

DOI: 10.3901/JME.2020.02.174

考虑轮胎几何与胎压因素的轮地相互作用力模型及其参数辨识*

陈 鼎 侯 亮 祝青园 卜祥建
(厦门大学机电工程系 厦门 361000)

摘要: 轮地相互作用力对于车辆设计、通过性评价、控制和仿真等方面具有极其重要的作用。传统模型以平板压力为力学假设前提,导致模型中各项参数难以同时响应轮胎几何和胎压因素对轮地相互作用力的影响。采用特定几何和胎压条件下的轮胎弹性形变量建立虚拟刚性轮形,结合轮地接触应力的分布状况,推导一种新的轮地相互力模型。该模型依据轮胎运动状态划分为轮胎准静态压载的垂向载荷模型以及轮胎稳态滑转的牵引力模型,模型中各项参数具有反映轮胎几何、胎压和土壤力学性质之间关联性的特点。通过土槽和原位地面试验对轮地相互作用力模型及其参数辨识结果进行验证,试验结果表明,不同几何尺寸和胎压下的轮胎垂向载荷与试验值之间最大误差不超过 0.1 kN,模型参数辨识结果与试验值之间相对误差不超过 12%,依据参数辨识结果计算的轮胎牵引力与试验值之间方均根误差为 0.37。因而该模型可以有效地应用于考虑轮胎几何和胎压因素的轮地相互作用力学计算中。

关键词: 轮胎几何尺寸; 轮胎胎压; 轮地相互作用力模型; 参数辨识; 土槽试验; 原位试验

中图分类号: U461

Tire-Ground Interaction Force Model and Its Parameter Identification Considering Tire Geometry and Pressure

CHEN Ding HOU Liang ZHU Qingyuan BU Xiangjian

(Department of Mechanical and Electrical Engineering, Xiamen University, Xiamen 361000)

Abstract: Tire-ground interaction plays an important role in vehicle design, trafficability evaluation, control and simulation. The traditional model is based on the assumption of plate pressure, which makes it difficult for the parameters of the model to simultaneously respond to the influence of tire geometry and tire pressure. The virtual rigid wheel shape is established by using the elastic deformation of tire under specific geometry and pressure, and based on the stress distribution of rigid wheel shape, a new tire-ground interaction model is derived. According to tire motion state, the model can be divided into vertical load model with tire quasi-static load and pulling force model with tire steady slip, which can reflect the correlation between tire geometry, tire pressure and soil mechanical properties. The model of tire-ground interaction force and its parameter identification results are validated by soil-bin and in-situ tests. The test results show that the maximum error between calculation and test is not more than 0.1 kN under different tire geometric sizes and tire pressures, and the relative error between the parameter identification result and the test result is less than 12%. The root mean square error between the tire tractive force and the test result is 0.37. Therefore, the model can be effectively applied to the mechanical calculation of tire-ground interaction considering tire geometry and tire pressure.

Key words: tire geometry; tire pressure; tire-ground interaction force; parameter identification; soil-bin test; in-situ test

0 前言

车辆在松软地面中行驶时,轮地相互作用力是决定车辆行驶状态与通过能力的关键因素。松软地面受到轮胎载荷作用时会出现沉陷和剪切破坏现

象,进而导致轮胎滑转和车辆牵引力的损失^[1-3]。在这一过程中,轮胎载荷与自身几何尺寸和胎压状态密切相关,因此,建立足够反映轮胎几何和胎压因素的轮地相互作用力模型对于提高车辆行驶状态以及通过性的预测能力具有显著意义。

在车辆地面系统研究中,应用比较广泛的是平板压力理论。1913年至1934年,德国学者BERNSTEIN与苏联学者GORIATCHKIN通过平板压载试验提出

* 厦门市重大科技(3502Z20191019)和国家自然科学基金(51975495)资助项目。20190905收到初稿,20191210修到修改稿

了 BERNSTEIN-GORIATCHKIN (BG)模型, 并在后续 BEKKER 的平板理论中得到了借鉴^[1]。在广义数值关系上, 它们均呈现出压力与沉陷量间的幂函数形式。WONG^[2]对 BEKKER 等学者在地面土壤性质、平板压力模型以及试验结果等方面的工作进行了系统的总结和分析, 这项研究成果也为后续针对轮地相互作用中关于地面承载力特性^[4-5]、车辆行驶状态参数在线监测方法^[6-8]、车辆通过性以及动态控制方法等^[9-12]的应用研究提供了理论借鉴与数值参考。由于这些研究中主要以刚性轮形作为主要研究对象, 或者将轮胎近似为刚性轮形进行简化分析, 因此, 轮胎几何尺寸和胎压变化对轮地相互作用力的影响难以得到直观的体现。

随着轮地相互作用力理论研究的发展, 国内外学者也做了相应的改进研究工作。SCHMID^[13]将特定胎压下的轮胎刚度与 BEKKER 平板理论相结合, 提出近似表征轮胎弹性形变量与地面沉陷量关系的替代圆法。HARNISCH 等^[14]在随后的研究中将其拓展至轮胎滑转前进状态, 并提出了轮地相互作用力模型 AS²TM。但是, 由于模型中轮地接触压力并未包含与轮胎直径相关的参数项, 这使得在小尺寸轮胎或较小沉陷量条件下的模型计算结果与试验值之间存在较大的偏差^[2]。MEIRION-GRIFFICE 等^[15-16]通过刚性轮形的压载试验发现, 当轮形直径小于 0.5 m 时, BEKKER 平板压力模型的预测准确度随着轮径的减小而逐渐降低, 由此提出采用轮径和轮宽对平板压力模型进行修正的模型和试验方法, 这一研究在 HUANG 等^[17]针对月球车钢丝网轮的研究中得到了进一步的应用与拓展。但是, 由于研究对象主要为刚性轮形, 因此模型无法直接应用在具有弹性形变特性的轮胎中。同时考虑轮胎几何和胎压因素的轮地接触特性试验在准确描述地面沉陷量以及胎压对轮地接触面特性的影响方面具有很好的应用效果^[20-22]。尽管偏于静态的试验结果难以形成有效的数值模型, 但是试验过程中所展现的轮地相互作用规律和地面应力分布状态对后续模型方法的研究仍具有指导作用。

为了进一步提高特定轮胎尺寸和胎压条件下弹性轮胎与地面间相互作用力的预测能力, 本文采用轮胎弹性形变量建立虚拟刚性轮形, 依据刚性轮形作用下的地面应力分布状态提出了新的轮地相互作用力模型, 并通过土槽和原位地面试验进行论证分析。由于模型中各项参数具有反映轮胎几何、胎压和地面力学性质之间关联性的特点, 这对于车辆通过性评价方法、行驶状态监测技术的改进具有积极作用效果。

1 研究现状

1.1 压力模型

BEKKER^[1]在平板压载试验的基础上提出了平板压力模型, 如式(1)所示。

$$\sigma(z) = k_{eq} z^n = (k_c/b + k_\phi) z^n \quad (1)$$

式中, $\sigma(z)$ 为平板压力; z 为沉陷量; b 为矩形平板宽度或圆形平板半径; k_{eq} 为沉陷系数; k_c 为土壤的黏聚变形模量; k_ϕ 为土壤的摩擦变形模量; n 为土壤沉陷指数。

REECE 等^[3]将土壤内聚力 c 与容重 γ 引入 BEKKER 的平板压力模型中, 提出了包含无量纲参数项 k_c' 与 k_ϕ' 的改进模型, 由于模型更为符合太沙基承载力的理论描述, 因此在反映平板几何尺寸与土壤力学性质的影响时具有很强的针对性^[2], 如式(2)所示。

$$\sigma(z) = k_{eq} z^n = (ck_c' + \gamma bk_\phi') (z/b)^n \quad (2)$$

式(1)与式(2)中, k_{eq} 与 n 均可通过不同尺寸平板的压载试验获得, 并且在数值上具有相似性^[2]。对平板压力模型的试验结果进行归纳^[1-3,7,15], 不同地面质地条件下的 k_{eq} 和 n 的分布范围如图 1 所示。

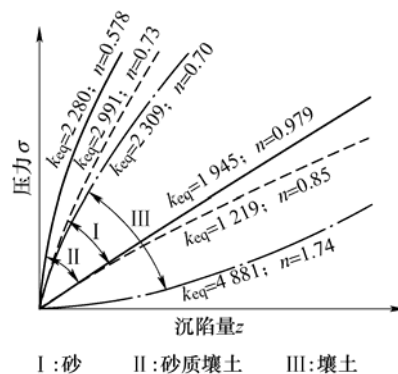


图 1 平板压载试验结果

MEIRION-GRIFFITH 等^[15]在刚性轮形压载试验的基础上提出了包含轮径修正项 $d^{\hat{m}}$ 的三维压力模型, 如式(3)所示

$$\sigma(z) = k_{eq} z^{\hat{n}} = \hat{k} d^{\hat{m}} z^{\hat{n}} \quad (3)$$

式中, \hat{k} 为拟合系数; \hat{n} 为沉陷指数; \hat{m} 为轮形几何指数。 \hat{k} 、 \hat{n} 和 \hat{m} 可以通过不同尺寸轮形的压载试验获得, 归纳的试验结果如图 2 所示。

基于轮形压载的试验规律, MEIRION-GRIFFITH^[16]进一步采用轮径与轮宽比值 d/B 和轮壤接触面积 BL 对式(3)进行了改进, 以此反映不同质地条件下轮宽 B 对轮形压力 $\sigma(z)$ 的影响。

$$\sigma(z) = \hat{k} z^{\hat{n}} d^{\hat{m}} \left(1 - S_m \frac{d}{B}\right) \quad (4)$$

$$\sigma(z) = \hat{k} z^{\hat{n}} (Bl)^{\hat{m}} \quad (5)$$

式中, S_m 为松散(可压缩性)地面中 d/B 项的无量纲系数; l 为密实(不可压缩性)土壤中轮壤接触长度, $l = (dz - z^2)^{1/2}$ 。

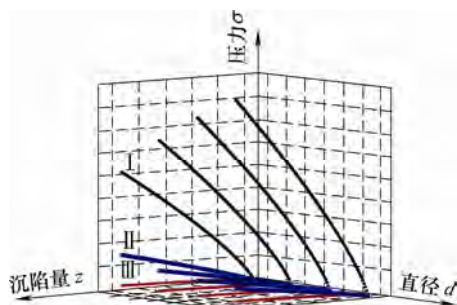


图2 轮形压载试验结果

- I: 砂 $\hat{k} = 1064$, $\hat{n} = 0.8$, $\hat{m} = 0.39$, $n = 0.75$
 II: 砂砾 $\hat{k} = 78.8$, $\hat{n} = 0.88$, $\hat{m} = 0.49$, $n = 1.16$
 III: 黏土 $\hat{k} = 16.7$, $\hat{n} = 0.48$, $\hat{m} = 0$, $n = 0.58$

依据轮形下方地面应力的半椭圆状的径向应力分布状态, 平板和轮形压力 $\sigma(z)$ 由此可以转化为轮地接触角 θ 的统一函数关系式^[10,18-19], 如图3所示, $\sigma(\theta)$ 由此可以表示为

$$\sigma(\theta) = k_{eq} [r(\cos \theta - \cos \theta_i)]^n \quad (6)$$

式中, r 为轮形半径; θ_i 为轮地接触切入角; θ 为轮地接触面上任意角度。

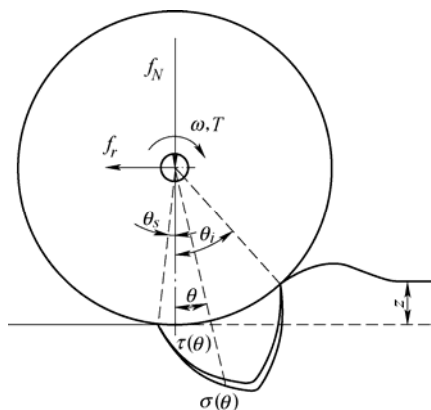


图3 刚性轮形与地面接触受力图

依据图3中轮形载荷的平衡关系, 轮形前进过程中的牵引力 f_r 、垂向载荷 f_N 以及转矩 T 则可表示为^[7,12,18]

$$\begin{cases} f_N = rb \left(\int_{\theta_s}^{\theta_i} \sigma(\theta) \cos \theta d\theta + \int_{\theta_s}^{\theta_i} \tau(\theta) \sin \theta d\theta \right) \\ f_r = rb \left(\int_{\theta_s}^{\theta_i} \tau(\theta) \cos \theta d\theta - \int_{\theta_s}^{\theta_i} \sigma(\theta) \sin \theta d\theta \right) \\ T = r^2 b \int_{\theta_s}^{\theta_i} \tau(\theta) d\theta \end{cases} \quad (7)$$

式中, θ_s 为轮地接触离去角; $\tau(\theta)$ 为 JANOSI 剪应力模型, 模型中剪应力 $\tau(\theta)$ 与剪切位移 j 具有如下数值关系^[12]

$$\tau(\theta) = (c + \sigma(\theta) \tan \varphi) \{1 - \exp(-j/K)\} \quad (8)$$

式中, φ 为土壤内摩擦角; K 为土壤剪切变形模量。

综合式(1)~(8)可以发现, 由二维平板压力模型逐步向三维轮形压力模型的演化过程, 旨在更为细化地表征轮形实际几何尺寸对轮地相互作用力的影响。但是, 由于模型均以轮胎的近刚性假设作为前提条件, 从而导致不同胎压条件下的轮胎弹性形变量无法得到充分的考虑, 这相应地使得模型在针对低压轮胎或车辆偏载情况下的轮地相互作用力预测和评估中受到了限制。

1.2 替代圆法

轮胎与地面间相互作用需要综合考虑轮胎的弹性形变特性以及轮地间的压力沉陷关系。替代圆法是一种综合轮胎性能与地面力学性质的模拟方法, 方法中采用相较于轮胎外径更大地虚拟替代圆反映轮地接触曲率的变化, 进而达到分离轮胎形变量和地面沉陷量的目的。以 x 表示轮胎与地面接触弧长在水平方向上的投影, 那么垂向载荷 F^{tire} 以及替代圆沉陷量 z_0 则可表示为^[13]

$$F^{tire} = \int_0^{z_0} k_{eq} z_0^n \left(\frac{x}{L}\right)^{\frac{n}{2}} dx \quad z_0 \approx \left(\frac{F_z \left(\frac{n+1}{2}\right)}{k_{eq} B \sqrt{d^*}} \right)^{\frac{2}{2n+1}} \quad (9)$$

式中, $z(x)$ 为地面沉陷量在 x 方向上的分布状态; d^* 为替代圆直径。 $z(x)$, L 和 d^* 可以依据式(10)计算求得。

$$\begin{cases} z(x) = z_0 \sqrt{\frac{x}{L}} \\ L \approx \sqrt{d^* z_0} \\ d^* = d \left(\sqrt{1 + \frac{f_0}{z_0}} + \sqrt{\frac{f_0}{z_0}} \right)^2 \end{cases} \quad (10)$$

式中, f_0 为轮胎载荷 F_z 时轮胎的弹性形变量; f_0 和 F_z 由初始胎压 p_{in} 时的轮胎刚度所决定。

当轮胎胎压 p_{in} 较大时, 较低的垂向载荷 F^{tire} 使得地面沉陷量 z_0 相较于轮胎形变量 f_0 变化更为明显, $z_0 > f_0$, 此时轮地接触曲率主要由初始轮径 d 决定。但随着垂向载荷 F^{tire} 的增大, 地面的密实程度加剧, 轮胎形变量 f_0 相对 z_0 变化速率加快, $f_0 > z_0$, 此时替代圆直径 d^* 与接触面长度 L 相继增大。当轮胎胎压 p_{in} 较小时, $f_0 > z_0$ 的现象则相对更容易产生,

接触面长度 L 与胎压 p_{in} 之间为负向相关, 这与接触面特性试验结论相吻合^[21-22]。需要指出的是, 由于式(9)中轮胎垂向载荷 F^{tire} 仍采用平板沉陷系数项 k_{eq} 进行近似计算, 因此无法响应实际轮胎尺寸的变化所造成的影响^[13-14]。

2 轮地相互作用力模型

基于已有研究中平板与三维压力模型的对比分析结果, 同时考虑替代圆法中各参数项与轮胎性能之间的关联性, 本章节将三维压力模型与替代圆法相结合并以此构建轮地相互作用力模型, 其中包括了轮胎准静态压载的垂向载荷模型以及稳态滑转的牵引力模型。

2.1 轮胎垂向载荷模型

假设轮胎初始轮径为 d , i 时刻下的替代圆直径为 d_i^* ($i=0,1,2,\dots,m$), 且有 $d_0^*=d$, 如图 4a 所示。在轮胎连续压载且轮胎形变量 f_i 持续增大的情况下, 将替代圆直径修正项 $(d_i^*)^{\hat{m}}$ 引入式(9)的沉陷系数项 k_{eq} 中, 那么具有瞬时刚性特征的替代圆压力 σ^* 应同时满足三维压力模型条件, 如式(11)所示

$$\sigma^*(z) = \hat{k}(d_i^*)^{\hat{m}} z_i^{\hat{n}} \quad i=0,1,\dots,m \quad (11)$$

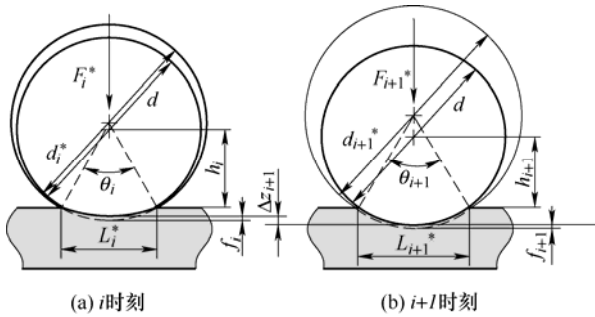


图 4 轮胎与替代圆的模拟压载情况

依据图 4a 中替代圆与地面形变量间几何关系, 任意 i 时刻, 替代圆载荷由此可以转变为静态接触角 θ_i 的积分函数

$$F_i^* = -bd_i^* \int_0^{\theta_i} \left(\hat{k}(d_i^*)^{\hat{m}} z_i^{\hat{n}} \right) \cos \theta d\theta \quad (12)$$

对式(12)积分展开

$$F_i^* = \frac{2(3-\hat{n})}{3} B \hat{k}(d_i^*)^{\hat{m}+\frac{1}{2}} z_i^{\hat{n}+\frac{1}{2}} \quad (13)$$

替代圆载荷 F_i^* 中与轮胎性能相关的参数项为 d_i^* , 而 d_i^* 需要通过特定胎压 p_{in} 条件下的地面沉陷量 z_i 以及轮胎弹性形变量 f_i 进行求解, 因此式(13)建立起了载荷 F_i^* 、轮胎初始尺寸(d_0^* , B)和胎压 p_{in} 之间潜在的关联性。

结合式(11)至式(13), 以轮胎瞬时形变量间的几何关系构建替代圆法计算过程, 如图 4a、图 4b 所示, i 至 $i+1$ 时刻内, 替代圆载荷 ΔF_{i+1}^* 、地面沉陷量 Δz_{i+1} 以及替代圆直径 Δd_{i+1}^* 如式(14)和式(15)所示。

$$\begin{cases} \Delta F_{i+1}^* = F_{i+1}^* - F_i^* \\ \Delta f_{i+1} = (f_{i+1} - f_i) = \frac{\Delta F_{z,i+1}}{k_{s,i+1}} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \Delta h_{i+1} = \Delta z_{i+1} + \Delta f_{i+1} \\ d_{i+1}^* = d \left(\sqrt{1 + \frac{f_{i+1}}{z_{i+1}}} + \sqrt{\frac{f_{i+1}}{z_{i+1}}} \right)^2 \end{cases} \quad (15)$$

式(14)中, $k_{s,i+1}$ 为特定胎压条件下通过轮胎形变量 Δf_{i+1} 和载荷 $\Delta F_{z,i+1}$ 插值所得瞬时刚度值, 以此保留刚度特性曲线中非线性段对轮胎载荷的影响, 并以此提高模型在低压轮胎和小尺寸轮胎中的适用性。综合式(11)至式(15), 轮胎与地面间的垂向载荷 F^{tire} 则可表示为

$$F^{tire} = \sum_{i=0}^m \Delta F_{i+1}^* \quad (16)$$

设置 $i=0$ 时刻, 替代圆直径 $d_0^*=d$, 轴端位移 $h_0=0$, 轮胎形变量 $f_0=0$ 。连续变化轴端位移 h_{i+1} , 并以轮胎载荷在 $i+1$ 时刻的数值 $F_{z,i+1}$ 输入模型, 依据式(15)求解量 d_{i+1}^* , h_{i+1} , f_{i+1} , 从而获得轮胎在软质地面中的载荷 F^{tire} 与轴端位移 h_i 特性曲线。

2.2 轮胎滑转牵引力模型

在轮胎垂向载荷模型的基础上进一步考虑轮胎前进过程中特定轮胎尺寸和胎压条件下的轮胎载荷 f_N 、牵引力 f_r 以及转矩 T 。轮胎在前进过程中与地面间的接触受力状态如图 5 所示。

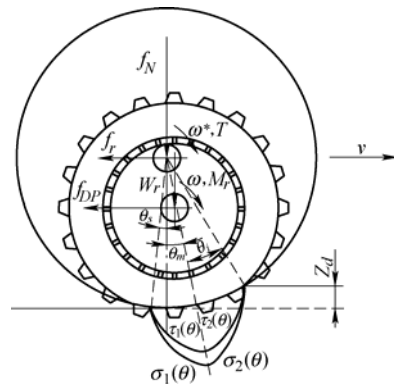


图 5 轮胎与地面接触受力图

图 5 中, 具有瞬时刚性特征的替代圆成为衔接轮胎与地面形变量的几何刚性轮形, 依据图 3 中刚性轮形下方的应力半椭圆分布状态, 式(11)的替代

圆压力 $\sigma^*(z)$ 同样可以通过式(6)转化为轮地间接接触角 θ 的函数

$$\sigma^*(\theta) = \hat{k} (d^*)^{\hat{m}} \left(\frac{d^*}{2} \right)^{\hat{n}} (\cos \theta - \cos \theta_i)^{\hat{n}} \quad (17)$$

式中, $\sigma^*(\theta)$ 为瞬时刚性替代圆与地面间的法向应力分布。

在瞬时刚性替代圆的基础上, 将式(17)分别代入式(7)和式(8)中, 替代圆与地面间的应力分布 $\tau^*(\theta)$, 以及法向力 f_N 、牵引力 f_r 、转矩 T 由此可以展开为

$$\tau^*(\theta) = (c + \sigma^*(\theta) \tan(\varphi)) \times \{1 - \exp(-d^*[(\theta_i - \theta) - (1-s)(\sin \theta_i - \sin \theta)]/(2K))\} \quad (18)$$

$$\begin{cases} f_N = \frac{d^* B}{2} \left\{ \int_{\theta_s}^{\theta_m} [\tau_2^*(\theta) \sin \theta + \sigma_2^*(\theta) \cos \theta] d\theta + \int_{\theta_m}^{\theta_i} [\tau_1^*(\theta) \sin \theta + \sigma_1^*(\theta) \cos \theta] d\theta \right\} = W_r \\ f_r = \frac{d^* B}{2} \left\{ \int_{\theta_s}^{\theta_m} [\tau_2^*(\theta) \cos \theta - \sigma_2^*(\theta) \sin \theta] d\theta + \int_{\theta_m}^{\theta_i} [\tau_1^*(\theta) \cos \theta - \sigma_1^*(\theta) \sin \theta] d\theta \right\} = f_{DP} \\ T = \left(\frac{d^*}{2} \right)^2 B \left\{ \int_{\theta_s}^{\theta_m} \tau_2^*(\theta) d\theta + \int_{\theta_m}^{\theta_i} \tau_1^*(\theta) d\theta \right\} = M_r \end{cases} \quad (19)$$

$$s = 1 - \frac{2v}{\omega d} = 1 - \frac{2v}{\omega^* d^*} \quad (20)$$

式中, s 为轮胎测试滑转率, $\sigma_1^*(\theta)$ 、 $\tau_1^*(\theta)$ 和 $\sigma_2^*(\theta)$ 、 $\tau_2^*(\theta)$ 分别为轮地接触角 θ 中离去角 θ_s 和切入角 θ_i 所对应的轮地接触应力分量。此外, 离去角 θ_s , 切入角 θ_i 以及最大应力角 θ_m 具有如下几何关系

$$\begin{cases} \theta_i = \arccos \left(1 - 2 \frac{z_d}{d^*} \right) \\ \theta_s = \arccos \left(1 - 2 \frac{h_t s}{d^*} \right) \\ \theta_m = \frac{\theta_s + \theta_i}{2} \end{cases} \quad (21)$$

式中, h_t 为轮胎花纹高度; z_d 为轮胎滑转前进沉陷量^[8, 18]。

$$z_d = \frac{1+s}{1-0.5s} z_i \quad (22)$$

式(17)~(22)构成了轮胎牵引力模型的计算过程, 其中, 模型参数主要由轮胎前进状态参数 $\{f_N, f_r, T, s\}$, 土壤力学性质参数 $\{\varphi, c, K\}$, 轮胎尺寸决定的三维压陷模型参数 $\{\hat{k}, \hat{m}, \hat{n}\}$, 以

及轮胎胎压与刚度决定的替代圆几何参数 $\{d^*, z_d\}$ 所组成。

3 模型参数辨识方法

轮地相互作用力模型与土壤力学性质以及轮胎性能紧密相关。模型参数的辨识方法是建立原位地面试验内容的前提, 同时也是分析轮地相互作用力模型与已有研究成果之间差异性的合理途径。

广义牛顿拉夫森算法(Generalized Newton Raphson, GNR)是一种快速求解非线性方程的迭代算法, 与牛顿拉夫森算法(Newton Raphson, NR)相同, 两者均为非线性方程通过泰勒级数展开下的近似结果。不同之处在于, NR 算法所构建的方形雅各比矩阵对参数与方程的数目具有严格要求, 但 GNR 算法中的伪逆矩阵却允许出现参数与方程数目的不对等情况^[6]。对于 GNR 算法, 假设矢量 \mathbf{P} 由 n_p 个未知参数构成, 矢量 \mathbf{x} 由 m_x 个测试参数构成, 非线性方程则可表示为

$$f(\mathbf{P}, \mathbf{x}) = 0 \quad (23)$$

若样本采样总数为 $q (q \geq n_p)$, 式(23)在泰勒级数下的展开结果则可转化为参数 \mathbf{P} 的迭代求解过程, 如式(24)所示

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{n_p} \end{pmatrix}_{j+1} \approx \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{n_p} \end{pmatrix}_j - \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial p_{n_p}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_q}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial f_q}{\partial p_{n_p}} \end{pmatrix}_j^{-1} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_q \end{pmatrix}_j \quad (24)$$

由轮地相互作用力模型可知, 轮胎载荷 F^{tire} 、 f_N 与三维压陷模型参数 $\{\hat{k}, \hat{m}, \hat{n}\}$ 以及替代圆几何参数 $\{d^*, z_d\}$ 是显著相关的, 而 f_r 和 T 受到土壤力学性质参数 $\{\varphi, c, K\}$ 的影响最大。以 $k_{eq} = \hat{k} (d_i^*)^{\hat{m}}$ 表示刚性替代圆作用下的地面沉陷系数, 简化黏聚力辨识误差对牵引力模型的影响^[6], 模型参数 $\{\varphi, k_{eq}, K\}$ 和替代圆直径 d_i^* 则可通过测量数据 $\{f_{DP}, s, z_d\}$ 进行辨识。

以 q 次轮胎牵引力的采样结果 f_{DP} 建立矢量 $\mathbf{x} = (f_{DP}, s, z_d)^T$, 将式(19)中 $f_q = f_r - f_{DPq}$ 代入式(24), 模型参数的辨识结果如式(25)所示

$$\begin{pmatrix} \varphi \\ K \\ k_{eq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi \\ K \\ k_{eq} \end{pmatrix}_0 - \mathbf{J}^{-1} \begin{pmatrix} f_1(\varphi, K, k_{eq}, s_1, f_{DP1}) \\ f_2(\varphi, K, k_{eq}, s_2, f_{DP2}) \\ \vdots \\ f_q(\varphi, K, k_{eq}, s_q, f_{DPq}) \end{pmatrix} \quad (25)$$

式中, 参数初值 $\mathbf{P}_0=(\varphi, K, k_{eq})_0^T$, \mathbf{J} 为非对称雅可比矩阵的伪逆矩阵。

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{r1}}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_{r1}}{\partial K} & \frac{\partial f_{r1}}{\partial k_{eq}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{rq}}{\partial \varphi} & \frac{\partial f_{rq}}{\partial K} & \frac{\partial f_{rq}}{\partial k_{eq}} \end{pmatrix} \quad (26)$$

由式(25)不难发现, 获得方程解 \mathbf{P} 以及非对称雅可比矩阵 \mathbf{J}^{-1} 需要对复杂积分项进行求解。复合辛普森公式是一种基于区间二等分的复化积分插值方法, 它在求解速度和精度方面相较于传统数值积分方法更具有明显优势。

为了达到快速求解式(25)中 $f_q(\mathbf{P}, \mathbf{x})$ 复杂积分项的目的, 将复合辛普森公式引入 GNR 算法中, 假设积分项在积分区间 $[\theta_s, \theta_i]$ 内划分为 $2m$ 个子区间, 每个子区间具有等间距 $h=(\theta_i - \theta_s)/2m$ 以及等宽点数 $x_k=x_0+kh$ ($k=0, 1, \dots, 2m$), $f_q(\mathbf{P}, \mathbf{x})$ 的积分项则可通过式(27)进行计算。

$$C(f, h) = \frac{h}{3} (f(\theta_s) + f(\theta_i)) + \frac{2h}{3} \sum_{k=1}^{m-1} x_{2k} + \frac{4h}{3} \sum_{k=1}^m x_{2k-1} \quad (27)$$

综合辨识算法中式(23)~(26)的论述, 构建的参数辨识方法流程如图 6 所示。

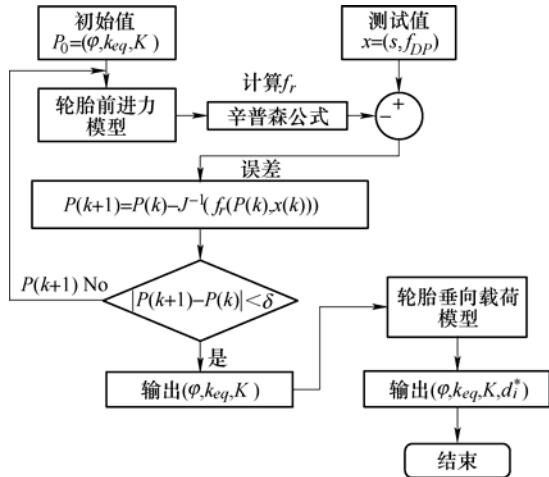


图 6 模型参数辨识方法流程图

4 土槽试验结果及分析

轮胎准静态压载条件下, 通过土槽试验结果对轮胎垂向载荷模型进行论证, 试验结果进一步用于分析轮胎载荷 F^{tire} 中采用平板压力模型和三维压力模型之间的差异性。

4.1 土槽试验内容

试验室土槽试验平台由电子万能试验机、控制电脑、模拟承载物以及土槽构成, 其中, 模拟承载物包括平板、刚性轮形和弹性轮胎, 如图 7、8 所示。试验土壤性质参数测试结果如表 1 所示, 土壤来源为海滩沙, 质地为砂石。图 8 中试验轮胎规格分别为 203/55R16 ($d \times B=0.406 \text{ m} \times 0.203 \text{ m}$, $d/B=2.00$), 178/70R19 ($d \times B=0.483 \text{ m} \times 0.178 \text{ m}$, $d/B=2.71$), 两者胎压 P_{in} 分级为 80 kPa 和 115 kPa。

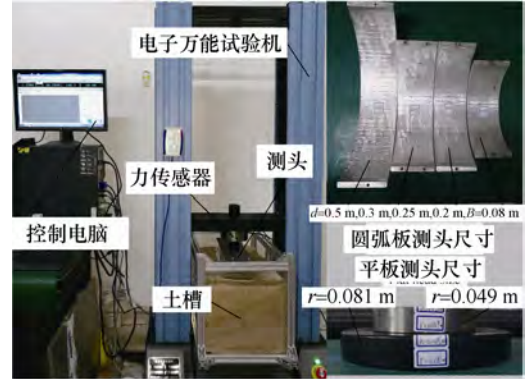


图 7 平板与轮形压载试验



(a) 轮胎刚度试验 (b) 轮胎压载试验

图 8 轮胎刚度与压载试验

表 1 试验土壤的物理和力学性质参数

质地	d_{50}/mm	$w(\%)$	$\varphi/(^{\circ})$	c/kPa	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$
砂石	0.52	0.29	34.0	2.06	1 511

4.2 试验结果及分析

采用图 7 中 2 组尺寸平板和 4 组刚性轮形完成平板和轮形压载试验, 试验测得的压力沉陷曲线如图 9 所示。依据式(1)和式(3)对测试曲线进行拟合, 参数拟合结果列于表 2 和表 3 中, 其中, 拟合优度 R^2 和方均根误差 RSME 用于反映模型的拟合精度。

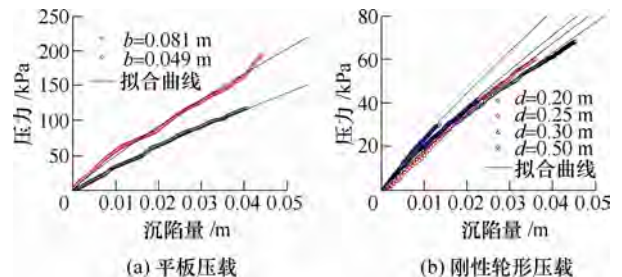


图 9 平板和刚性轮形的压力沉陷曲线

表2 平板压载试验的参数拟合结果

$k_p/(kN/m^{n+2})$	$k_c/(kN/m^{n+1})$	$k_{eq}/(kN/m^{n+2})$	n	R^2	RSME
576.2	106.2	1 887.8 ^a	0.87	0.99	2.72
		2 744.4 ^b			

注: ^a 平板 $b=0.081$ m, ^b 平板 $b=0.049$ m。

表3 刚性轮形压载试验的参数拟合结果

$\hat{k}/(kN/m^{\hat{n}+\hat{m}+2})$	\hat{n}	\hat{m}	d/B	R^2	RSME
1 770	0.89	0.29	2.50~6.25 ^a	0.97	0.93
			12.27 ^b		

注: ^a 试验轮径与轮宽比 d/B , ^b 计算轮径与轮宽比 d/B 。

图9中,通过平板和三维压力模型拟合的压力沉陷曲线很好地吻合了试验结果,拟合优度 R^2 均在0.95以上,RSME不大于3.0,如表2和表3所示,此外,两组试验中参数项 $\{k_{eq}, n\}$ 和 $\{\hat{k}, \hat{m}, \hat{n}\}$ 值落在归纳试验结果的区间范围内,并且对应地面质地均为砂石,如图1和图2所示。

表3中,4组刚性轮形的轮径与轮宽比 d/B 分布在2.50~6.25,而采用表2中平板沉陷系数 $k_{eq}=1 187 kN/m^{n+2}$ 对 $\hat{k}(d)^{\hat{m}}$ 中轮径 d 进行求解,计算的 d/B 为12.27,这说明平板 $b=0.081$ m测得的 k_{eq} 数值实际上与直径 $d=0.98$ m的刚性轮形结果是相近的。在相同沉陷量 z 条件下,图9b中的轮地接触压力随着轮径 d 的增大而增大,轮形几何指数项 $\hat{m} > 0$ 。

轮胎刚度特性曲线的测试结果如图10所示,其中,胎压 $p_{in}=115$ kPa时,178/70R19的刚度 k_s 高于203/55R16,而在胎压 p_{in} 为80 kPa时,两者刚度 k_s 基本相同。轮胎在土槽中的压载试验结果如图11所示,在相同轴端位移量 h 条件下,178/70R19的

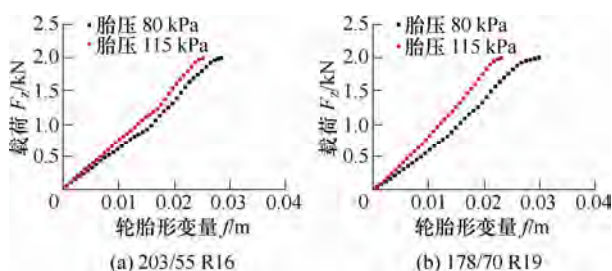


图10 轮胎刚度特性曲线

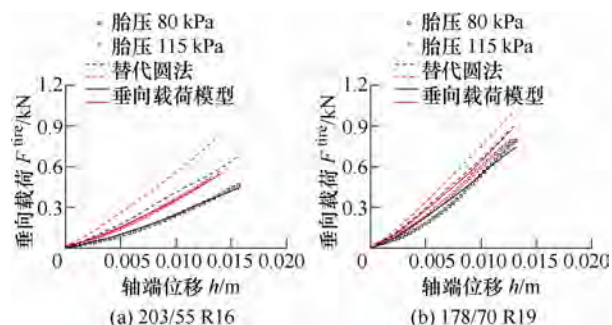


图11 轮胎垂向载荷—轴端位移曲线

垂向载荷 F^{tire} 明显高于203/55R16,这说明当 k_s 与 d/B 值越大时,轮胎对地面作用效果越剧烈。

依据图11中轴端位移 h 对图10中轮胎形变量 f 进行插值,计算刚度值 k_s 代入式(14),依据轮胎垂向载荷模型式(16)计算的垂向载荷 F^{tire} ,计算结果如图11所示。图11中,不同胎压条件下,替代圆法与垂向载荷模型计算的垂向载荷—轴端位移曲线在曲线增长趋势上保持了一致,这是由于两者均是以轮胎刚度试验曲线为依据进行迭代计算所导致的,在相同地面沉陷量 Δz_i 下, Δd_i^* 取决于轮胎形变量 Δf_i ,如式(10)与式(14)所示。不同之处在于,垂向载荷模型计算的 F^{tire} 与试验结果吻合程度较高,两者间最大误差不超过0.1 kN,而替代圆法随着轮径 d 的减小,与试验结果最大误差达到0.28 kN。产生这一现象的原因是由平板模型和三维压力模型在计算轮胎形变量的 d_i^* 与地面沉陷量 z_i 时存在偏差所导致的。

图12为计算过程中提取的形变量 d_i^* 与沉陷量 z_i 的关系曲线,从中可以发现,不同胎压下关系曲线之间的分离程度与轮胎刚度特性曲线相似。但是,相同沉陷量 z 条件下,采用替代圆法计算的替代圆直径 d_i^* 值普遍高于垂向载荷模型的计算结果,这说明在替代圆法中轮胎形变量 f 和替代圆直径 d_i^* 有可能被平板宽度 b 放大,如表2和表3的对比结果所示,相同压力沉陷关系条件下 $b=0.081$ m的平板与直径 $d=0.98$ m的刚性轮形间具有等效性。这一现象反映至实际的轮胎压载试验中被进一步验证,替代圆法计算的 F^{tire} 数值相较于垂向载荷模型和压载试验结果均偏大,如图11所示。

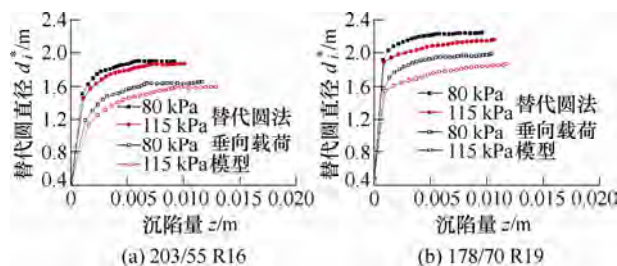


图12 替代圆直径与沉陷量关系曲线

5 原位地面试验结果及分析

在轮胎稳态滑转的情况下,依据参数辨识方法建立原位地面试验内容,并对轮胎牵引力模型参数进行辨识。参数辨识结果为进一步验证轮胎牵引力模型的有效性提供了数值依据。

5.1 原位地面试验内容

原位地面中试验车辆的性能参数如表4所示,

地面为表 1 中试验土壤所对应的原位地面。在试验车辆与制动车辆(质量 3 倍于试验车辆)之间连接牵引力计,通过牵引力计读取车辆牵引力 F_v 。试验过程中液力变矩器未失速,地面为平整地面,因此近似轮胎载荷 W_r 和 f_{DP} 为均匀分布^[22]。

表 4 试验车辆和轮胎性能参数

型号	车辆载荷/ kg	轮胎尺寸 $d_t/m \times B_t/m$	轮胎胎压 P_{in}/kPa	轮胎刚度 $k_s/(kN/m)$
918H 改型	4 300	1.08×0.41	260(低压)	409.5

原位地面试验增加了高速摄像仪,以此改进原位试验环境中车辆速度 \mathbf{v} 与轮胎速度 \mathbf{v}_r 的数据匹配问题。高速摄像仪分辨率为 640×480,单位像素尺寸为 0.003 m,采样率 2 500 pps。通过图像信息中标记点的速度矢量表达,式(20)中瞬时滑转率 s 由此可以依据车辆和轮胎的速度矢量, \mathbf{v} 和 \mathbf{v}_r 进行计算, $s=1-|\mathbf{v}|/|\mathbf{v}_r|$,如图 13 所示。

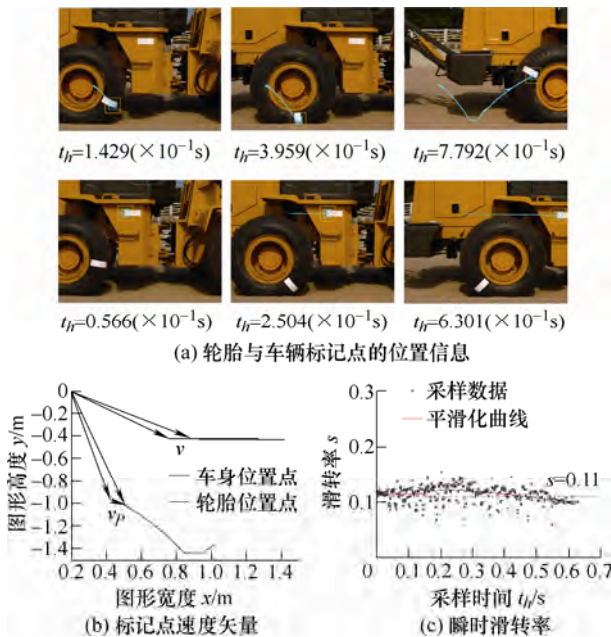


图 13 轮胎滑转率测试过程

测试 $q=6$ 组原位地面试验,试验结果用于构建矢量矩阵 $\mathbf{x}=(f_{DP}, s)^T$,参数初值设定为 $\mathbf{P}_0=(34,$

$0.01, 1\ 500)^T$,依据模型参数辨识方法流程(图 6)对 $\mathbf{P}=(\varphi, K, k_{eq})^T$ 进行辨识。

5.2 试验结果及分析

图 14 为轮胎牵引力与滑转率的测试结果,其中,轮胎牵引力分布在 2.1~5.7 kN,对应滑转率为 0.04~0.36。表 5 展示了模型参数的辨识结果,其中,内摩擦角 $\varphi=37.9^\circ$,与表 1 中试验土壤内摩擦角 φ 之间相对误差为 11.5%。沉陷系数 $k_{eq}=1\ 611\text{ kN/m}^{n+2}$,与表 3 中采用试验模型参数 $\{\hat{k}, \hat{m}, \hat{n}\}$ 和刚性轮形 $d_t=1.08\text{ m}$ 计算的 $k_{eq}=\hat{k} d_t^{\hat{m}}$ 进行对比,两者间相对误差为 10.7%。剪切变形模量 K 并没有对应试验结果进行对比,但是相较于已有试验研究结果,其数值仍介于经验值范围内,如表 6 所示。

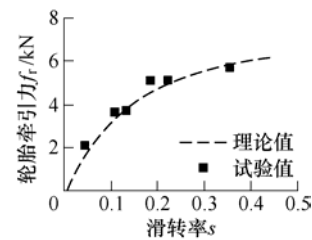


图 14 计算轮胎牵引力与通过性试验对比结果

表 5 参数辨识结果与试验值的对比分析

辨识参数	试验值	辨识结果	相对误差(%)
内摩擦角 $\varphi/(^\circ)$	34.0	37.9	11.5
沉陷系数 $k_{eq}/(\text{kN/m}^{n+2})$	1 805 ^a	1 611	10.7
剪切变形模量 K/m	—	0.033	—

注: a 刚性轮形试验值 $k_{eq}=\hat{k} d_t^{\hat{m}}$ 。

表 6 展示了相同地面质地(砂石)条件下,轮地相互作用力模型与已有研究的模型参数对比分析结果,其中,辨识的内摩擦角 φ 均介于砂石的经验值 $23.5^\circ \sim 42.2^\circ$ 范围内^[2,7,15],这说明通过三维压力模型构建的轮地相互作用力模型在响应内摩擦角变化上与平板模型具有相同的应用效果。沉陷系数项 k_{eq} 陷系数经验值 $1\ 219 \sim 2\ 991\text{ kN/m}^{n+2}$ 的范围内,如图 1 所示。尽管文献[12]虽以平板压力模型为基础,

表 6 参数辨识结果与已有试验的对比分析

地面质地	车轮 形式	$\varphi/(^\circ)$	沉陷系数 $k_{eq}/(\text{kN/m}^{n+2})$	剪切变形模量 K/m	圆直径 d^*/m	轮胎形变量 f/m
砂石	轮胎	37.9	1611	0.033	5.32	0.04
文献[8]	轮胎	25.0	583	0.025	—	—
文献[2]	刚性轮	33.3	590.2	0.038	—	—
文献[6]	刚性轮	34.3	451.7	0.040	—	—
文献[12]	刚性轮	35.8	1 796	0.011	—	—

但是研究中通过轮刺效应对有效作用轮径进行了修正,这与本次研究中采用替代圆反映特定胎压下的轮胎形变量具有相似性。除此之外, k_{eq} 相较于其他试验结果均偏大,特别是在地面剪切变形模量 K 相近的情况下, k_{eq} 数值与车轮形式同样为轮胎的文献[8]之间计算偏差达到 $1\,028\text{ kN/m}^{n+2}$,产生这一问题的原因与已有研究以平板压力模型为基础且并未考虑轮胎形变量有关,这使得辨识的内摩擦角 φ 结果相对偏低。

将参数辨识结果代入式(19)中进一步计算轮胎各向载荷,以此验证轮地相互作用力模型的有效性。轮胎牵引力 f_r 、转矩 T 以及法向力 f_N 随滑转率 s 变化的计算结果如图14和图15所示,计算结果与试验结果间RSME分别为0.37、1.06、1.04。此外,轮胎前进过程中垂向载荷 f_N 受到滑转率的影响很小,将试验车辆的轮胎刚度以及辨识的 k_{eq} 代入轮胎垂向载荷模型中计算轮胎载荷 $F^{tire}=f_N$ 条件下的替代圆直径 d^* ,以及轮胎形变量 f ,结果列于表6中。从表6中发现,当轮胎尺寸 $d_t \times B_t = 1.08 \times 0.41\text{ m}$ 、轮胎胎压为 260 kPa 时,计算替代圆直径 $d^* = 5.32\text{ m}$ 与轮胎形变量 $f = 0.04\text{ m}$ 之间建立起了联系,这对于在已有参数辨识方法中增加轮胎形变量 f 的估计过程是一项有益改进。

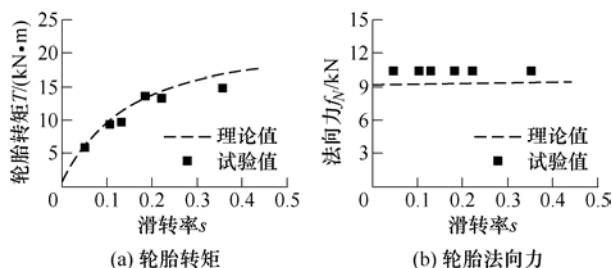


图 15 计算轮胎转矩、法向力与通过性试验对比结果

需要指出的是,结合模型参数的辨识和对比分析结果,由于模型仍然保留了对应地面质地的试验三维压力模型参数 $\{\hat{k}, \hat{m}, \hat{n}\}$,相应地使得土壤力学性质 $\{\varphi, c\}$ 与模型参数 $\{\hat{k}, \hat{m}, \hat{n}\}$ 之间形成了对应关系,这有效地保证了模型在黏土和壤土等不同质地地面中的拓展应用效果。此外,实际应用中若已知上述参数的情况下,进一步引入轮胎性能参数 $\{d, B, k_s, P_m\}$,则可通过实时监测的轮胎滑转率以及轮地相互作用力模型对轮胎各向载荷进行预测,这为考虑轮胎几何和胎压因素的车辆行驶状态估计提供了理论与数据支持。

6 结论

本文针对轮胎几何和胎压因素影响下的轮地相

互作用力展开研究,在已有研究的基础上,建立了三维压力模型与替代圆法相结合的轮地相互作用力模型及其参数辨识方法,并通过土槽试验平台和原位地面试验进行了验证和分析,所得结论如下。

(1) 相同胎压条件下,垂向载荷模型对于轮胎几何尺寸变化的响应相较于替代圆法更为显著,轮径与轮宽比 d/B 分别为2.00和2.71时,垂向载荷模型与试验值之间最大误差均不超过 0.1 kN ,而替代圆法最大误差为 0.28 kN 。

(2) 相同轮胎条件下,垂向载荷模型与替代圆法均具有反映胎压变化的能力,但随着胎压的降低,替代圆法中的平板压力模型放大了轮胎弹性形变量,进而导致实际地面沉陷量相对偏低。

(3) 两种方法在轮径 $d=0.483\text{ m}$ 时开始出现相互逼近的趋势。

(4) 轮胎牵引力模型的内摩擦角辨识结果 $\varphi=37.9^\circ$ 与土壤剪切试验结果 $\varphi=34.0^\circ$ 的相对误差为11.5%,与相同土壤质地下的已有研究结果均分布在经验值 $25.0^\circ \sim 37.9^\circ$ 。

(5) 包含替代圆直径 $d^*=5.32\text{ m}$ 的沉陷系数辨识结果 $k_{eq}=1\,611\text{ kN/m}^{n+2}$ 与试验刚性轮形试验结果 $1\,805\text{ kN/m}^{n+2}$ 的相对误差为10.7%。参数辨识结果相较于已有研究结果偏大,但仍介于沉陷系数 k_{eq} 经验值 $1\,219 \sim 2\,991\text{ kN/m}^{n+2}$ 的范围内。

(6) 辨识结果中, d^* 具有反映特定胎压下的轮胎弹性形变量 f 的能力,这有助于改善低压轮胎的牵引力预测以及车辆偏载状态下的轮胎性能参数估计过程。

(7) 通过参数辨识结果计算的轮胎各向载荷与试验结果的RSME分别为0.37、1.06、1.04。

参 考 文 献

- [1] BEKKER M G. Land locomotion on the surface of planets[J]. *Ars Journal*, 1962, 32(11): 1651-1659.
 - [2] WONG J Y. *Terramechanics and off-road vehicle engineering*[M]. 2nd ed. Oxford: Elsevier, 2010.
 - [3] REECE A R, Hettiaratchi D R P. A slip-line method for estimating passive earth pressure[J]. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 1989, 42(1): 27-41.
 - [4] HAMBLETON J P, Drescher A. Modeling wheel-induced rutting in soils: Indentation[J]. *Journal of Terramechanics*, 2008, 45(6): 201-211.
 - [5] 赵家丰, 汪伟, 孙中兴, 等. 均质土壤承压下陷模型改进及验证[J]. *农业工程学报*, 2016, 32(21): 60-66.
- ZHAO Jiafeng, WANG Wei, SUN Zhongxing, et al. Improvement and verification of pressure-sinkage model in homogeneous soil[J]. *Transactions of the Chinese*

- Society of Agricultural Engineering, 2016, 32(21): 60-66.
- [6] HUTANGKABODEE S, ZWEIRI Y H, SENEVIRATNE L D, et al. Soil parameter identification for wheel-terrain interaction dynamics and traversability prediction[J]. International Journal of Automation & Computing, 2006, 3(3): 244-251.
- [7] CROSS M, ELLERY A, QADI Ala'. Estimating terrain parameters for a rigid wheeled rover using neural networks[J]. Journal of Terramechanics, 2013, 50(3): 165-174.
- [8] 杨帆, 林国余, 张为公, 等. 基于实车试验的滑转沉陷效应实验分析[J]. 东南大学学报: 2016, 32(2): 201-207.
YANG Fan, LIN Guoyu, ZHANG Weigong, et al. Experimental analysis of the slip sinkage effect based on real vehicle test[J]. Journal of Southeast University, 2016, 32(2): 201-207.
- [9] 黄晗, 李建桥, 吴宝广, 等. 轻载荷条件下轻型车辆车轮牵引通过性模型的建立与验证[J]. 农业工程学报, 2015, 31(12): 64-70.
HUANG Han, LI Jianqiao, WU Baoguang, et al. Construction and verification of lightweight vehicle wheel tractive trafficability model under light load[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2015, 31(12): 64-70.
- [10] IAGNEMMA K, KANG S, SHIBLY H, et al. Online terrain parameter estimation for wheeled mobile robots with application to planetary rovers[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2004, 20(5): 921-927.
- [11] 冯彦彪, 杨珏, 季智焱, 等. 基于最优滑转率的电动车辆驱动防滑控制策略[J]. 农业工程学报, 2015, 31(8): 119-125.
FENG Yanbiao, YANG Jue, JI Zhiyi, et al. Fuzzy anti-slip control based on optimal slip control[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2015, 31(8): 119-125.
- [12] 丁亮. 月/星球车轮地作用地面力学模型及其应用研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
DING Liang. Wheel-soil interaction terramechanics for lunar/planetary exploration rovers: modeling and application[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010.
- [13] SCHMID I C. Interaction of vehicle and terrain results from 10 years research at IKK[J]. Journal of Terramechanics, 1995, 32(1): 3-26.
- [14] HARNISCH C, LACH B, JAKOBS R, et al. A new tyre-soil interaction model for vehicle simulation on deformable ground[J]. Vehicle System Dynamics, 2005, 43(suppl. 1): 384-394.
- [15] MEIRION-GRIFFITH G, SPENKO M. A modified pressure-sinkage model for small, rigid wheels on deformable terrains[J]. Journal of Terramechanics, 2011, 48(2): 149-155.
- [16] MEIRION-GRIFFITH G, SPENKO M. A comprehensive pressure-sinkage model for small-wheeled unmanned ground vehicles on dilative, deformable terrain[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2012: 4052-4057.
- [17] HUANG Han, LI Jianqiao, CHEN Baichao, et al. Performance evaluation of a wire mesh wheel on deformable terrains[J]. Journal of Terramechanics, 2016, 68: 9-22.
- [18] MEIRION-GRIFFITH G, SPENKO M. Simulation and experimental validation of a modified terramechanics model for small-wheeled vehicles[J]. Astronomy & Astrophysics, 2014, 565(2): 153-169.
- [19] ISHIGAMI G, MIWA A, Nagatani K, et al. Terramechanics-based model for steering maneuver of planetary exploration rovers on loose soil[J]. Journal of Field Robotics, 2010, 24(3): 233-250.
- [20] LAMANDÉ M, SCHJØNNING P. Transmission of vertical stress in a real soil profile. Part II: Effect of tyre size, inflation pressure and wheel load[J]. Soil & Tillage Research, 2011, 114(2): 71-77.
- [21] 王宪良, 王庆杰, 李洪文, 等. 基于 FRIDA 模型的轮胎-土壤接触特性研究[J]. 农业机械学报, 2016, 47(9): 121-127.
WANG Xianliang, WANG Qingjie, LI Hongwen, et al. Research on contact properties of soil-tyre based on FRIDA Model[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2016, 47(9): 121-127.
- [22] 郭腾鹏, 侯亮, 陈鼎, 等. 基于有限元与逆向工程的轮-沙耦合沉降试验研究[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(2): 345-351.
GUO Tengpeng, HOU Liang, CHEN Ding, et al. Experimental study of wheel sand coupling settlement based on finite element method and reverse engineering [J]. Science Technology and Engineering, 2018, 18(2): 345-351.
- [23] BATTIATO A, DISERENS E. Tractor traction performance simulation on differently textured soils and validation: A basic study to make traction and energy requirements accessible to the practice[J]. Soil & Tillage Research, 2017, 166: 18-32.

作者简介: 陈鼎, 男, 1985 年出生, 博士研究生。主要研究方向为粗糙界面接触、在线状态监测、车辆动力学。

E-mail: dingcr8@163.com

侯亮(通信作者), 男, 1974 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为复杂机电装备产品的大批量定制与创新设计、振动与噪声控制、预测与健康管理。

E-mail: hliang@xmu.edu.cn