DOI: 10.3901/JME.2020.03.088

单双滚柱包络环面蜗杆传动的理论与试验研究*

邓星桥¹ 王 杰² 王世松² 王仕可² 何 舸³ 刘宇澄³

(1. 成都理工大学核技术与自动化工程学院 成都 610059;

2. 西华大学机械能与自动化学院 成都 610039;

3. 密西西比州立大学机械工程学院 密西西比州 美国 39762)

摘要: 滚子包络蜗杆传动作为一种新型传动装置, 在机器人关节、包装生产线、数控机床回转中心等领域已逐步得到应用, 但对经典的单、双滚柱传动的相关原理却未建有统一的分析理论。针对这一问题, 基于齿轮啮合原理和空间啮合理论, 首次构建了统一的单双滚柱包络环面蜗杆传动的啮合方程、诱导法曲率、润滑角、滚柱自转角、卷吸速度、螺旋升角、接触线方程等, 并利用 Matlab 软件进行了数值分析研究, 从理论上阐释了单滚柱包络环面蜗杆传动与双滚柱包络环面蜗杆传动这两种主要滚柱包络蜗杆传动在传动原理、传动性能等方面的差异, 进一步地对单双滚柱做了传动效率试验。研究表明: 未发现两者之间在传动效率上有较大差异, 单滚柱包络环面蜗杆传动在单纯考虑上述各关键技术指标时要较双滚柱包络环面蜗杆传动具备更多优势, 且在加工制造、安装调试等方面更简单, 但当涉及消除齿侧间隙的功能时, 双滚柱包络环面蜗杆传动具备更好的自动调节优势, 此研究为推动滚柱包络环面蜗杆传动的应用与提升其相关性能指标奠定了理论基础。

关键词: 滚子包络蜗杆传动; 零侧隙; 啮合理论; 传动效率

中图分类号: TG21

Theory and Experiment Study of Anti-backlash Single- and Double-roller Enveloping Hourglass Worm Gear

DENG Xingqiao¹ WANG Jie² WANG Shisong² WANG Shike² HE Ge³ LIU Yucheng³

(1. College of Nuclear Technology and Automation Engineering,

Chengdu University of Technology, Chengdu 610059;

2. School of Mechanical Engineering, Xihua University, Chengdu 610039;

3. Department of Mechanical Engineering, Mississippi State University, Mississippi State, USA 39762)

Abstract: As a new precision transmission system, the anti-backlash roller enveloping hourglass worm gear has been increasingly used in robot joint design, packaging production line, and CNC (computer numerical control) machine tools. In spite of that, a general theory used to analyze the classic single and double roller transmissions principles still remain uncovered. To solve this problem, unified engagement equation, induced normal curvature, lubrication angle, autorotation angle, entrainment velocity, helix angle and contact line equation are established for the first time and numerically investigated by utilizing Matlab code. The difference between the single-roller enveloping hourglass worm and the double-roller enveloping hourglass worm in terms of their transmission principle and transmission performance are theoretically clarified. Transmission efficiency experimental tests are conducted for both two roller enveloping hourglass worms. The results of our studies show that there is no significant difference between the two roller enveloping hourglass worms regarding their transmission efficiency. The anti-backlash single-roller enveloping hourglass worm (ASEHW) gear enjoy more advantages with respect to above key technical indicators than the anti-backlash double-roller enveloping hour glass worm (ADEHW) gear. In addition, the ASEHW gear are easier to fabricate, install, and calibrate compared with its counterpart. However, when eliminating gear backlash is taken into account, the ADEHW gears are more auto-adjustable. This study will laid a theoretical foundation for promoting the application of the anti-backlash roller enveloping hourglass worm gears and improving its related performance.

Key words: roller enveloping hourglass worm gear; zero-backlash; gear engagement theory; transmission efficiency

* 国家自然科学基金 (51875479), 四川省杰出青年基金(19JCQN) 资助项目。
20190108 收到初稿, 20190919 收到修改稿

0 前言

利用滚子啮合以消除齿侧间隙的想法应最早源于MOTOHASHI^[1]1986年提出的通过一种凸轮机构与滚子蜗轮啮合的形式来消除或减少齿侧间隙,这一特殊啮合形式引起了中外大量学者的关注与研究兴趣^[2-6]。

此后,王进戈、邓星桥等^[7-12]于2007年提出了无侧隙双滚子包络环面蜗杆传动的新型结构,该传动使用两半蜗轮的错位布置来消除齿侧间隙,由此提高了蜗杆传动的传动效率与传动精度。DENG等^[13]针对双滚子包络环面蜗杆传动这一新型传动装置进行了优化和改进,使得小体积、大速比成为可能,并针对不同形状滚子(滚柱、滚锥、球)对蜗杆传动性能影响、无侧隙双滚子包络环面蜗杆传动的加工方式、试验等进行了较为详细的分析研究,并通过不断的结构优化使得该传动具备了较好的承载能力,目前也已经完成了相关减速器的加工制造试验工作,并已在中国市场小范围推广应用,产品设计如图1a所示,关键内部结构如图1b所示。

(a) 三维模型

(b) 实物

图1 滚子包络蜗杆传动

滚子包络环面蜗杆传动与传统蜗杆相比较,由于把滑动摩擦转换为了滚动摩擦,除了传动效率高、噪声小、速比大、寿命长等特点外,还有一个非常

显著的特点就是它可利用蜗轮滚子自转的特殊形式实现小侧隙和零侧隙传动。目前针对滚子包络零侧隙蜗杆传动的解决方案,邓在前期研究基础上提出典型的两种结构:一种采用双排滚子加弹簧组合结构,一种是采用单排滚子变位设计的方法。由于滚柱包络环面蜗杆传动虽然在机器人关节、数控机床回转中心、分割器等领域得以应用,但还没有完全普及开来,迄今为止,未见有相关文献对单滚柱包络环面蜗杆传动与双滚柱包络环面蜗杆传动这两种典型滚柱包络环面蜗杆进行系统的理论对比分析,由此从消除齿侧间隙的角度出发,如何构建评价双滚柱包络环面蜗杆和单滚柱包络环面蜗杆传动的统一理论体系,以及系统区别分析研究双滚柱包络环面蜗杆传动和单滚柱包络环面蜗杆的传动理论就具有重要的科学意义。

为此,本文首先分析了双滚柱包络环面蜗杆传动和单滚柱包络环面蜗杆传动在蜗杆齿面成形原理的差异,通过啮合原理构建了双滚柱包络环面蜗杆传动与单滚柱包络环面蜗杆传动的相关数学公式并详细分析了其中内在的关联与不同之处。其次,通过Matlab软件对比研究了双滚柱包络环面蜗杆传动与单滚柱包络环面蜗杆在接触线分布、润滑角、诱导法曲率、卷吸速度、滚柱自转速度、螺旋升角等关键设计参数上的差异。最后通过3维设计软件Creo创建了单滚柱与双滚柱包络环面蜗杆传动的3维模型并利用Abaqus软件进行了仿真分析。这些研究能为滚柱包络环面蜗杆传动的进一步推广与应用以及产品的优化设计、加工制造等奠定相关理论基础。

1 蜗杆齿面成形原理

1.1 蜗杆传动啮合方式

图2a和图2b分别为单、双滚柱蜗轮滚子与蜗杆齿的啮合示意图。从结构上来讲,采用双排滚子的传动结构形式旨在使每个滚子始终与蜗杆的一个齿面保持接触,从而消除齿侧间隙,而滚子始终保持自由转动不会被受热卡死。而单滚子受加工误差的影响在此结构上较难实现零侧隙传动,除非采用变位设计^[13-18](将在另文中详细探讨)。

(a) 单滚子

(b) 双滚子
图2 蜗杆

1.2 蜗杆齿面成形原理

滚柱包络环面蜗杆传动加工技术的难点在于蜗杆齿面的磨削, 蜗杆齿面成形原理如图3所示。

图3 蜗杆齿面成形原理

对于双滚柱: 蜗杆左、右两侧的齿面通过调整磨削砂轮滚子相对于中心平面的距离磨削而成。

对于单滚柱: 当 $c_2=0$ 并只采用单个滚子作为蜗轮齿时, 为单滚子包络环面蜗杆传动。

2 研究与分析

2.1 啮合方程

从以上分析可以看出, 单滚柱包络环面蜗杆传动可以看作是双滚柱包络环面蜗杆传动在一定条件下的特例。如图4所示, 分别建立蜗杆、蜗轮的静坐标系 $S_1(i_1, j_1, k_1)$ 、 $S_2(i_2, j_2, k_2)$ 和动坐标系 $S_1'(i_1', j_1', k_1')$ 、 $S_2'(i_2', j_2', k_2')$, 其中 k_1' 、 k_2' 为蜗杆、蜗轮的回转

图4 坐标系

轴。静坐标系 $S_0(i_0, j_0, k_0)$ 与滚柱柱顶中心相连, 滚柱的回转轴沿着回转轴 k_2' , 并设坐标系 S_0 的原点在 $S_2(i_2, j_2, k_2)$ 中的坐标值为 (a_2, b_2, c_2) , 如图5所示。

图5 滚子坐标系

图4中 A 为蜗杆蜗轮传动的中心距, c_2 为双滚柱偏距, α 为蜗轮齿周角, φ_1 、 φ_2 分别为蜗杆、蜗轮的转角。

如图5所示, 在接触点 O_p 处设动坐标系 $S_p(i_p, j_p, k_p)$, 则可得滚柱面(母面)在坐标系 $S_0(i_0, j_0, k_0)$ 中的方程为

$$\begin{cases} r_0 = x_0 i_0 + y_0 j_0 + z_0 k_0 \\ x_0 = R \cos \theta \\ y_0 = R \sin \theta \\ z_0 = u \end{cases} \quad (1)$$

式中, u 、 θ 、 R 均为蜗轮滚子设计参数。

2.2 啮合方程

根据齿轮啮合原理^[12-16], 两齿面在接触点处必须满足如式(2)所列的啮合方程

$$\mathbf{v}^{12} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2)$$

式中 $\mathbf{v}^{12}$ ——蜗杆和蜗轮在接触点处的相对运动速度矢量;

$\mathbf{n}$ ——蜗杆和蜗轮在接触点处的公矢量。

根据此前研究很容易得到, 蜗轮和蜗杆的啮合函数为

$$\begin{cases} \Phi = v_n^{12} = M_1 \cos \phi_2 - M_2 \sin \phi_2 - M_3 \\ M_1 = (c_2 + x_0) \sin \alpha \sin \theta + (a_2 - y_0 \sin \alpha - z_0 \cos \alpha) \cos \theta \\ M_2 = -(c_2 + x_0) \cos \alpha \sin \theta + (b_2 + y_0 \cos \alpha - z_0 \sin \alpha) \cos \theta \\ M_3 = i_{21} \sin \alpha \sin \theta (b_2 + y_0 \cos \alpha - z_0 \sin \alpha) + i_{21} (a_2 - y_0 \sin \alpha - z_0 \cos \alpha) \cos \alpha \sin \theta + A \cos \theta \end{cases} \quad (3)$$

式中 Φ ——啮合函数, 也为蜗杆蜗轮接触点在法向量方向的相对运动速度方程;

M_1 ——方程系数;

M_2 ——方程系数;

M_3 ——方程系数。

由啮合函数得到此蜗杆传动的啮合方程为

$$\Phi = v_n^{12} = M_1 \cos \varphi_2 - M_2 \cos \varphi_2 - M_3 = 0 \quad (4)$$

通过式(4)可将接触线求出, 为更直观表达可利用坐标变换公式将接触线映射到坐标系 S_4 中, 可得:

$$\begin{cases} x_4 = \theta R \\ y_4 = u \end{cases} \quad (5)$$

根据上述公式, 利用 Matlab 软件计算单、双滚柱蜗杆传动的接触线分布, 如图 6 所示。

图 6 接触线对比分析

从图 6 中可以看出双滚柱包络环面蜗杆与单滚柱包络环面蜗杆传动均为线接触, 但双滚柱包络环面蜗杆传动的接触线长度较单滚柱包络环面蜗杆传动的接触线长度要短, 从啮合原理可知, 单滚柱包络环面蜗杆传动在承载能力方面更胜一筹, 但是这可能也是双滚柱在错位布置上未进行优化, 如果优化后, 其接触线的实际情况可能会发生改变, 实际上在前期系列研究中, 已经发现双滚柱的偏距 c_2 , 蜗轮齿周角 α 对此新型传动的影响极大, 因此这里的讨论仅限于文中所选取的参数, 如果参数改变, 这一结论也会随之改变。

由啮合原理可知, 当接触线随 φ_1 或 φ_2 连续变化时, 即可得到滚柱包络环面蜗杆的齿面方程为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1 = x_1 \mathbf{i}_1 + y_1 \mathbf{j}_1 + z_1 \mathbf{k}_1 \\ x_1 = (z_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha - a_2) \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \\ \quad (y_0 \cos \alpha + z_0 \sin \alpha - b_2) \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \\ \quad (c_2 + x_0) \sin \varphi_1 + A \cos \varphi_1 \\ y_1 = (-y_0 \sin \alpha - z_0 \sin \alpha - a_2) \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \\ \quad (y_0 \cos \alpha + z_0 \sin \alpha + b_2) \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 - \\ \quad (c_2 + x_0) \cos \varphi_1 - A \sin \varphi_1 \\ z_1 = (z_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha - a_2) \sin \varphi_2 - \\ \quad (y_0 \cos \alpha - z_0 \sin \alpha + b_2) \cos \varphi_2 \\ \mathbf{r}_0 = x_0 \mathbf{i}_0 + y_0 \mathbf{j}_0 + z_0 \mathbf{k}_0 \\ u = P_1 / P_2 \\ \varphi_2 = i_{21} \varphi_1 \end{cases} \quad (6)$$

式中 P_1 ——方程 1 和方程 3 连理后求得的分子表达式;

P_2 ——方程 1 和方程 3 连理后求得的分母表达式。

从 2.1 节和 2.2 节的分析可知, 将 $\alpha = \beta/2 = 0$, $a_2 = da/2$, $b_2 = 0$, $c_2 = 0$ 代入式(4)即可得单滚柱包络环面蜗杆传动的啮合方程。

选取如表 1 所示的参数。

表 1 关键设计参数

参数	中心距 A/mm	传动比 i_{12}	滚子半径 R/mm	偏距 c_2/mm
双滚柱	210	36	8	11
单滚柱	210	36	8	0

根据以上参数和式(6), 利用 Matlab 软件, 采用数值计算方法, 我们分别得到双滚柱包络环面蜗杆传动和单滚柱包络环面蜗杆传动的空间接触线, 如图 7 所示。

(a) 双滚柱

(b) 单滚柱

图 7 空间接触线

从图 7 中较难分辨出单滚柱包络环面蜗杆传动与双滚柱包络环面蜗杆传动接触接触线在空间上的差异, 将此接触线导入 3 维设计软件进行了对比分析, 如图 8 所示。

图 8 齿廓比较

从图 8 中可以看出, 双滚柱包络环面蜗杆传动齿廓形状明显为梯形, 而单滚柱包络环面蜗杆传动的齿廓形状为矩形。

2.3 润滑角

润滑角作为衡量齿轮传动润滑条件好坏的重要指标之一, 在蜗杆传动中扮演非常重要的角色, 根据相关研究润滑角愈接近 90° , 蜗杆传动的润滑性能就越好^[16]。

由文献, 定义沿接触线法向方向的一个非零矢量 σ 为

$$\sigma = (v_1^{12} / R - \omega_2^{12}) e_1 + \omega_1^{12} e_2 \quad (7)$$

于是, 接触线与相对速度方向所夹的锐角即润滑角 μ 为

$$\mu = \arcsin \frac{|\sigma \cdot v^{12}|}{|\sigma| |v^{12}|} = \arcsin \frac{|v_1^{12} (v_2^{12} / R - \omega_2^{12}) + v_2^{12} \omega_1^{12}|}{\sqrt{(v_1^{12} / R - \omega_2^{12})^2 + (\omega_1^{12})^2} \sqrt{(v_1^{12})^2 + (v_2^{12})^2}} \quad (8)$$

从图 9 中可以看出, 滚柱的结构形式对蜗杆传动的润滑性能影响较大, 相比较而言, 采用单滚柱包络比采用双滚柱包络环面蜗杆传动润滑性能要更好。

2.4 滚柱自转角

由于滚柱包络的特殊性, 必须要考虑蜗轮滚子的自转性, 滚柱的自转性能就直接影响整个蜗杆传动的啮合性能。为了研究滚柱自转情况, 定义相对速度 v^{12} 与滚柱回转中心轴线 k_0 之间的夹角为自转角, 用 μ_{z0} 表示(如式(9)), 通常自转角越接近 90° , 传动中越不容易产生卡死等现象, 啮合性能也就越好^[13-17]。

图 9 润滑角比较

$$\mu_{z0} = \arccos \frac{|v_2^{12}|}{\sqrt{(v_1^{12})^2 + (v_2^{12})^2}} \quad (9)$$

从图 10 中可以看出, 滚柱自转角度与润滑角类似, 其受双滚柱的影响要较单滚柱的影响大, 其图的形状与趋势也与润滑角有很大的相似之处, 也从另外一个角度证明了滚柱自转角与润滑角具有高度的关联性, 这种现象是因为滚柱自转受限的时候, 齿面间的摩擦也在加大, 其润滑性能受到较大影响。

图 10 滚子自转角

2.5 相对卷吸速度

卷吸速度对齿轮的振动冲击、润滑油膜的形成等均具有非常重要的影响作用, 在齿轮分析研究中占有非常重要的地位, 由卷吸速度的定义可知相对卷吸速度为^[13-17]

$$v_{jx} = \frac{1}{2|\sigma|} (v^1 + v^2) \cdot \sigma \quad (10)$$

其中 σ 由式(7)给出, 由此即得到齿面接触点处的相对卷吸速度计算公式

$$\begin{cases} \nu_{jx} = 0.5(\nu_{\sigma}^1 + \nu_{\sigma}^2) \\ \nu_{\sigma}^{(1)} = \frac{\nu_2^1(\nu_1^{12}/R - \omega_2^{12}) + \nu_2^1\omega_1^{12}}{\sqrt{(\nu_1^{12}/R - \omega_2^{12})^2 + (\omega_1^{12})^2}} \\ \nu_{\sigma}^{(2)} = \frac{\nu_1^2(\nu_1^{12}/R - \omega_2^{12}) + \nu_2^2\omega_1^{12}}{\sqrt{(\nu_1^{12}/R - \omega_2^{12})^2 + (\omega_1^{12})^2}} \end{cases} \quad (11)$$

从图 13 可以看出, 单滚柱与双滚柱包络对卷吸速度的影响非常小, 卷吸速度成正弦形式分布。

图 11 卷吸速度

2.6 诱导法曲率

根据参考文献[13-17], 沿接触线法线方向的诱导法曲率 k_{σ}^{12} 为

$$K_{\sigma}^{12} = -K_{\sigma}^{21} = -\frac{(\omega_2^{12} + \nu_1^{12}/R)^2 + (\omega_1^{12})^2}{\Psi} \quad (12)$$

Ψ 为一界函数为, 如下

$$\Psi = \Phi_t + \omega_2^{12}\nu_1^{12} - \omega_1^{12}\nu_2^{12} - (\nu_1^{12})^2/R \quad (13)$$

图 12 显示, 单滚柱包络环面蜗杆与双滚柱包络环面蜗杆对传动的诱导法曲率上影响也较小, 变

图 12 诱导法曲率

化范围在 $0.1 \sim 0.145 \text{ mm}^{-1}$ 之间, 由于诱导法曲率值较小, 因此也从理论上说明了滚柱包络环面蜗杆传动在接触点啮合的非常好, 具有较好的啮合性能。

2.7 蜗杆螺旋升角

螺旋升角是衡量蜗杆传动自锁性能的一个重要指标, 其值通过式(14)计算^[13-17]

$$\lambda = \arccos \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}} \quad (14)$$

式中

$$\begin{cases} A_1 = n_{ay1}n_{bz1} - n_{az1}n_{by1} \\ B_1 = n_{az1}n_{bx1} - n_{ax1}n_{bz1} \\ C_1 = n_{ax1}n_{by1} - n_{ay1}n_{bx1} \end{cases} \quad (15)$$

这里 n_a 为

$$n_a \begin{cases} n_{ax1} = \cos \theta \sin \varphi_1 + \sin \theta \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \\ n_{ay1} = \cos \theta \cos \varphi_1 + \sin \theta \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \\ n_{az1} = -\sin \theta \cos \varphi_2 \end{cases} \quad (16)$$

n_b 为

$$n_b \begin{cases} n_{bx1} = x_1 \left(1 - A / \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \right) \\ n_{by1} = y_1 \left(1 - A / \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \right) \\ n_{bz1} = z_1 \end{cases} \quad (17)$$

图 13 给出了单滚柱包络环面蜗杆和双滚柱包络环面蜗杆对滚柱包络环面蜗杆传动螺旋升角的影响, 图中显示, 螺旋升角在蜗杆喉部的值要较两端的升角大, 最大差值为 3.85° , 单滚柱包络环面蜗杆相较于双滚柱包络环面蜗杆传动的螺旋升角变化更明显。

图 13 螺旋升角

2.8 三维模型及试验

综合上述分析研究,通过选取表 1 参数分别构建了单滚柱包络与双滚柱包络环面蜗杆传动的三维模型,如图 14 所示。此外,通过运动仿真和干涉分析,发现模型的分析的结果与上述理论研究的结果非常吻合。

(a) 双滚子

(b) 单滚子

图 14 三维模型

根据 GB/T35089-2018 设计了单双滚柱的性能测试平台,受试验条件所限,目前仅对两种不同的滚柱包络蜗杆传动结构做了相应传动效率试验,设计传动效率试验采用磁粉加载的方式,实验室目前能加载的最大扭矩是 57 N·m(未达到额定扭矩),试验方法如图 15 所示,试验平台如图 16 所示,测试的单双滚柱实物如图 17 所示,图 18 为实测的传动效率曲线。

图 15 试验方法

图 16 试验平台

(a) 单滚柱

(b) 双滚柱

图 17 试验后的单双滚柱蜗杆传动

图 18 单双滚柱测试效率

从图 18 中可以看出,单双滚柱的传动效率相差不大,图 18 的测试为实测数据,其中减速器两端的联轴器损耗包含在其中,这里未做任何处理,实际额定传动效率要高于图中所示数据。

从图 17 的照片中可以看出,在相同试验条件下,双滚子的磨损要较单滚子磨损要重,这也和前面的理论分析一致。

3 结论

本文通过构建统一的单、双滚柱包络环面蜗杆传动的统一理论并进行了详细的分析,得出如下结论:

- (1) 单滚柱包络环面蜗杆传动比双滚柱包络环面蜗杆在传动中具有更好的啮合性能和润滑性能;
- (2) 单滚柱包络环面蜗杆传动可以看作是双滚柱包络环面蜗杆传动的一种特例;
- (3) 单滚柱包络环面蜗杆传动设计结构和加工制造都较双滚柱包络环面蜗杆传动要简单,但当涉

及到零侧隙这一关键问题时, 由于暂时还缺乏相关详细对比研究的试验数据, 还有待进一步对滚柱包络环面蜗杆传动的制造工艺与试验等进行更深入的研究。

参 考 文 献

- [1] MOTOHASHI H, EMURA T, and SAKAI T, A study on zero-backlash reduction mechanism[J]. Bulletin of JSME, 1986, 29(255): 3189-3194.
- [2] SIMON V. Influence of tooth errors and misalignments on tooth contact in spiral bevel gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(10): 1253-1267.
- [3] ZHONG Chunhao, YANG Xiajun. Driving torque reduction in linkage mechanisms using joint compliance for robot head[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(5): 888-895.
- [4] DENG Xingqiao, WANG Jie, WANG Shike, et al. Investigation on the backlash of roller enveloping hourglass worm gear: theoretical analysis and experiment[J]. Journal of Mechanical Design, 2019, 141(5): 053302-053302-11.
- [5] ZHU Ning, SUN Shouguang, LI Qiang, et al. Theoretical research and experimental validation of elastic dynamic load spectra on bogie frame of high-speed train[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(3): 489-506.
- [6] DUDAS L. Modelling and simulation of a new worm gear drive having point-like contact[J]. Engineering with Computers, 2012, 29(3): 251-272.
- [7] CHEN Yangzhi, LUO Liang, HU Qiang. The contact ratio of a space-curve meshing-wheel transmission mechanism[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(7): 074501-074505.
- [8] LIN Wansung, SHIH Yipei, LEE Jyhjone. Design of a two-stage cycloidal gear reducer with tooth modifications[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 79(5): 184-97.
- [9] LITVIN F, FUENTES A, HAYASAKA K. Design, manufacture, stress analysis, and experimental tests of low-noise high endurance spiral bevel gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(1): 83-118.
- [10] 魏静, 赖育彬, 秦大同, 等. 齿廓修形斜齿轮副啮合刚度解析计算模型[J]. 振动与冲击, 2018, 37(10): 94-101, 116.
- WEI Jing, LAI Yubin, QIN Datong, et al. Analytical model of the mesh stiffness of helical gear pair after tooth profile modification[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(10): 94-101, 116.
- [11] 魏静, 王刚强, 秦大同, 等. 考虑修形的斜齿轮系统非线性激励与动力学特性研究[J]. 振动工程学报, 2018, 31(4): 561-572.
- WEI Jing, WANG Gangqiang, QIN Datong, et al. Nonlinear excitation and dynamic characteristics of helical gear system with considering modification[J]. Journal of Vibration Engineering, 2008, 31(4): 561-572.
- [12] 魏静, 杨攀武, 秦大同, 等. 柔性销轴式人字齿星型轮系均载特性[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2018, 50(7): 144-153.
- WEI Jing, YANG Panwu, QIN Datong, et al. Load sharing characteristics of the herringbone star gear transmission system with flexible pin[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2008, 50(7): 144-153.
- [13] DENG Xingqiao, ZHU Weibing, CHEN Yonghong, et al. Optimal design for an end face engagement worm gear with multiple worm-wheel meshing [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 30(1): 144-151.
- [14] DENG Xingqiao, FENG Zhipeng. Theory study of a novel planar enveloping internal-meshing worm drive[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2017, 39(6): 4807-4818.
- [15] DENG Xingqiao, WANG Jing, HORSTEMEYER M F, et al. Parametric study of meshing characteristics with respect to different meshing rollers of the anti-backlash double-roller enveloping worm gear[J]. Journal of Mechanical Design, 2012, 134(8): 081004-1-081004-12.
- [16] DENG Xingqiao, WANG Jueling, WANG Jing, et al. Parametric analysis of the end face engagement worm gear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015, 28(6): 1177-1185.
- [17] DENG Xingqiao, WANG Jing, HORSTEMEYER M F, et al. Modification design method for an enveloping hourglass worm with consideration of machining and misalignment errors[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2013, 26(5): 948-956.
- [18] MEDVEDEV V I, VOLKOV A E, VOLOSOVA M A, et al. Mathematical model and algorithm for contact stress analysis of gears with multi pair contact[J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 86(2): 1561-1571.

作者简介: 邓星桥, 男, 1982 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。
主要研究方向为机械传动、机器人技术。
E-mail: dengxingqiao19@cdut.edu.cn