\varphi}^2 + M_1 \mathbf{V}_{L10c,\perp} \mathbf{V}_{L10c,\perp}^T) / 2 \end{cases} \quad (18)$$

假设在 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 组合可展机构所有 RRR 约束链的中间转动副添加扭簧, 记扭簧刚度为 $k_j (j=1, 2, \dots, 15)$, 初始压缩量为 $2\alpha_{j0}$, 则组合机构的总势能为

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{15} k_j (2\alpha_{j0} + 2\varphi_0 - 2\varphi)^2 \quad (19)$$

将式(17)和式(19)代入式(9)可得被动输入过约束组合可展机构 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 的动力学方程为

$$M \ddot{\varphi} + M' \dot{\varphi}^2 + C_5 \varphi + C_6 = 0 \quad (20)$$

$$\begin{cases} M = C_1 + C_{15} + C_{16}, M' = C_2 + C_{25} + C_{26} \\ C_{15} = 18M_1 l^2 c^2 \varphi + 3M_1 l^2 / 2 + 6J_2 \\ C_{16} = 7M_1 l^2 c^2 \varphi / 2 + 6M_1 Q^2 + 6J_2 \\ C_{25} = -18M_1 l^2 c\varphi s\varphi \\ C_{26} = -7M_1 l^2 c\varphi s\varphi / 2 + 6M_1 QP \\ P = \frac{lc\varphi}{2} - \frac{4l^2 c^2 \varphi}{3Lc\theta} + \frac{2\sqrt{3}Nls\varphi}{9Lc\theta} - \frac{4Nl^2 c^2 \varphi s\theta}{9L^2 c^3 \theta} \\ Q = \left(\frac{ls\varphi}{2} - \frac{2\sqrt{3}Alc\varphi}{9Lc\theta} \right)^2, C_5 = 4 \sum_{j=1}^{15} k_j \\ C_6 = -4\varphi_0 \sum_{j=1}^{15} k_j - 4 \sum_{j=1}^{15} (k_j \alpha_{j0}) \end{cases} \quad (21)$$

式(20)为 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 被动输入过约束组合可展机构的动力学模型, 其反映了机构的 15 个扭簧刚度与机构展开运动之间的关系。

同理, 可得由 $n(n>3)$ 个 3RR-3RRR 基本单元机构组成的被动输入过约束四面体可展机构的动力学模型。

3.3 扭簧刚度对机构展开运动的影响

假设不采用冗余驱动, 即只添加一个扭簧驱动机构展开, 记扭簧刚度为 k , 则机构动力学方程为

$$M\ddot{\varphi} + M'\dot{\varphi}^2 + 4k\varphi - 4k\varphi_0 - 4k\alpha_0 = 0 \quad (22)$$

由式(20)和式(22)可得

$$\begin{cases} k = \sum_{j=1}^{15} k_j \\ k\alpha_0 = \sum_{j=1}^{15} k_j \alpha_{j0} \end{cases} \quad (23)$$

上式表明当 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 被动输入过约束组合可展机构中扭簧总刚度、初始总压缩力矩相同时, 在机构的 RRR 约束链中间转动副添加不同数量(1~15 个)、不同刚度的扭簧, 其对机构展开运动具有相同的驱动作用。假设各扭簧初始压缩量相同, 即 $\alpha_{j0} = \alpha_0$, 则只需机构中扭簧总刚度一定。

根据胡克定律, 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 被动输入过约束可展机构中第 j 个扭簧的驱动力矩可表示为 $\tau_j = k_j \alpha_{j0} - k_j(\varphi - \varphi_0)$, 则式(20)变形为

$$\sum_{j=1}^{15} \tau_j = M\ddot{\varphi} + M'\dot{\varphi}^2 \quad (24)$$

式(24)反映了机构中扭簧驱动力矩与机构展开运动之间的关系。假设在机构完全展开状态部分扭簧受拉, 即这些扭簧的初始压缩量小于 $(\pi - 2\varphi_0)$, 则在机构展开过程中这些扭簧从受压变为受拉状态, 在受压过程中扭簧力矩对机构展开运动起积极作用, 而在受拉过程中阻碍机构的展开运动。这些扭簧的刚度过大、初始压缩量过小会导致机构无法完全展开。因此, 令机构中所有扭簧的初始压缩量 $\alpha_{j0} \geq (\pi - 2\varphi_0)$ 易保证机构展开到位, 即在机构完全展开状态所有扭簧处于自然状态或受压状态。

4 仿真验证

给定 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 被动输入过约束可展机构的一组结构参数和动力学参数, 见表 1。建立仿真模型, 在机构 15 条 RRR 约束链的中间转动副添加扭簧, 仿真 0.86 s, 机构靠扭簧储存的弹性势能从折叠状态完全展开, 图 8~10 分别为机构的折叠状态、中间状态和完全展开状态。在机构展开过程中输入角 φ 随时间 t 变化的理论曲线和仿真曲线如图 11 所示。

表 1 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 可展机构的参数

参数	数值	参数	数值
质量 M_1/kg	0.499	第 4 个扭簧刚度 $k_4/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.004
质量 M_2/kg	1.098	第 5 个扭簧刚度 $k_5/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.005
质量 M_3/kg	0.171	第 6 个扭簧刚度 $k_6/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.006
长度 l/m	0.500	第 7 个扭簧刚度 $k_7/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.007
长度 L/m	1.100	第 8 个扭簧刚度 $k_8/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.008
距离 r_1/m	0.022	第 9 个扭簧刚度 $k_9/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.009
距离 r_2/m	0.010	第 10 个扭簧刚度 $k_{10}/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.010
距离 h/m	0.010	第 11 个扭簧刚度 $k_{11}/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.011
初始压缩半角 $\alpha_0/(^{\circ})$	88	第 12 个扭簧刚度 $k_{12}/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.012
初始展开半角 $\varphi_0/(^{\circ})$	2	第 13 个扭簧刚度 $k_{13}/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.013
第 1 个扭簧刚度 $k_1/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.001	第 14 个扭簧刚度 $k_{14}/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.014
第 2 个扭簧刚度 $k_2/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.002	第 15 个扭簧刚度 $k_{15}/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.015
第 3 个扭簧刚度 $k_3/(\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ}))$	0.003

图 8 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 机构的折叠状态

图 9 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 机构的中间状态

图 10 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 机构的完全展开状态

图 11 展开角 ϕ 随时间 t 变化的理论曲线和仿真曲线

从图 11 可以看到被动输入过约束可展机构 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 在扭簧驱动作用下展开角的理论值和仿真值基本完全一致，验证了本文建立的该机构动力学模型的正确性。

为分析不同数量(1~15 个)、不同刚度的扭簧组合对 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 机构展开运动的影响，令上述仿真模型中扭簧总刚度不变，分别选取 1、3、6、9、12 个扭簧驱动机构展开，扭簧刚度和位置如表 2 所示，得到机构展开角变化曲线仍如图 11 所示，机构中节点构件 H 、 I 和 J 的展开运动相同，节点构件 A 、 B 、 D 、 E 、 F 和 G 的展开运动相同，以节点构件 A 为例，在不同组合的扭簧驱动下，其位移变化如图 12 所示。表明在机构 RRR 约

图 12 不同数量和刚度扭簧作用下节点构件 A 的位移

表 2 扭簧数量、刚度和添加位置

组号	扭簧数量	扭簧刚度	扭簧位置
1	1	$k_1=0.12\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$	
2	3	$k_1=0.02\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_2=0.04\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_3=0.06\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$	
3	6	$k_1=0.02\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_2=0.02\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_3=0.02\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_4=0.02\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_5=0.02\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_6=0.02\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$	
4	6	$k_1=0.01\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_2=0.01\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_3=0.02\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_4=0.02\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_5=0.03\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_6=0.03\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$	
5	9	$k_1=0.006\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_2=0.008\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_3=0.010\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_4=0.012\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_5=0.014\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_6=0.016\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_7=0.017\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_8=0.018\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_9=0.019\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$	
6	12	$k_1=0.004\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_2=0.005\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_3=0.006\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_4=0.007\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_5=0.008\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_6=0.009\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_7=0.010\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_8=0.011\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_9=0.012\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_{10}=0.014\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_{11}=0.016\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ $k_{12}=0.018\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$	

束链的中间转动副添加扭簧，当各扭簧初始压缩量相同、扭簧总刚度一定时，不同数量(1~15 个)、不同刚度的扭簧组合对机构展开运动具有相同的驱动作用。

令机构中扭簧总刚度分别为 $0.12\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ 、 $0.18\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ 、 $0.24\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ 、 $0.30\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ 、 $3.60\text{N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ ，得到扭簧总刚度对机构展开运动的影响如图 13 所示。

图 13 机构所含扭簧总刚度对机构展开运动的影响

从图 13 可以看到 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 被动输入过约束机构中所含扭簧总刚度越大, 机构展开到位所用时间越短, 则机构展开速度越快。因此, 通过合理选择扭簧总刚度可控制机构展开到位所需时间, 即控制机构的展开速度, 进而降低机构展开到位时的冲击。

为方便分析扭簧初始压缩量小于 $(\pi - 2\varphi_0)$ 时, 扭簧刚度和初始压缩量对机构展开运动的影响, 在 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 机构的仿真模型中添加两个扭簧, 令其具有不同的初始压缩量, 对机构展开运动进行分析。令扭簧刚度 $k_1=k_2=4 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$, 初始压缩量 $\alpha_{10}=176^{\circ}$ 、 $\alpha_{20}=88^{\circ}$, 得到机构展开角随时间的变化如图 14 所示, 为便于对比, 图中也给出了 $\alpha_{10}=\alpha_{20}=176^{\circ}$ 时机构展开角的变化。对比图 14 中两条曲线可以看到, 当机构中存在初始压缩量小于 $(\pi - 2\varphi_0)$ 的扭簧时, 机构的展开运动会受到阻碍。调整 $k_2=1 \times 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$, 初始压缩量 $\alpha_{20}=40^{\circ}$, 得到机构展开角随时间的变化如图 15 所示。

图 14 扭簧初始压缩量对机构展开运动的影响

从图 15 可以看到机构先展开后收拢, 但展开角未达到 180° , 表明当机构中存在初始压缩量小于 $(\pi - 2\varphi_0)$ 的扭簧时, 随着该扭簧刚度的增大或初始压缩量的减小其对机构展开运动的阻碍作用加强, 最终导致机构无法实现完全展开。因此, 这种情况下, 为保证机构完全展开还需要针对具体机构分析所需扭簧刚度和初始压缩量。

图 15 $k_2=1 \times 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}/(^{\circ})$ 和 $\alpha_{20}=40^{\circ}$ 时展开角的变化

5 结论

(1) 本文对四面体可展单元机构 3RR-3RRR 和其组合可展机构 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 进行了运动学分析, 得到了机构展开/收拢过程中各节点构件和连杆质心速度的解析表达式, 为 3RR-3RRR 四面体基本单元组成的可展机构的动力学建模奠定了理论基础。

(2) 根据 3RR-3RRR 四面体基本单元组成的可展机构的自由度性质, 将机构中各杆件的运动分为定轴转动、平移运动、平面运动、平面运动和复合运动的复合运动, 采用拉格朗日法建立了被动输入过约束基本可展单元机构 3RR-3RRR 和组合可展机构 3(3RR-3RRR)+3RRR+3RRR 的动力学模型, 得到了扭簧刚度与机构展开角之间的关系。

(3) 分析了 RRR 约束链中间转动副添加扭簧时, 扭簧刚度和数量对 3RR-3RRR 四面体基本单元组成的被动输入过约束可展机构展开运动的影响, 得到当机构中扭簧总刚度、初始总压缩力矩相同时, 不同数量、不同刚度的扭簧组合对该类机构的展开运动具有相同的驱动作用。扭簧总刚度增大, 机构展开运动加速, 展开到位所需时间越短, 反之亦然。

参考文献

- [1] LIU W L, XU Y D, YAO J T, et al. Methods for force analysis of overconstrained parallel mechanisms: A review[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 30(6): 1460-1472.
- [2] 杨毅, 丁希仑. 四棱锥单元平板式可展开收拢机构的运动特性分析[J]. 航空学报, 2010, 31(6): 1257-1265. YANG Yi, DING Xilun. Kinematic analysis of a plane deployable mechanism assembled by four pyramid cells[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(6): 1257-1265.
- [3] WANG Y, DENG Z Q, LIU R Q, et al. Topology structure

- synthesis and analysis of spatial pyramid deployable truss structures for satellite SAR antenna[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 27(4): 683-692.
- [4] XU Y, GUAN F L. Structure-electronic synthesis design of deployable truss antenna[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 26(1): 259-267.
- [5] HU F, SONG Y P, HUANG Z R, et al. Malleability and optimization of tetrahedral metamorphic element for deployable truss antenna reflector[J]. AIP Advances, 2018, 8(5): 055217.
- [6] XU Y D, CHEN L L, LIU W L, et al. Type synthesis of the deployable mechanisms for the truss antenna using the method of adding constraint chains[J]. ASME Journal of Mechanisms and Robotics, 2018, 10(4): 041002.
- [7] 许允斗, 刘玉兰, 陈亮亮, 等. 构架式可展天线机构自由度分析——拆杆等效法[J]. 航空学报, 2017, 38(9): 321-332.
- XU Yundou, LIU Wenlan, CHEN Liangliang, et al. Mobility analysis of a deployable truss-antenna mechanism—method based on link-demolishing and equivalent idea[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(9): 321-332.
- [8] 郭金伟, 许允斗, 刘玉兰, 等. 基于四面体单元的新型可展机构自由度分析[J]. 机械工程学报, 2019, 55(12): 9-18.
- GUO Jinwei, XU Yundou, LIU Wenlan, et al. Mobility analysis of novel deployable mechanism based on tetrahedral element[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(12): 9-18.
- [9] 杨毅, 丁希仑. 剪式单元可展机构静力学分析与拓扑优化设计[J]. 中国机械工程, 2010, 21(2): 184-189.
- YANG Yi, DING Xilun. Analysis and topology optimization of deployable mechanism based on pantograph[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(2): 184-189.
- [10] 智常建, 王三民, 李剑锋, 等. Bennett 单元阵列可展机构的动力学分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(1): 134-141.
- ZHI Changjian, WANG Sanmin, LI Jianfeng, et al. Dynamic analysis of Bennett unit array deployable mechanism[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2019, 51(1): 134-141.
- [11] 李团结, 张琰, 李涛. 周边桁架可展天线展开过程动力学分析及控制[J]. 航空学报, 2009, 30(3): 444-449.
- LI Tuanjie, ZHANG Yan, LI Tao. Deployment dynamic analysis and control of hoop truss deployable antenna[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(3): 444-449.
- [12] LI T J. Deployment analysis and control of deployable space antenna[J]. Aerospace Science and Technology, 2012, 18: 42-47.
- [13] 韩博, 韩媛媛, 许允斗, 等. 基于螺旋理论的四面体可展机构运动特性与动力学分析[J/OL]. 机器人, [2019-08-19]. <https://doi.org/10.13973/j.cnki.robot.190078>.
- HAN Bo, HAN Yuanyuan, XU Yundou, et al. Kinematic characteristics and dynamics analysis of the tetrahedral deployable mechanism based on the screw theory[J/OL]. Robot, [2019-08-19]. <https://doi.org/10.13973/j.cnki.robot.190078>.
- [14] 曹登庆, 初世明, 李郑发, 等. 空间可展机构非光滑力学模型和动力学研究[J]. 力学学报, 2013, 45(1): 3-15.
- CAO Dengqing, CHU Shiming, LI Zhengfa, et al. Study on the non-smooth mechanical models and dynamics for space deployable mechanism[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2013, 45(1): 3-15.
- [15] JIN M, KAZUHIDE A, YUMI S, et al. Deployment analysis of large space antenna using flexible multibody dynamics simulation[J]. Acta Astronautica, 2000, 47(1): 19-26.
- [16] LIU R Q, TIAN D K, DENG Z Q, et al. Kinematics modeling and driving spring design of truss structure for deployable truss antenna[C]// 2011 International Conference on Advanced Materials and Engineering Materials, November 22-24, 2011, Shenyang, China. Clausthal-Zellerfeld: Trans. Tech. Publications, 2012: 1337-1341.
- [17] 阎绍泽, 申永胜, 陈洪彬. 考虑杆件柔性和铰间隙的可展结构动力学数值模拟[J]. 清华大学学报, 2003, 43(2): 145-148.
- YAN Shaoze, SHEN Yongsheng, CHEN Hongbin. Dynamic performance of deployable structures with flexible members and clearance connections[J]. Journal of Tsinghua University, 2003, 43(2): 145-148.
- [18] 彭云, 杨军刚, 肖勇, 等. 重力对大型环形可展天线展开动力学的影响研究[J]. 工程力学, 2018, 35(4): 226-234, 256.
- PENG Yun, YANG Jungang, XIAO Yong, et al. Gravity effect on deployment dynamics of astromesh[J]. Engineering Mechanics, 2018, 35(4): 226-234, 256.
- [19] 刘瑞伟, 郭宏伟, 刘荣强, 等. 大口径索肋张拉式折展天线索网结构动力学特性分析[J]. 机械工程学报, 2019, 55(12): 1-8.
- LIU Ruiwei, GUO Hongwei, LIU Rongqiang, et al. Dynamic characteristics analysis of cable net for large cable-rib tension deployable antenna[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(12): 1-8.
- [20] ZHANG W, WU R Q, BEHDINAN K. Nonlinear

- dynamic analysis near resonance of a beam-ring structure for modeling circular truss antenna under time-dependent thermal excitation[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 86: 296-311.
- [21] GUO H W, SHI C, TANG Y Z, et al. Design and study for dynamics characteristics of double-layer loop deployable antenna mechanism[C]// *ASME 2016 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, IDETC/CIE 2016, August 21-24, 2016, Charlotte, NC, United States. New York: ASME, 2016: 1-11.
- [22] 胡飞, 宋燕平, 郑士昆, 等. 空间构架式可展天线研究进展与展望[J]. *宇航学报*, 2018, 39(2): 111-120.
- HU Fei, SONG Yanping, ZHENG Shikun, et al. Advances and trends in space truss deployable antennae[J]. *Journal of Astronautics*, 2018, 39(2): 111-120.
-
- 作者简介: 刘文兰, 女, 1990 年出生, 博士。主要研究方向为并联机器人理论及其应用、可展天线机构学理论。
E-mail: wenlanl@163.com
- 赵永生(通信作者), 男, 1962 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为并联机器人理论及其应用、传感器技术、空间可展天线技术。
E-mail: yszhao@ysu.edu.cn