DOI: 10.3901/JME.2020.02.201

基于连续应力与离散应力综合的加速退化试验设计方法研究*

钟立强¹ 陈文华¹ 钱萍¹ 潘骏¹ 贺青川¹ 高亮²

(1. 浙江理工大学机电产品可靠性分析与测试国家地方联合工程研究中心 杭州 310018;

2. 四川农业大学机电学院 雅安 625014)

摘要: 现有的加速试验方法只适用于连续应力的情形,但是离散应力在产品的实际工况中普遍存在,为了扩展加速试验的应用范围,有必要将离散应力纳入到加速应力的范畴。分析比较连续应力与离散应力的特点,并建立通过加速系数折算不同应力水平下的离散应力间隔时间转换准则,实现两种不同形式应力的综合;基于 Wiener 过程建立连续-离散应力综合时的产品性能退化模型,提出分组序贯加速退化试验设计方法,采用两目标分步优化方法得到最优试验方案及折衷试验方案,并与传统试验方案进行比较,结果表明所设计的试验方案要好于传统试验方案;以电连接器考虑插拔时的贮存寿命评估作为应用案例,计算结果表明,考虑插拔后电连接器的贮存寿命减少约 40%,从而验证所建方法的有效性。

关键词: 加速退化试验;连续应力;离散应力;试验方案;电连接器

中图分类号: TB114; V442

Research on Design Method of Accelerated Degradation Test Based on Continuous Stress and Discrete Stress

ZHONG Liqiang¹ CHEN Wenhua¹ QIAN Ping¹ PAN Jun¹ HE Qingchuan¹ GAO Liang²

(1. National and Local Joint Engineering Research Center of Reliability Analysis and Testing for Mechanical and Electrical Products, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Sichuan Agricultural University, Ya'an 625014)

Abstract: The existing accelerated test methods are only applicable to the case of continuous stress, but the discrete stress is very common in actual working conditions of products. In order to expand the application range of accelerated test, it is necessary to incorporate the discrete stress into the category of accelerated stress. The characteristics of continuous stress and discrete stress are compared, and the definitions of two kinds of stress are given. A criterion for calculating discrete stress interval time under different stress levels by acceleration coefficient is proposed, and these two types of stress are integrated. Based on the Wiener process, a product performance degradation model considering continuous-discrete stress is established. A grouped sequential design method for accelerated degradation test is proposed, and the optimal test plan and compromise test plan are obtained by two-objective step optimization method. Compared with the traditional test plan, it shows that the designed schemes are better. Taking the storage life evaluation of the electrical connector as an application case, the calculation results show that the storage life of the electrical connector is reduced by about 40% after considering the insertion force, thus verifying the effectiveness of the proposed method.

Key words: accelerated degradation test; continuous stress; discrete stress; test plan; electrical connector

0 前言

加速寿命试验(Accelerated life test, ALT)和加速退化试验(Accelerated degradation test, ADT)是两种

常用的定量评估产品可靠性的加速试验方法。加速试验加载合理的试验应力是保证产品可靠性得以准确评估的关键, NELSON^[1]将加载应力概况为恒定应力、步进应力、序进应力、循环应力及随机应力 5 种方式,从 CHEN 等^[2]对 NELSON 及后续人员的研究工作的总结可以看出,目前关于加速试验的研究都是基于这 5 种基本的应力加载方式展开,以及

* 国家自然科学基金资助项目(51305402, 51275480)。20190430 收到初稿, 20190806 收到修改稿

在此基础上做的改进或组合,比如步降应力^[3]、梯形应力^[4]、序恒应力^[5]等,而所有这些应力都可以归结为连续应力。但是离散应力在实际应用中普遍存在,如导致零件裂纹扩展加剧的力学冲击^[6]、导致电力系统故障的雷击^[7]、变电站的负载突变冲击^[8]、海边风力发电机受到的台风及海浪冲击^[9]、跨海大桥受到船舶的碰撞冲击^[10]、轮胎受到路面的颠簸^[11]以及电连接器的插拔力^[12]等,这些应力具有间歇性、冲击性等特点,与连续应力存在较大差异。当考虑离散应力的影响时,产品的性能退化模型变得复杂,难以获得首达时分布的精确解,如GAO等^[13]建立多重冲击下的Wiener过程模型,该模型无法通过首达时定义求解失效分布,只能采用计算机模拟的方式进行求解;RAFIEE等^[14]建立随机冲击与产品性能退化之间的竞争失效的通用模型,该模型只有给出特定条件才能得到有效解;钟立强等^[12]考虑插拔力对电连接器的贮存寿命的影响,据此建立的接触性能退化模型为分段的Wiener过程。由此可知,离散应力对产品造成的影响难以通过连续应力代替,现有的基于连续应力建立的加速试验方法不适用于离散应力的情形,并且目前也尚未开展相关研究。为了将离散应力也纳入加速试验加载应力的范畴,本文考虑连续应力与离散应力同时作为加速应力,建立离散应力间隔时间在连续应力不同水平下的等效转换方法,实现两种不同形式的应力的综合;基于Wiener过程,建立连续应力与离散应力综合的产品性能退化模型,并提出相应的加速退化试验优化设计方法,最后以考虑插拔时的电连接器贮存寿命评估作为实例,完成对所建方法的验证。

1 应力的特点

根据应力在时间轴上的状态,分为连续应力和离散应力:连续应力为时间 t 的连续函数,并用 S 表示;离散应力在时间轴上表现为应力瞬时出现,具有冲击性特点,用 Δ 表示。其中离散应力用冲击强度 δ 和应力出现的间隔时间 T 两个参量^[15]表示

$$\Delta = \begin{cases} \delta & t = T \\ 0 & t \neq T \end{cases} \quad (1)$$

当连续应力与离散应力综合时,其时序关系如图1,本文研究恒定的连续应力与等间隔等强度的离散应力综合,并且只考虑单个离散应力的情形,用 S_A 表示综合后的应力,则

$$S_A = \begin{cases} [s, \delta] & t = T \\ [s, 0] & t \neq T \end{cases} \quad (2)$$

式中, s 为恒定连续应力的幅值。

图1 连续应力与离散应力综合

2 模型假设

产品在连续应力条件下,其性能退化模型具有Wiener过程形式^[16],即

$$y(t) = \mu\varphi(t) + \sigma W(\varphi(t)) \quad (3)$$

式中, μ 为漂移系数, σ 为扩散系数, W 为标准Wiener过程,时间尺度函数 $\varphi(t) = t^a, a > 0$,当 a 取不同值时,函数 $\varphi(t)$ 可以概括凸型、凹型、直线型三种情形的递增规律(图2)。

图2 时间尺度函数的不同情形

当产品的性能退化量首达失效阈值 D 时有

$$t_D = \inf\{t : y(t) > D\} \quad (4)$$

首达时 t_D 服从逆高斯分布^[16]

$$F_s(t) = 1 - \Phi\left(\frac{D - \mu t^a}{\sigma \sqrt{t^a}}\right) + \exp\left(\frac{2\mu D}{\sigma^2}\right) \Phi\left(\frac{-D - \mu t^a}{\sigma \sqrt{t^a}}\right) \quad (5)$$

式中, Φ 为标准正态分布,通过式(5)可求得产品 P 阶分位寿命 t_p ,将 t_p 对数化后,建立失效物理方程

$$\ln t_p = A + B\phi(s) \quad (6)$$

式中, A 、 B 为失效物理方程的常系数;当 $\phi(s) = 1/s$ 时,失效物理方程为阿伦尼斯模型;当 $\phi(s) = \ln s$ 时,失效物理方程为幂律模型;当 $\phi(s) = s$ 时,失效物理方程为指数模型。

产品在图1所给的应力条件下,基于式(3)建立考虑离散应力情形的产品性能退化模型

$$y = \mu\varphi(t, T) + \sigma W(\varphi(t, T)) \quad (7)$$

式中, $\varphi(t, T)$ 为时间尺度函数 $\varphi(t, T) =$

$$\begin{cases} t^a & 0 < t \leq T \\ T^a + \lambda(t-T)^a & t > T \end{cases}, \text{其中离散应力在 } T \text{ 时刻出现, 导致产品性能退化趋势改变, } \lambda \text{ 为常系数, 表示性能退化的变异程度。}$$

同理根据首达时定义, 可以得到产品在综合应力条件下的失效分布

$$F_A(t) = \begin{cases} 1 - \Phi\left(\frac{D - \mu t^a}{\sigma \sqrt{t^a}}\right) + \exp\left(\frac{2\mu D}{\sigma^2}\right) & 0 < t \leq T \\ \Phi\left(\frac{-D - \mu t^a}{\sigma \sqrt{t^a}}\right) & 0 < t \leq T \\ \left(1 - F_A(T)\right) \left(1 - \Phi\left(\frac{D - \mu T^a - \mu \lambda(t-T)^a}{\sigma \sqrt{\lambda(t-T)^a}}\right)\right) + \Phi\left(\frac{\mu T^a - D - \mu \lambda(t-T)^a}{\sigma \sqrt{\lambda(t-T)^a}}\right) \times \exp\left(\frac{2\mu(D - \mu T^a)}{\sigma^2}\right) + F_A(T) & t > T \end{cases} \quad (8)$$

在连续应力的基础上增加离散应力后, 未改变产品失效机理, 时间尺度函数依然是幂函数形式, 则综合应力条件下的失效物理方程与式(6)相同

$$\ln t_p = A + B\phi(s_A) \quad (9)$$

式中, s_A 为综合应力 S_A 的应力水平, $\phi(s_A)$ 与式(6)中的表达式相同。

3 应力归一化

连续应力的取值范围为 $[s_L, s_H]$: 其中 s_H 为最高试验应力, 受样品失效机理不变及试验设备加载能力的约束; s_L 为最低试验应力, 由试验时长及试验费用确定。第 k 个应力水平 s_k 满足条件 $s_L \leq s_k \leq s_H$, 为了便于试验方案设计及比较, 将加速应力 s_k 归一化处理后为

$$\xi_{s,k} = \frac{\phi(s_k) - \phi(s_H)}{\phi(s_L) - \phi(s_H)} \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (10)$$

式中, K 表示加速应力水平数, 归一化后的应力水平 $\xi_{s,k} \in [0, 1]$, 并且正常应力水平 $\xi_{s,0} > 1$ 。

连续-离散综合应力按同样的方式进行归一化, 并且离散应力保持 δ 不变(图 3), 按第 k 个应力水平下的间隔时间 T_k 与该应力水平下的产品寿命成正比原则, 对 T_k 进行等效转换, 即

$$T_0/T_k = a(s_k) \quad (11)$$

式中, 加速系数 $a(s_k) = \exp(B\phi(s_0) - B\phi(s_k))$, T_0 为

正常应力水平下的间隔时间, 因此可得

$$T_k = T_0 / \exp(B\phi(s_0) - B\phi(s_k)) \quad (12)$$

图 3 离散应力间隔时间转换

由式(2)和式(12)可知, T_k 为 s_k 的函数, 且通过连续应力水平可以确定连续-离散综合应力水平, 按式(10)可将综合应力归一化

$$\xi_{A,k} = \frac{\phi(s_{A,k}) - \phi(s_{A,H})}{\phi(s_{A,L}) - \phi(s_{A,H})} \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (13)$$

则 $\xi_{A,k} \in [0, 1]$, 且正常应力水平 $\xi_{A,0} > 1$ 。

不失一般性, 按归一化后的应力将式(6)和式(9)归结为一般的线性模型

$$z_i = x_i \gamma + e; i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

式中, $\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_1 \end{pmatrix}$ 为模型参数矩阵; $z_i = \begin{pmatrix} z_{s,i} \\ z_{A,i} \end{pmatrix}$ 为 S 和 S_A 应力条件下第 i 个样品的对数 P 阶分位寿命矩阵; $x_i = \begin{pmatrix} 1 & x_i \\ 1 & x_i \end{pmatrix}$ 为变量矩阵, $x_i \in [0, 1]$; $e = \begin{pmatrix} e_s \\ e_A \end{pmatrix}$ 为误差矩阵, 满足 $e_s \sim N(0, \sigma_s^2)$, $e_A \sim N(0, \sigma_A^2)$ 。

4 试验方案优化设计模型

4.1 分组序贯试验方案

要确定连续-离散综合应力的水平, 需要先确定离散应力的间隔时间 T , 而计算 T 需要先求得连续应力水平下的加速系数, 因此为了评估综合应力条件下的产品可靠性, 需将试验分为先后两组, 如图 4, 先进行连续应力条件下的产品加速退化试验, 获

图 4 分组序贯试验方案

得加速系数, 然后根据加速系数折算不同应力水平下的 T , 最后在开展综合应力条件下的试验。

4.2 两目标分步优化方法

第一步: 以 p 阶分位寿命方差最小作为目标。

如图 4 的两组试验是相互独立的, 分别采用最小二乘方法对式(14)的参数进行估计, 可得到正常应力下估计值 $\hat{z}_0$ 的协方差矩阵

$$\text{Var}(\hat{z}_0) = \begin{pmatrix} \left(1 + \frac{n_1(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n_1}(x_i - \bar{x})^2}\right) \frac{\sigma_s^2}{n_1} & 0 \\ 0 & \left(1 + \frac{n_2(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n_2}(x_i - \bar{x})^2}\right) \frac{\sigma_A^2}{n_2} \end{pmatrix} \quad (15)$$

通过协方差矩阵的行列式, 可以求得分组序贯

表 1 分组序贯试验方案 χ

第一组试验	应力水平	$\xi_{S,1}$	...	$\xi_{S,k}$	...	$\xi_{S,K}$
	样本分配比	$w_{S,1}$	...	$w_{S,k}$	...	$w_{S,K}$
第二组试验	应力水平	$\xi_{A,1}$	...	$\xi_{A,k}$	...	$\xi_{A,K}$
	样本分配比	$w_{A,1}$	...	$w_{A,k}$	...	$w_{A,K}$

第二步: 以性能退化数据信息量最大为目标。

第 k 个应力水平下第 j 个测试间隔内产品性能退化增量为 Δy_j , 且满足独立平稳增量性质, 其概率密度函数为 $f_k(\Delta y_j, \theta_k)$, 其中 $\theta_k = (\theta_1, \dots, \theta_i, \dots, \theta_N)$ 为概率密度函数的 N 个参数, 根据样本的 m 次测试的退化增量可以得到关于 θ_k 的对数似然函数为

$$\ln L = \sum_{j=1}^m \ln f_k(\Delta y_j, \theta_k) \quad (17)$$

根据 C-R(Cramer-Rao)正则条件, 对似然函数的二阶偏导取均值可得 Fisher 信息矩阵^[21]

$$\mathbf{I}(\theta_k) = \begin{pmatrix} -E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_1^2}\right) & \cdots & -E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_1 \partial \theta_N}\right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_N \partial \theta_1}\right) & \cdots & -E\left(\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \theta_N^2}\right) \end{pmatrix} \quad (18)$$

根据式(3)和式(18)可得连续应力条件下的 Fisher 信息矩阵为

$$\mathbf{I}(\theta_k, S) = \begin{pmatrix} \frac{a \sqrt{t_{e,k}}}{\sigma_k^2} & 0 \\ 0 & \frac{2m}{\sigma_k^2} \end{pmatrix} \quad (19)$$

试验方案下的评估结果方差为

$$V = \left(1 + \frac{n_1(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n_1}(x_i - \bar{x})^2}\right) \left(1 + \frac{n_2(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n_2}(x_i - \bar{x})^2}\right) \sigma_e \quad (16)$$

式中, $\sigma_e = \sigma_s^2 \sigma_A^2 / n_1 n_2$, n_1 、 n_2 分别为第一组和第二组试验的样本量。

给出 K 个应力水平的分组序贯试验方案 χ 的连续设计^[17]见表 1。

方差 V 越小, 则试验方案所得评估结果精度越高。以方差 V 越小为优化目标, 以不同样品所加载的试验应力水平 x_i 及样本分配比 w_k 为设计变量, 通过式(16)可以得到第一步优化模型

$$\begin{aligned} \text{Min } & V \\ \text{s.t. } & \textcircled{1} x_i \in \{\xi_{S,k}, \xi_{A,k}\} \\ & \textcircled{2} \sum_{k=1}^K w_{S,k} = 1 \quad \sum_{k=1}^K w_{A,k} = 1 \end{aligned}$$

式中, $t_{e,k}$ 为第 k 个应力水平下的试验截尾时间。同理可得连续-离散综合应力下的 Fisher 信息矩阵

$$\mathbf{I}(\theta_k, S_A) = \begin{pmatrix} \frac{T_k^a + \lambda_k^a \sqrt{t_{e,k} - T_k}}{\sigma_k^2} & 0 & -\frac{\mu_k m_2}{\sigma_k^2 \lambda_k} \\ 0 & \frac{2m}{\sigma_k^2} & -\frac{m_2}{\sigma_k \lambda_k} \\ -\frac{\mu_k m_2}{\sigma_k^2 \lambda_k} & -\frac{m_2}{\sigma_k \lambda_k} & \frac{(\sigma_k^2 + \mu_k^2) m_2}{\sigma_k^2 \lambda_k^2} \end{pmatrix} \quad (20)$$

式中, $m_2 = (t_{e,k} - T)/t_{M,k}$, 表示离散应力施加之后的测试次数, $t_{M,k}$ 为测试间隔。

根据独立样本间的信息量可加性质^[18], 将不同应力下的所有样本信息量相加得到整个试验区域的信息量, 并用 Fisher 信息矩阵的行列式 V_D 表征信息量的大小

$$\begin{aligned} V_D = & \sum_{k=1}^K |n_1 w_{S,k} \mathbf{I}(\theta_k, S)| + \sum_{k=1}^K |n_2 w_{A,k} \mathbf{I}(\theta_k, S_A)| = \\ & \sum_{k=1}^K n_1 w_{S,k} c_1 m^a \sqrt{t_{e,k}} + \sum_{k=1}^K n_2 w_{A,k} \left(\frac{(c_2 m m_2 - c_3 m_2^2)}{a \sqrt{t_{e,k} - T_k} - c_4 m m_2^2} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

式中, c_1 、 c_2 、 c_3 、 c_4 分别是与模型参数 μ_k 、 σ_k 、 λ_k

有关的常数。

Fisher 信息量与参数估计值的方差成反比，要使得参数估计精度最高，则需要使得方差最小，也即使得 Fisher 信息量达到最大，即 D-最优准则^[17]，并以试验测试次数 m 、测试间隔 $t_{M,k}$ 、截尾时间 $t_{e,k}$ 、总样本量 n 为设计变量，可得到第二步优化模型为

$$\begin{aligned} \text{Max } & V_D \\ \text{s.t. } & \textcircled{1} C_Z \leq \omega_c \\ & \textcircled{2} \text{不同的应力水平下测试次数都为 } m \\ & \textcircled{3} t_{e,k} = m t_{M,k} \\ & \textcircled{4} \frac{t_{e,k}}{t_{e,k+1}} \leq \frac{a_k}{a_{k+1}} \\ & \textcircled{5} \Delta t_{M,k} \geq \frac{\varepsilon t_0}{a_k \Delta y} \end{aligned}$$

约束条件①中的 ω_c 为费用的限定值，总费用 C_Z 的来源包括样本费用、试验人员工资、试验设备耗能等，其计算方法为

$$C_Z = n C_y + n m C_m + C_p \sum_{k=1}^K t_{e,k} + C_f \sum_{k=1}^K t_{e,k} / 24 \quad (22)$$

式中，单个样品的价格 C_y ；单个样品单次测试的费用 C_m ；试验设备每小时耗电费用 C_p ；试验人员工时费 C_f 。

约束条件②、③使得不同应力水平下的数据

量一样，从而保证不同应力水平下的参数估计精度一致。

约束条件④建立不同应力水平下的截尾时间之间的关系，表示优先增加低应力水平下的试验时间。

约束条件⑤定义了最小测试间隔时间。由于测试设备难以识别小于测量精度的产品退化量，为了避免测试间隔过小，以设备的测量精度 ε 作为核算最小测试间隔的准则，当测试间隔 $t_{M,k}$ 内的性能退化增长量正好为测试设备的测量精度时有

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{t_0 / a_k} \Delta t_{M,k} \quad (23)$$

式中， Δy 为产品失效时的性能退化增量， a_k 为第 k 个应力条件下的经验加速系数， t_0 为产品的设计寿命，根据式(21)可以得到约束条件⑤。

4.3 试验方案比较分析

根据第一步优化模型，可得最优解为

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 = \dots = x_{n_1 w} &= \xi_{SL} = 1 \\ x_{n_1 w+1} = x_{n_1 w+2} = \dots = x_{n_1} &= \xi_{S,H} = 0 \\ x_1 = x_2 = \dots = x_{n_2 w} &= \xi_{\Delta,L} = 1 \\ x_{n_2 w+1} = x_{n_2 w+2} = \dots = x_{n_2} &= \xi_{\Delta,H} = 0 \end{aligned}$$

即分组序贯最优试验方案的两组试验分别具有两个应力水平，可得最优试验方案如表 2 所示。

表 2 分组序贯最优试验方案 χ_1

第一组试验	应力水平	1	0
	样本分配比	$\xi_{S,0} / (2\xi_{S,0} - 1)$	$(\xi_{S,0} - 1) / (2\xi_{S,0} - 1)$
第二组试验	应力水平	1	0
	样本分配比	$\xi_{\Delta,0} / (2\xi_{\Delta,0} - 1)$	$(\xi_{\Delta,0} - 1) / (2\xi_{\Delta,0} - 1)$

将试验方案 χ_1 的优化结果代入式(16)计算得到最优试验方案方差，记作 V ，如式(24)及图 5 所示。

$$V_1 = (1 + 4\xi_{S,0}(\xi_{S,0} - 1))(1 + 4\xi_{\Delta,0}(\xi_{\Delta,0} - 1))\sigma_e \quad (24)$$

最优试验方案的两组试验应力水平处于同一连续应力水平值，使得整个试验区域只有两应力水平，导致试验方案的稳健性差。为此在方案 χ_1 的基础上，调整应力水平，使得两组试验的应力水平相互错开，保持样本分配比不变，可得到折衷试验方案

χ_2 ，如表 3 所示。

图 5 方差 V_1 随应力变化

表 3 分组序贯折衷试验方案 χ_2

第一组试验	应力水平	0.8	0
	样本分配比	$\xi_{S,0} / (2\xi_{S,0} - 1)$	$(\xi_{S,0} - 1) / (2\xi_{S,0} - 1)$
第二组试验	应力水平	1	0.2
	样本分配比	$\xi_{\Delta,0} / (2\xi_{\Delta,0} - 1)$	$(\xi_{\Delta,0} - 1) / (2\xi_{\Delta,0} - 1)$

根据方案 χ_2 可以计算得到方差

$$V_2 = \left(1 + \frac{\xi_{s,0}(\xi_{s,0} - 0.9)^2}{0.16(\xi_{s,0} - 1)} \right) \left(1 + \frac{(\xi_{A,0} - 1)(\xi_{A,0} - 0.1)^2}{0.16\xi_{A,0}} \right) \sigma_e \quad (25)$$

图6 方差 V_2 随应力变化

试验方案 χ_2 的单组试验依然只有两应力水平,难以验证失效物理方程,为此在方案 χ_2 的基础上,按文献[1]推荐的方法,在第一组试验的两应力水平之间增加一个应力水平,并且样本分配比为 4:2:1,形成五应力折衷试验方案 χ_3 ,如表4所示。

表4 分组序贯折衷试验方案 χ_3

第一组	应力水平	0.8	0.3	0
试验	样本分配比	0.57	0.28	0.14
第二组	应力水平	1	0	
试验	样本分配比	$\xi_{A,0}/(2\xi_{A,0} - 1)$	$(\xi_{A,0} - 1)/(2\xi_{A,0} - 1)$	

同理可得方案 χ_3 的方差 V_3

$$V_3 = \left(1 + \frac{(\xi_{s,0} - 0.54)^2}{0.096} \right) \left(1 + \frac{(\xi_{A,0} - 1)(\xi_{A,0} - 0.1)^2}{0.16\xi_{A,0}} \right) \sigma_e \quad (26)$$

图7 方差 V_3 随应力变化

比较三种试验方案的方差(图5~7),可知 $V_1 < V_2 < V_3$, 当 $\xi_{s,0} \rightarrow 1$, $\xi_{A,0} \rightarrow 1$ 时,三种试验方差都有向 0 趋近,试验方案精度趋于最高,而当 $\xi_{s,0} \rightarrow +\infty$, $\xi_{A,0} \rightarrow +\infty$ 时,所有试验方案的方差都急剧变大,精度迅速降低。可知加速应力越靠近正常应力,试验方案精度就越高,提高加速应力可以有效缩短试验时间,但却导致精度降低,因此试验的精度与时长是两个对立面,这与实际情况相符。

为进一步评估各个试验方案的优劣性质,在试

验方案 χ_2 的基础上,设计等间隔应力等样本分配的三应力水平传统试验方案 χ_4 (表5)。

表5 传统试验方案 χ_4

第一组试验	应力水平	0.8	0.4	0
	样本分配比	1/3	1/3	1/3
第二组试验	应力水平	1	0.6	0.2
	样本分配比	1/3	1/3	1/3

同理可计算得到 χ_4 的方差

$$V_4 = \left(1 + \frac{(\xi_{s,0} - 0.4)^2}{0.11} \right) \left(1 + \frac{(\xi_{A,0} - 0.6)^2}{0.11} \right) \sigma_e \quad (27)$$

将所设计试验方案分别与传统试验方案进行比较,可以得到各个试验方案的方差之比如图8、9所示,可知 V_1 、 V_2 、 V_3 与 V_4 之比小于 1,因此试验方案 χ_1 、 χ_2 、 χ_3 总是要比传统试验方案好。当试验方案 χ_2 的第一组试验的 $\xi_{s,0} = 1$ 时,如图6和图9所示,其方差及方差比急剧增大,因为该试验点蜕化为高于正常应力的单个加速应力,使得该点试验方案稳健性极差。

图8 V_1/V_4 方差之比

图9 V_2/V_4 方差之比

图10 V_3/V_4 方差之比

5 应用案例

电连接器是型号装备中大量使用的基础元件，也是系统中的薄弱环节，准确评估其贮存寿命对型号装备的定寿延寿具有重要意义。型号装备贮存过程中需要经历库存、维修测试、转载运输、战备值班等环境，其中以库存和测试对电连接器贮存寿命影响最大。为此以 Y11P 型电连接器作为研究对象，将库存环境中的温度作为典型的连续应力，并以测试过程中电连接器的插拔力作为典型的离散应力。假定电连接器在库存环境下的平均温度为 25 ℃，维修测试每年进行一次，即

电连接器的插拔间隔时间为 1 年。根据文献[12]的研究以及式(6)、(7)建立的模型，可以得到电连接器接触性能退化模型具有时间尺度函数为 $t^{1/3}$ 的 Wiener 过程形式，在考虑插拔时为分段的 Wiener 过程。

按文献[19]的研究，可以将最高温度应力定为 158 ℃，最低温度应力定为 90 ℃，失效物理方程为阿伦尼斯模型，按方案 $\mathcal{X}_3$ 的设计，可以计算得到电连接器的折衷试验方案(表 6)。

按表 6 给出的试验方案开展电连接器的加速退化试验，并利用试验数据可以分别得到温度应力条件下和温度-插拔应力条件下的失效物理方程参数估计值(表 7)。

表 6 电连接器的折衷试验方案

应力水平	样本量 n /个	测试次数 m /次	测试间隔 t_M / h	截尾时间 t_e / h
105 ℃	20	19	39	737
120 ℃	10	19	15	279
158 ℃	5	19	10	190
90 ℃，插拔间隔 1.48 h	10	11	111.7	1 228.2
140 ℃，插拔间隔 0.46 h	9	11	33.8	372.1

表 7 失效物理方程参数估计值

应力	可靠度	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$	误差 σ_s^2
温度应力	0.500	4.128	0.960	0.248
	0.900	4.117		0.267
	0.990	4.037		0.281
	0.999	3.941		0.292
应力	可靠度	$\hat{\gamma}_0$	$\hat{\gamma}_1$	误差 σ_d^2
温度-插拔应力	0.500	4.335	1.130	0.273
	0.900	4.288		0.324
	0.990	4.157		0.352
	0.999	4.039		0.371

为便于比较，对归一化后的应力水平进行转换，得到关于温度值倒数为自变量的失效物理方程(图 11)，可知考虑插拔后失效物理方程斜率减小，即电连接器的插拔导致贮存寿命减少。

进一步可以计算得到电连接器在温度和温度-插拔两种应力条件下的贮存寿命评估结果(表 8)，将两种应力条件下的评估结果进行比较，可以发现，在考虑插拔后，电连接器的贮存寿命减少了 40%左右，因此可知在产品受到离散应力时，考虑连续应力和离散应力综合的加速试验更加符合实际情况。

图 11 失效物理方程直线形式

表 8 评估结果

应力	$t_{0.5}$ /h	$t_{0.9}$ /h	$t_{0.99}$ /h	$t_{0.999}$ /h
25 ℃	9.95×10^6	9.83×10^6	9.08×10^6	8.25×10^6
25 ℃，插拔间隔 1 年	6.32×10^6	6.04×10^6	5.29×10^6	4.70×10^6

6 结论

(1) 针对离散应力的加载问题, 提出采用连续应力条件下的加速系数对离散应力间隔时间进行折算的等效转换方法, 给出了应力的归一化方法, 并将方法用于电连接器的试验应力设计, 实现了电连接器插拔力的定量加载。

(2) 基于幂函数为时间尺度的 Wiener 过程模型, 建立了适用于连续应力与离散应力综合的分组序贯试验方案, 并建立了两目标分步的加速退化试验优化设计方法, 通过优化结果表明所设计的试验方案的精度好于传统试验方案, 从而为产品在离散应力的条件下的加速试验设计提供理论基础。

(3) 以型号装备上的电连接器作为应用案例, 建立了电连接器考虑插拔时的加速退化试验方案, 开展试验并对数据进行分析, 结果表明, 考虑插拔后的电连接器贮存寿命特征量减小 40% 左右, 从而验证所提的方法的有效性。

(4) 本文研究了等间隔等强度的单次冲击, 是形式最简单的离散应力, 可在此基础上可以进一步将方法扩展到离散应力具有多次冲击、随机间隔及随机强度等一般情形。

参 考 文 献

- [1] NELSON W B. Accelerated testing: Statistical models, test plans, data analyses[M]. New York: Wiley, 2004.
- [2] CHEN Wenhua, GAO Liang, PAN Jun, et al. Design of accelerated life test plans—overview and prospect[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2018, 31: 13.
- [3] 张春华. 步降应力加速寿命试验的理论和方法[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2002.
ZHANG Chunhua. Theory and method of step-down-stress accelerated life testing[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2002.
- [4] HE Qingchuan, CHEN Wenhua, PAN Jun, et al. Improved step stress accelerated life testing method for electronic product[J]. Microelectronic Reliability, 2012, 52(11): 2773-2780.
- [5] CHEN W H, YANG F, QIAN P, et al. Novel accelerating life test method and its application by combining constant stress and progressive stress[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2018, 31: 82.
- [6] ZHAO Fuqiong, XIE Mingjiang, TIAN Zhigang, et al. Integrated equipment health prognosis considering crack initiation time uncertainty and random shock[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 30(6): 1383-1395.
- [7] 郭乾晋, 周全, 黄义隆, 等. 高压直流典型线路雷击故障的控制保护响应研究[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(20): 140-145.
WU Qianjin, ZHOU Quan, HUANG Yilong, et al. Research of HVDC control and protection response for lightning stroke failures occurred in transmission lines[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(20): 140-145.
- [8] WANG Cao, ZHANG Hao, LI Quanyang. Reliability assessment of aging structures subjected to gradual and shock deteriorations[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 161: 78-86.
- [9] SHASFIEE M, FINKELSTEIN M, BERENGUER C. An opportunistic condition-based maintenance policy for offshore wind turbine blades subjected to degradation and environmental shocks[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2015, 142: 463-471.
- [10] HAO Songhua, YANG Jun. Reliability analysis for dependent competing failure processes with changing degradation rate and hard failure threshold levels[J]. Computers & Industrial Engineering, 2018, 118: 340-351.
- [11] YE Zhisheng, TANG L C, XU Haiyan. A distribution-based systems reliability model under extreme shocks and natural degradation[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2011, 60(1): 246-256.
- [12] 钟立强, 陈文华, 钱萍, 等. 贮存剖面下电连接器接触性能退化统计建模研究[J]. 机械工程学报, 2018, 54(24): 197-205.
ZHONG Liqiang, CHEN Wenhua, QIAN Ping, et al. Statistical modeling of contact performance degradation of the electrical connectors under the storage profile[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(24): 197-205.
- [13] GAO Hongda, CUI Lirong, QIU Qingan. Reliability modeling for degradation-shock dependence systems with multiple species of shocks[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2019, 185: 133-143.
- [14] RAFIEE K, FENG Q, COIT D W. Reliability assessment of competing risks with generalized mixed shock models[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2017, 159: 78-86.
- [15] 李泽慧, 白建明, 孔新兵. 冲击模型: 进展与应用[J]. 数学进展, 2007, 36(4): 385-398.

- LI Zehui, BAI Jianming, KONG Xinbing. Impact model: Progress and application[J]. *Advance in Methmatics*, 2007, 36(4): 385-398.
- [16] COX D R, MILLER H D. The theory of stochastic processes[M]. New York: John Wiley & Sons Inc., 1965.
- [17] 方开泰, 刘民千, 周永道, 等. 试验设计与建模[M]. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- FANG Kaitai, LIU Minqian, ZHOU Yongdao, et al. Experimental design and modeling[M]. Beijing: Higher Education Press, 2011.
- [18] 茆诗松, 王静龙, 濮晓龙, 等. 高等数理统计[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- MAO Shisong, WANG Jinglong, PU Xiaolong, et al. Advanced mathematical statistics[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [19] 陈文华. 航天电连接器可靠性试验和分析的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 1997.
- CHEN Wenhua. Research on electrical connector reliability test and analysis[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 1997.
-
- 作者简介: 钟立强, 男, 1989 年出生, 博士研究生。主要研究方向为加速退化试验。
E-mail: 13588207479@163.com
- 陈文华(通信作者), 男, 1963 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为可靠性设计、试验及统计分析。
E-mail: chenwh@zstu.edu.cn