DOI: 10.3901/JME.2020.05.172

复合材料可展管铰链准静态折叠力学行为分析与优化设计*

叶红玲 李博文 史雪松 张 洋

(北京工业大学机械工程与应用电子技术学院 北京 100124)

摘要: 研究了一种带有两个细长槽的复合材料管铰链空间可展结构的力学行为。基于二维 HASHIN 失效判断准则, 分析管铰链在弯曲折叠过程中可能出现的失效模式和力学行为, 研究其折叠过程中失效危险点位置。验证了将复合材料应用于管铰链的可行性。同时, 进一步研究了管铰链的槽长、槽宽以及端圆直径对其折叠力学性能及损伤特性的影响规律。基于响应面方法, 建立了以应变能最大与临界弯矩最小为目标, 以复合材料失效因子为约束, 以管铰链几何参数为设计变量的优化模型。采用非支配排序遗传算法对优化模型进行求解, 获得了可行解分布, 最后依据工程实际采用权重法求解优化模型, 得到了优化结果。研究结果对于设计新型运行稳定可靠的空间可展结构具有一定的理论意义。

关键词: 管铰链; 空间可展结构; 复合材料; 多目标优化

中图分类号: V414

Quasi-static Folding Mechanical Behavior Analysis and Optimization Design for Composite Tube Hinge

YE Hongling LI Bowen SHI Xuesong ZHANG Yang

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124)

Abstract: The mechanical behavior of a composite deployable structure is investigated, which is a tube hinge with two slots. Based on the Hashin failure criterion, the mechanical behavior and the failure position of tube hinge bending process are analyzed. Moreover, the feasibility of applying composite materials to tube hinges is verified. At the same time, the influences of slot length, slot width and circle diameter of tube hinge are discussed. The optimal model is established based on response surface methodology, which aimed at maximizing the strain energy and minimizing the peak moment. The failure index during folding processes is considered as constraint. The geometric parameters of tube hinge are chosen as the design variables. By using the non-dominated sorting genetic algorithm, the optimum parameters are obtained by solving the multi-objective optimal model. The proposed method has significance on designing novel deployable structures with high stability and reliability.

Key words: tube hinges; deployable structure; composite material; multi-objective optimization

0 前言

薄壁柔性铰链具有结构简单、展开可信度高、驱动性好以及自我锁定强等优点, 在微小卫星中具有较大应用潜力。薄壁柔性铰链主体是一种开口薄壁壳结构, 这种铰链最大的特点是它利用折叠时积聚的弹性应变能实现结构的自动展开而不需要其他的动力装置; 在展开之后, 又能够依靠自身的

刚度提供可展开结构所需的锁定力, 而不需要另外加设锁定装置。薄壁柔性铰链从结构上大致分为带簧铰链与带槽管铰链。

对于带簧铰链的研究, 最初是由剑桥大学的 PELLEGRINO 等^[1-2]提出并通过理论和试验方法分析结构的展开和锁紧能力。随后在铰链理论分析方面, SEFFEN 等^[3-4]推导了单簧片折叠展开过程的弯矩公式并与试验和数值模拟结果作对比。在铰链折叠与展开控制方面, 关富玲等^[5]研究了带簧铰链折叠时屈曲控制的分析方法。此外在铰链的优化设计方面, YE 等^[6-7]与 YANG 等^[8]分别研究了不同形式

* 国家自然科学基金(11872080)、北京市自然科学基金(3192005)和北京市教委(SQKM201610005001)资助项目。20190320 收到初稿, 20190905 收到修改稿

带簧铰链折叠和展开性能并对铰链结构的几何参数进行了优化设计。2017 年,曹玉岩等^[9]对铰链材料及几何构型进行了优化设计和试验验证。

对于管铰链,由于其结构对称,正向和反向折叠形式相同,且铰链存在自接触,使应力分布平稳。相比于带簧铰链,管铰链折叠与展开时运动更加精确、稳定。由于其结构的特殊性,目前主要采用复合材料制备。相比于金属材料,复合材料具有更高比强度、比刚度和更大的极限应变。采用复合材料的管铰链,可以使结构设计更加轻量化,折叠展开力学性能更稳定。

针对复合材料管铰链,研究的重点一方面集中在铰链的力学性能变化上,如 SOYKASAP 等^[10]通过试验和数值模拟的方法研究了复合铰链的展开行为,证明了应用复合材料的可行性。YEE 等^[11]进一步分析了引入碳纤维复合材料后铰链的折叠力矩,给出了转动力矩的解析表达式。另一方面是针对复合材料管铰链弯曲折叠损伤机理的研究。虽然引入复合材料后管铰链力学性能得到了大幅提升,但由于纤维属于脆性材料,在大变形过程中容易发生断裂破坏,这就有可能使得管铰链发生损伤,影响其展开结构工作的稳定性。因此,为提高管铰链展开时的稳定性和展开后的锁紧能力,对其损伤机理和力学行为的研究至关重要。PELLEGRINO 等^[12]推导了管铰链纵向折叠半径和纤维峰值应变的解析表达式。随后 MALLIKARACHCHI 等^[13-17]采用最大应变破坏准则通过研究面内应变和面外曲率讨论了铰链可以折叠而不会造成永久性损伤的问题。

尽管国内外一些学者对复合材料管铰链折叠过程的力学性能进行了分析,但对于考虑复合材料失效情况下的管铰链力学性能研究及优化设计还较少。本研究针对考虑损伤的复合材料管铰链弯曲折叠过程进行了数值仿真分析,详细研究了几何参数对复合材料管铰链力学性能及损伤情况的参数影响规律。随后基于响应面法建立了以应变能最大化和临界弯矩最小化为目标,以折叠过程中的复合材料失效因子为约束,以几何参数为设计变量,建立了多目标优化模型,利用修正的非支配排序遗传算法与线性权重法,获得了优化解,研究结果对于复合材料管铰链的新型设计和提高空间可展结构的稳定性可靠性具有重要的参考价值。

1 复合材料管铰链折叠过程分析

1.1 几何模型

管铰链为带槽薄壁壳结构,其几何模型如图 1

所示。根据工程实际,几何参数基础设计选择:总长度 $M=400\text{ mm}$ 、外径 $b=40\text{ mm}$ 、夹具宽 $a=30\text{ mm}$ 、槽长 $L=130\text{ mm}$ 、槽宽 $W=22\text{ mm}$ 、端圆直径 $D=26\text{ mm}$ 、厚度 $t=0.15\text{ mm}$ 。

图 1 几何模型

复合材料管铰链材料选择 T300-1k/913 单向碳纤维布铺层,材料参考方向为管铰链轴向,采用双层铺层形式 $[-45/45]$ 。材料属性参数如表 1 所示。建立局部柱坐标系,轴向 Z 沿管铰链轴线方向;径向 R 沿管铰链截面半径方向;周向 T 同时垂直于轴线与截面半径,绕管铰链轴线方向。

表 1 T300-1k/913 材料属性参数

参数	数值
X 方向弹性模量/MPa	11 660
Y 方向弹性模量/MPa	11 660
Z 方向弹性模量/MPa	159 520
泊松比	0.267
XY 平面剪切模量/MPa	3 813
XZ 平面剪切模量/MPa	3 813
YZ 平面剪切模量/MPa	3 961
纤维拉伸强度/MPa	2 005
纤维压缩强度/MPa	1 355
基体拉伸强度/MPa	68
基体压缩强度/MPa	198
纤维基体剪切强度/MPa	150

1.2 有限元模型

依据几何模型,建立有限元模型。利用有限元软件 Abaqus/Explicit 中显式动力学求解器模拟管铰链折叠准静态过程,求解高度非线性问题。通过保证动能与内能比小于 1%,保持准静态行为。为了模拟纯弯曲试验条件,在两侧夹具中心点创建参考点并通过 Rigid body 约束将参考点与管铰链夹持部分连接。在参考点处施加大小相等方向相反的转角位移,一端约束除关于全局坐标 R 轴转动外的所有自由度,另一端允许绕全局坐标 R 轴的转动和 Z 轴的轴向移动。管铰链在折叠过程中有可能存在自身接触,因此定义了无摩擦通用接触。为准确模拟管铰链在大变形折叠过程中的大变形小应变状态,单元类型采用 S4R 壳单元。

采用四种划分网格方式,网格尺寸分别设置为 1mm(包含 42 525 个节点,42 190 个网格)、2 mm(包含 11 004 个节点,11 817 个网格)、3 mm(包含 4 986 个节点,4 854 个网格)以及局部细化内侧网格尺寸

设置为 1 mm, 外侧网格尺寸大小设置为 3 mm(包含 6 089 个节点, 5 898 个网格)。结果如表 2 所示。

表 2 不同网格尺寸下结果对比

网格数	最大应力 σ/MPa	最大应变 ε	最大失效因子 F	分析时间 t/s
42 190	598.7	0.010 5	2.185	42 346
11 817	575.1	0.009 1	1.795	12 935
4 854	587.3	0.007 1	1.433	6 179
5 898	568.7	0.008 5	1.671	6 340

从表 2 中可以看出, 当网格密度增加时, 最大应力、应变、失效因子均小幅度增加, 但分析时间却成倍增长, 计算效率大幅降低。通过分析比较, 选择局部细化网格, 内侧尺寸 1 mm 外侧 3 mm 的情况, 此情况以较低的计算成本提供了足够的精度。

1.3 管铰链折叠过程力学性能分析

相比于带簧铰链, 管铰链结构对称, 正反折叠形式相同, 应力分布平稳, 当弯矩增大时可以保证结构展开的稳定性。利用有限元仿真分析, 得到了管铰链的折叠构型与应力应变分布, 如图 2 与图 3 所示。从图 2 中可以看出, 应力在中部折叠区域的内侧与端圆折叠区域较大; 从图 3 中可以看出, 最大应变存在于端圆折叠区域, 此结果与[17]对比, 应变误差在 10% 以下, 说明仿真合理有效。由局部放大图可知, 应力和应变在端圆折叠区域较大是由于管铰链此处发生了较大的形变。

图 2 管铰链折叠变形应力云图

图 3 管铰链折叠变形应变云图

图 4 给出了管铰链折叠过程中各能量随时间的变化曲线。首先, 随着时间的增加, 应变能以较快速率增加到某一数值, 而后由于发生极值点屈曲, 应变能迅速下降, 当铰链再次达到新的平衡状态后,

再随着时间进一步增加, 应变能则以相比开始较小的速率稳定增加。为判断准静态过程的准确性, 从图 4 中分析动能与应变能的比值, 其比值小于 1%, 此时动能可以忽略不计, 而且能量耗散曲线从始至终也保持了非常小的数值, 这确保了准静态过程的准确性。此外, 为了验证缩减积分单元在计算中的准确性, 需分析伪应变能与总内能比值。从图 4 中可以看出伪应变能(储存在沙漏阻力以及壳单元横向剪切中的能量)除屈曲的短时间外, 剩余折叠时间内与总内能相比, 比值小于 5%。由此可以说明网格精度满足要求且沙漏现象(缩减积分单元存在节点位移但应变为零的情况)可以控制。

图 4 能量随时间变化图

图 5 给出了管铰链折叠时弯矩随转角的变化图, 其中弯矩变化大致可以分为四个阶段。铰链折叠初始阶段, 弯矩随时间呈现近似线性的迅速增长; 当管铰链发生屈曲, 弯矩呈现近似线性的急剧下降; 当管铰链自接触前, 弯矩处于稳定阶段; 管铰链自身接触后弯矩发生微小上升。管铰链屈曲时最大弯矩称为临界弯矩, 是管铰链实现锁定性能的参数指标, 折叠结束时稳定的弯矩称为稳态弯矩, 是管铰链实现驱动性能的参数指标。

图 5 弯矩随转角变化图

1.4 管铰链折叠过程强度分析

使用二维 Hashin 失效准则对管铰链折叠进行损伤萌发初始判定。忽略其层间应力的影响, 二维

Hashin 准则表示如下。

(1) 伸失效

$$FT = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_T} \right)^2 + \alpha \left(\frac{\tau_{12}}{S_L} \right)^2 \geq 1 \quad (1)$$

(2) 纤维压缩失效

$$FC = \frac{\sigma_{11}}{X_C} \geq 1 \quad (2)$$

(3) 基体拉伸失效

$$MT = \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T} \right)^2 + \alpha \left(\frac{\tau_{12}}{S_L} \right)^2 \geq 1 \quad (3)$$

(4) 基体压缩失效

$$MC = \left(\frac{\sigma_{22}}{2S_T} \right)^2 + \left[\left(\frac{Y_C}{2S_T} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22}}{2Y_C} + \left(\frac{\tau_{12}}{S_L} \right)^2 \geq 1 \quad (4)$$

式中, X_T, X_C 为单层板纵向拉伸和压缩强度; Y_T, Y_C 为层板横向拉伸和压缩强度; S_L 为层板剪切强度; α 为材料的非线性因子。FC、FT、MC、MT 分别代表纤维压缩、纤维拉伸、基体压缩、基体拉伸的失效因子。且当失效因子小于 1 时, 认为材料无破坏, 当失效因子大于等于 1 时, 认为材料已发生断裂破坏。由于管铰链折叠时应力应变在变化, 依据以上 4 种判断准则情况下的失效因子也在逐渐变化。为了保证管铰链能够安全折叠, 因此需要对整个折叠过程进行失效分析, 计算其失效因子, 然后考虑它们的最大值。图 6 给出了失效因子随转角变化图。

图 6 失效因子-转角变化图

从图 6 中可以看出, 四种失效模式的失效因子在管铰链折叠屈曲前大致保持为零, 而在发生屈曲时迅速增加到某一固定值, 直到铰链折叠结束。其中失效因子发生跃进并保持的原因主要是由于管铰链屈曲时应力应变迅速增加然后保持稳定。

在整个管铰链折叠过程中, 四种失效模式中的基体拉伸失效因子始终为最大值, 说明管铰链最易

发生基体拉伸失效。纤维拉伸、纤维压缩、基体压缩的失效因子在变化过程中均小于 1, 基体拉伸失效因子在屈曲后超过 1, 因此认为管铰链发生了基体拉伸失效。

图 7 给出了在管铰链折叠结束时四种失效模式的失效因子分布图。从图 7 中可以看出, 不同失效模式的危险点存在差异, 其中纤维与基体压缩失效模式下的危险点主要分布在两端圆区域内侧; 纤维与基体拉伸失效模式下的危险点主要分布在中部折叠区域内侧。管铰链产生失效主要是由铰链应力应变在屈曲时突增导致, 且危险点均为应力应变较为集中的位置。其中失效危险点与文献[17]中试验与数值模拟结果吻合, 验证了有限元模拟的准确性。

图 7 失效因子分布图

2 几何参数对力学性能影响分析

影响管铰链力学性能的因素有材料参数和几何参数。本文在不考虑材料参数影响的条件下, 分析复合材料管铰链几何参数对弯曲过程力学性能的影响, 参数包括槽长、槽宽和端圆直径, 设计点如表 3 所示。

表 3 参数设计

组别	槽长 L /mm	槽宽 W /mm	端圆直径 D /mm
第一组	100~160(10)	22	26
第二组	130	19~25(1)	26
第三组	130	22	23~29(1)

2.1 几何参数对铰链折叠力学性能影响

管铰链在折叠过程中储存的应变能大小能够反映其驱动能力, 临界弯矩能够反映其抵抗外界干扰

的能力。因此,本文研究几何参数对管铰链驱动能力与抗干扰能力的影响。槽长、槽宽、端圆直径变化对临界弯矩及最大应变能影响如图8所示。

图8的纵坐标为归一化参数, M 为各样本点的临界弯矩, M_1 为槽长 $L=100$ mm、槽宽 $W=19$ mm、端圆直径 $D=23$ mm 的管铰链折叠临界弯矩。 E 为各样本点的最大应变能, E_1 为槽长 $L=100$ mm、槽宽 $W=19$ mm、端圆直径 $D=23$ mm 的管铰链折叠时最大应变能。

图8 归一化后几何参数对管铰链临界弯矩及应变能的影响

从图8a中可以看出,管铰链折叠时的临界弯矩与最大应变能变化趋势呈现一致性,均随着槽长增加单调递减,与此同时,减幅均先小后大的发生改变,但改变点不同。临界弯矩与最大应变能减幅改变点分别在120 mm和140 mm处。

从图8b中可以看出,当槽宽增加时,管铰链折叠时的临界弯矩和最大应变能均呈单调递减。其中最大

应变能随槽长增加大致呈现线性减小趋势;临界弯矩在槽宽小于22 mm大于23 mm时减幅较小,在22 mm到23 mm时存在骤然衰减的现象。这是由于当槽宽改变时,正向折叠侧的簧片屈曲点位置与屈曲点个数发生改变,致使管铰链整体临界弯矩发生较大变化。

从图8c中可以看出,当端圆直径增加时,临界弯矩与最大应变能变化大致呈现减小趋势。临界弯矩随端圆直径增加单调递减;最大应变能在端圆直径为25 mm和28 mm时存在波动。这是由于端圆形状改变时,靠近端圆附近网格分布发生变化导致弯矩及能量发生了小幅波动。

2.2 几何参数对失效因子影响

管铰链不同的几何参数不仅对其临界弯矩及最大应变能会产生影响,同时对四种失效模式下的失效因子也产生很大影响。槽长、槽宽、端圆直径变化对其失效因子影响如图9所示。

图9 归一化后几何参数对管铰链失效因子的影响

图 9 的纵坐标为归一化参数, F 为各样本点四种失效模式失效因子, MT_1 、 MT_2 分别为槽长 $L=100$ mm、槽宽 $W=19$ mm、端圆直径 $D=23$ mm 和槽长 $L=100$ mm、槽宽 $W=19$ mm、端圆直径 $D=25$ mm 的管铰链折叠时基体拉伸失效因子。

从图 9 中可以看出, 在改变管铰链几何参数时, 最主要的失效形式均为基体拉伸失效, 槽长、槽宽、端圆直径变化对除基体拉伸外其他三种失效因子影响较小。对于基体拉伸失效, 失效因子随着管铰链槽长与槽宽增加近似呈现单调递减趋势; 随着管铰链端圆直径增加呈现先增加后减小趋势。

另外, 可以发现在管铰链几何参数改变时, 存在复合材料未失效的情况, 说明了复合材料管铰链在不发生永久性破坏的前提下可以折叠。但失效因子仍有较大部分处于大于 1 的情况, 所以在不改变其他几何及材料参数时(总长度 $M=400$ mm、外径 $b=40$ mm、夹具宽 $a=30$ mm、厚度 $t=0.15$ mm), 为避免复合材料管铰链折叠时发生失效, 槽长设计范围应大于 160 mm; 槽宽设计范围应大于 25 mm; 端圆直径设计范围应小于 23 mm 或大于 29 mm。

3 复合材料管铰链参数优化设计

3.1 优化模型

如前文所述在折叠过程中, 失效危险点存在于端圆处及管铰链自身接触部位, 且复合材料管铰链在弯曲折叠过程中会发生损伤。因此应寻找管铰链的最优几何设计, 在避免材料失效的情况下, 获得最佳力学性能, 由此建立优化模型如下

$$\begin{aligned} & \text{find } x \in S^n \\ & \max E \\ & \min M \\ & \text{s.t. } F \leq \frac{1}{f} \\ & \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \quad (i=1, \dots, n) \end{aligned} \quad (5)$$

式中 S^n ——设计变量空间;

E ——最大应变能函数;

M ——临界弯矩函数;

F ——最大失效因子函数;

f ——安全系数;

$\underline{x}_i, \bar{x}_i$ ——设计变量上下限。

根据工程实际需要, 临界弯矩应较小以降低管铰链展开结束时产生的冲击与振荡, 最大应变能应较大以确保铰链充分展开。因此, 选择临界弯矩和最大应变能作为优化目标。考虑到失效因子是作为

材料失效的初始判定条件, 但在计算分析和优化设计中难免存在误差, 应设置安全系数以避免最终设计铰链发生失效。设安全系数 f , 即失效因子应小于 $1/f$ 为约束条件; 由于几何参数会影响复合材料管铰链力学性能, 所以选择三个关键几何参数槽长、槽宽和端圆直径作为变量。

3.2 基于响应面方法的多项式拟合

响应面分析法(Response surface methodology, RSM)是数学统计技术的集合, 应用于优化问题和过程开发, 获取复杂系统输入和输出之间关系。本文引入响应面法来解决优化设计问题。其基本思想是在设计区间内选取合适的样本点并进行相应的性能分析; 然后利用多项式函数近似隐式极限状态函数, 得到复杂系统中输入变量与输出之间的显式表达式; 最后基于优化算法对结构进行参数优化。

改变参数影响分析中设计区域, 槽长选择 160~200 mm; 槽宽选择 23~27 mm; 端圆直径选择 28~32 mm, 采用三参数三水平设计得到样本点, 利用有限元软件仿真获得临界弯矩、最大应变能和最大失效因子。27 个样本点及结果如表 4 所示。

表 4 样本点设计

槽长	槽宽	端圆直径	临界弯矩	应变能	失效因子
L/mm	W/mm	D/mm	$M/(\text{N}\cdot\text{m})$	E/J	F
160	23	28	0.608	0.246	0.836
160	23	30	0.577	0.237	0.884
160	23	32	0.548	0.214	0.707
160	25	28	0.556	0.286	0.897
160	25	30	0.547	0.266	0.971
160	25	32	0.513	0.234	0.827
160	27	28	0.578	0.298	0.786
160	27	30	0.554	0.249	0.656
160	27	32	0.546	0.227	0.537
180	23	28	0.594	0.296	0.928
180	23	30	0.571	0.271	0.736
180	23	32	0.542	0.267	0.611
180	25	28	0.589	0.289	0.821
180	25	30	0.565	0.226	0.738
180	25	32	0.550	0.223	0.644
180	27	28	0.569	0.246	0.719
180	27	30	0.552	0.240	0.583
180	27	32	0.541	0.191	0.511
200	23	28	0.588	0.186	0.791
200	23	30	0.562	0.182	0.758
200	23	32	0.532	0.179	0.643
200	25	28	0.581	0.273	0.669
200	25	30	0.567	0.247	0.566
200	25	32	0.531	0.223	0.545
200	27	28	0.568	0.222	0.613
200	27	30	0.558	0.192	0.501
200	27	32	0.529	0.167	0.482

采用 Matlab 对目标函数和约束函数进行多项式拟合, 为了保证拟合精度, 选取三次多项式函数实现约束和目标函数的显式化, 得到目标与约束的三次多项式函数表达式如式(6)、(7)、(8)所示

$$\begin{aligned}
 M(L, W, D) = & -0.000\ 2LW^2 + \\
 & 0.001\ 1W^3 + 0.000\ 1WD^2 + \\
 & 0.000\ 2D^3 - 0.001\ 2L^2 + 0.010\ 7LW + 0.004\ 2LD \\
 & -0.040\ 3W^2 - 0.002\ 1WD - 0.011\ 9D^2 + 0.022\ 9L \quad (6) \\
 E(L, W, D) = & -0.000\ 3LW^2 - \\
 & 0.000\ 3W^3 + 0.000\ 9W^2D - \\
 & 0.000\ 2WD^2 - 0.000\ 1D^3 + 0.000\ 4L^2 - 0.002\ 1LW - \\
 & 0.001\ 3LD + 0.034\ 7W^2 - 0.033\ 5WD + 0.017\ 4D^2 \\
 & -0.025\ 6L \quad (7) \\
 F(L, W, D) = & 0.001\ 3LW^2 + \\
 & 0.000\ 2LWD + 0.000\ 5LD^2 - \\
 & 0.005\ 2W^3 - 0.004\ 6W^2D + \\
 & 0.004\ 3WD^2 - 0.004\ 6D^3 + \\
 & 0.009\ 6L^2 - 0.065\ 4LW - 0.058\ 8LD + 0.288\ 6W^2 \\
 & -0.064\ 2WD + 0.205\ 0D^2 - 0.037\ 6L \quad (8)
 \end{aligned}$$

式中, M 为临界弯矩; E 为最大应变能; F 为材料失效因子。

拟合后响应值与真实值做差值对比, 其中临界弯矩和最大应变能误差量级在 0.1 以下, 失效因子误差量级在 0.15 以下, 误差满足拟合精度要求。

3.3 响应面拟合精度检验

为了保证响应面模型的准确性和适用性, 需要对目标和约束函数的响应面拟合精度进行测试。如果拟合精度不能满足要求, 则需要增加设计点。响应面的准确性应采用复相关系数(R^2)、修正复相关系数(R^2_{adj})和方均根误差(RMSE)等标准进行评价。其中 R^2 , R^2_{adj} 和 RMSE 计算方法如式(9)~(11)所示

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (9)$$

$$R^2_{adj} = 1 - \left(\frac{n-1}{n-k} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (10)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (11)$$

R^2 是一个在[0,1]之间变化的值, 它的值越接近

1 说明误差的影响越小, 即回归方程越准确。 R^2 可以描述响应面的拟合程度, 但它存在缺陷, 即其值随回归方程中自变量个数的增加而增加。为了克服 R^2 的缺陷, 需要对其进行修正; R^2_{adj} 考虑了参数个数 k 带来的影响, 当个数增加时, R^2_{adj} 不增加; RMSE 表示响应面拟合值与试验值的平均差值。RSME 越小, 响应面拟合精度越高。

经计算临界弯矩、最大应变能与最大失效因子拟合响应面模型的复相关系数、修正复相关系数和方均根误差如表 5 所示, 从三个精度指标可以看出拟合函数均具有较高的精度, 满足响应面模型的精度要求。

表 5 精度检验

	复相关系数 R^2	修正复相关系数 R^2_{adj}	方均根误差 RSME
临界弯矩 M	0.940 1	0.935 1	0.005 3
最大应变能 E	0.913 8	0.904 9	0.011 9
失效因子 F	0.970 7	0.968 3	0.023 3

3.4 多目标优化求解

通过对多目标优化模型的求解, 可以获得一组可行解域, 对其中最优化解进行散点图表示, 可以发现可行解分布于一个包络线之内, 该曲线称为 Pareto 前沿。可行解域内个体没有比 Pareto 前沿解更优的解。在有多目标时, 由于存在目标之间的冲突和无法比较的现象, 一个解在某个目标上是最优时, 在其他的目标上未必最优。由于 Pareto 前沿中的解都可能成为最优解, 因而设计者可以根据意愿和对各目标的重视程度, 从 Pareto 解中选取最适合工况的解。

安全系数为 1.4, 最终失效指标应小于 $1/1.4 \approx 0.7$ 。以槽长 $L=200$ mm, 槽宽 $W=27$ mm, 端圆直径 $D=32$ mm 为初始设计点。采用种群规模为 200, 代数为 1 000 的修正的非支配排序遗传算法。由于遗传算法会产生初始群体, 所以初始设计点对优化结果影响较小。最终求解得到 Pareto 前沿如图 10 所示。

图 10 Pareto 前沿与最优解

从图 10 可以看出,在失效因子许可范围内,以应变能和临界弯矩为目标时,临界弯矩与最大应变能正相关。两种单目标优化设计是 Pareto 曲线的极限点,这些设计位于 Pareto 曲线的两端,如图 10 中 *A*、*B* 点所示。在得到 Pareto 前沿后,即两个目标解的变化范围,还需选择最终最优解。此时再对两个目标根据线性权重法分配,其基本原理是给每个目标分配一个权重,最终优化选择结果为各项目标的结果和相应的权重的乘积的和,对各目标再次筛选,得到最终优化结果,如图 10 中 *C* 点所示。

基于线性权重法,将多目标化为单目标形式,最终目标函数如式(12)所示

$$OBJ = \sum_{i=1}^n \frac{F_i \times w_i}{F} \quad (12)$$

式中 OBJ——最终目标函数;

n ——优化目标个数

F_i ——各单项优化结果;

w_i ——各单项权重, $0 \leq w_i \leq 1$;

F ——最初设计点的值。

为了减小不同目标数值范围对结果的影响,各项与最初设计点做比值处理。最初设计点选择全因子设计法第 27 样本点,此时各项数据均为最小值;由于多目标中存在目标最大和目标最小,现将应变能最大求倒数处理,变为最大应变能的倒数最小;最初设计点选择设计区域的中点,以减小差值过大带来的误差;临界弯矩和最大应变能的权重均取 0.5,得到多目标优化结果与两单一目标优化结果对比如表 6 所示。

表 6 多目标优化与单目标优化对比

目标	槽长 L/mm	槽宽 W/mm	端圆 直径 D/mm	临界 弯矩 $M/(\text{N}\cdot\text{m})$	应变能 E/J	失效 因子 F
临界弯矩 M	199.97	26.29	31.99	0.506	0.157	0.52
应变能 E	181.46	24.46	28.00	0.565	0.266	0.69
多目标 $M+E$	160.00	25.97	30.33	0.525	0.227	0.69

从表 6 中可以看出,在当前约束条件下,将多目标拆分,化为两个单目标时,临界弯矩最小可达到 0.506 N·m,最大应变能最大可达到 0.266 J。当取多目标且权重均为 0.5 时,临界弯矩与最大应变能均取值在两单目标范围中,分别为 0.525 N·m 和 0.227 J。

为了验证响应面模型算法的有效性,依据优化结果,利用数值仿真模型对优化设计点进行重新建

模分析。优化设计与有限元重建模分析对比如表 7 所示。

表 7 优化设计结果与有限元重建模仿真误差对比

	优化解	有限元重建模	误差(%)
长度 L/mm	160.00	160.00	—
宽度 W/mm	25.97	25.97	—
直径 D/mm	30.33	30.33	—
弯矩 $M/(\text{N}\cdot\text{m})$	0.525	0.532	1.31
应变能 E/J	0.227	0.238	4.62
失效因子 F	0.69	0.69	0

从表 7 中可以看出,优化设计与响应面模型之间误差不超过 5%,验证了代理模型的准确性。最终得到了管铰链在不发生材料失效情况下,最佳力学性能的参数设计:槽长 $L=160.00$ mm;槽宽 $W=25.97$ mm;端圆直径 $D=30.33$ mm。

4 结论

本文采用数值模拟方法对复合材料管铰链弯曲折叠过程的力学性能进行了分析,获得了管铰链的几何参数对其力学性能的影响规律。基于 RSM 建立了优化模型,采用非支配排序遗传算法求解优化设计问题,研究结果如下。

(1) 复合材料管铰链在弯曲折叠过程中由于几何参数不同可能会存在材料损伤,主要失效形式为基体拉伸失效。危险点位置主要分布在管铰链中部折叠区域内侧与端圆折叠区域。

(2) 获得了在管铰链不同槽长、槽宽、端圆直径下,其折叠时的最大应变能、临界弯矩的参数影响规律。临界弯矩与最大应变能均随着槽长与槽宽的增加单调递减。临界弯矩随着端圆直径增加逐渐减小,最大应变能随着端圆直径增加大致呈现减小趋势但存在波动。

(3) 基于三参数三水平设计,构造了三次多项式函数响应面模型,建立了以管铰链的临界弯矩、最大应变能为多目标的优化模型并进行了求解。采用线性权重法对优化解集进行筛选,得到了优化解,仿真结果验证了拟合模型的有效性和可行性。

研究结果对于复合材料管铰链的新型设计提供了可借鉴的思路。

参 考 文 献

- [1] SEFFEN K A, PELLEGRINO S. Deployment of a rigid panel by tape-springs[R]. Report of CUED/D-STRUCT/TR168, Department of Engineering, University of Cambridge, 1997.
- [2] SEFFEN K A, PELLEGRINO S. Deployment dynamics

- of tape springs[J]. Proceedings of the Royal Society A Mathematical Physical & Engineering Sciences, 1999, 455: 1003-1048.
- [3] SEFFEN K A, YOU Z, PELLEGRINO S. Folding and deployment of curved tape springs[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2000, 42(10): 2055-2073.
- [4] SEFFEN K A. On the behavior of folded tape-springs[J]. Journal of Applied Mechanics, 2001, 68(3): 369-375.
- [5] 宣基灿, 关富玲, 王俊. 空间可展结构卷尺弹簧纯弯曲过程中的屈服控制[J]. 空间结构, 2009, 15(4): 81-84. XUAN Jican, GUAN Fuling, WANG Jun. Yielding control of tape spring for deployable structures during the pure bending buckling[J]. Spatial structures, 2009, 15(4): 81-84.
- [6] YE Hongling, ZHAO Chunhua, ZHANG Yang, et al. Analysis of mechanical properties in bending processes and optimal design of simple tape spring[J]. Journal of Modeling in Mechanics and Materials, 2017, 1(2): 19-26.
- [7] YE Hongling, ZHANG Yang, YANG Qingsheng, et al. Optimal design of a three tape-spring hinge deployable space structure using an experimentally validated physics-based model[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2017, 56(5): 973-989.
- [8] YANG Hui, LIU Rongqiang, WANG Yan, et al. Experiment and multiobjective optimization design of tape-spring hinges[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2015, 51(6): 1373-1384.
- [9] 曹玉岩, 王志臣, 周超, 等. 考虑材料和几何构型的环形柔性铰链优化设计[J]. 机械工程学报, 2017, 53(9): 46-57. CAO Yuyan, WANG Zhichen, ZHOU Chao, et al. Optimization of circular-axis flexure hinge by considering material selection and geometrical configuration simultaneously[J]. Journal of Mechanical, Engineering, 2017, 53(9): 46-57.
- [10] ÖMER S. Deployment analysis of a self-deployable composite boom[J]. Composite Structures, 2009, 89(3): 374-381.
- [11] YEE J C, PELLEGRINO S. Carbon fibre reinforced plastic tape springs[C]// AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference, April 19-21, 2004, Palm Springs, California. AIAA, 2004: 1-9
- [12] YEE J C, PELLEGRINO S. Composite tube hinges[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2005, 18(4): 224-231.
- [13] MALLIKARACHCHI H M Y C, PELLEGRINO S. Quasi-static folding and deployment of ultrathin composite tape-spring Hinges[J]. Journal of Spacecraft & Rockets, 2011, 48(1): 187-198.
- [14] MALLIKARACHCHI H M Y C, PELLEGRINO S. Simulation of quasi-static folding and deployment of ultra-thin composite structures[C]// AIAA/ASME/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, April 7-10, 2008, Schaumburg, Illinois. AIAA, 2008: 1-15
- [15] MALLIKARACHCHIZ H M Y C, PELLEGRINO S. Deployment dynamics of composite booms with integral slotted hinges[C]// AIAA/ASME/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, May 4-7, 2009, Palm Springs, California. AIAA, 2009: 1-16
- [16] MALLIKARACHCHI H M Y C, PELLEGRINO S. Optimized designs of composite booms with tape spring hinges[C]// AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, April 12-15, 2013, Orlando, Florida. AIAA, 2013: 1-16
- [17] MALLIKARACHCHI H M Y C, PELLEGRINO S. Design of ultrathin composite self-deployable booms[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2014, 51(6): 1811-1821.

作者简介: 叶红玲, 女, 1972 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为多学科结构分析优化、动力学分析与控制。
E-mail: yehongl@bjut.edu.cn