DOI: 10.3901/JME.2020.02.063

基于循环拉-压试验的混合硬化模型参数 确定及模型应用*

李 群¹ 金 淼¹ 邹宗园¹ 郭 佳¹ 杨 聪²

(1. 先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室(燕山大学) 秦皇岛 066004;

2. 蜂巢能源科技有限公司 保定 071000)

摘要: 材料弹塑性本构模型是影响有限元模拟精度的最重要因素, 混合硬化本构模型能较准确表现材料塑性变形过程真实硬化特征, 而本构模型中材料特性相关参数是否准确直接影响到有限元模拟的精度。基于 Hill48 各向异性屈服准则, 结合 Voce 各向同性硬化模型和 Armstrong-Frederic 非线性随动硬化模型, 建立一个考虑材料各向异性和 Bauschinger 效应的混合硬化弹塑性本构模型。通过循环拉伸-压缩试验, 获得 DC54D+ZF 镀锌板的循环变形应力-应变曲线, 并利用通用全局优化算法, 根据单向应力状态混合硬化本构方程, 准确地确定了混合硬化模型中的材料特性参数。最后, 使用 ABAQUS 有限元软件对板材循环拉伸-压缩问题和板材过拉深筋问题进行该本构模型的适用性分析, 验证了所建立各向异性混合硬化材料本构模型的可靠性和精确性。循环拉伸-压缩试验是直接准确地获得本构模型材料参数的有效方法。

关键词: 各向异性; Bauschinger 效应; 混合硬化; 循环拉伸-压缩试验; 全局优化算法

中图分类号: TG318

Parameter Determination and Application Research of Mixed Hardening Model Based on Cyclic Tension-compression Test

LI Qun¹ JIN Miao¹ ZOU Zongyuan¹ GUO Jia¹ YANG Cong²

(1. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science (Yanshan University),

Ministry of Education of China, Qinhuangdao 066004;

2. Svolt Energy Technology Company Limited, Baoding 071000)

Abstract: The elastoplastic constitutive model of materials is the most important factor affecting the accuracy of finite element simulation. The mixed hardening constitutive model can accurately represent the real hardening characteristics of the plastic deformation process of materials, and the accuracy of the finite element simulation is directly affected by the accuracy of the material parameters of the mixed hardening constitutive model. Based on Hill48 anisotropy yield criterion, and combined with Voce isotropic hardening model and Armstrong-Frederic nonlinear kinematic hardening model, an elastoplastic constitutive model of mixed hardening considering material anisotropy and Bauschinger effect is established. The cyclic stress-strain curves of DC54D+ZF galvanized sheet are obtained through cyclic tension-compression tests, and the material parameters of the mixed hardening model are accurately determined by the universal global optimization algorithm according to the constitutive equation of mixed hardening under unidirectional stress state. The applicability of the constitutive model for the problems of cyclic tension-compression of sheet metal and sheet metal passing through drawbead is analyzed by using ABAQUS finite element software, which verifies the reliability and accuracy of the anisotropic mixed hardening constitutive model. Cyclic tension-compression test is an effective method to obtain the material parameters of the constitutive model directly and accurately.

Key words: anisotropic; Bauschinger effect; mixed hardening; cyclic tension-compression experiment; global optimization algorithm

0 前言

随着计算机技术和有限元仿真技术的快速发

展, 借助有限元商业化模拟软件对板材冲压成形问题进行分析, 已成为冲压工艺分析和模具设计中的主要辅助手段^[1-2]。在冲压成形仿真分析中, 描述板材应力-应变关系的本构模型是仿真计算的核心, 是影响仿真精度的最重要因素。

一个完整的本构关系模型包括屈服准则、流动

* 国家自然科学基金资助项目(51475408, 51575474)。20190418 收到初稿, 20190816 收到修改稿

法则和硬化模型三个方面的内容^[3-4]。针对板材的各向异性特征,国内外学者提出了许多屈服准则,主要分为 Hill 系列、Hosford 系列和 Drucker 系列三大类屈服准则^[5-7],不同的屈服准则有各自的特点和适用性,任何屈服准则都不能适用于所有材料,针对不同的材料,需对其材料性能进行研究和必要的验证来选择合适的屈服准则。硬化模型主要有三类:各向同性硬化、随动硬化和混合硬化。各向同性硬化模型表达式简单,易于编程,但只能描述比例加载时材料的变形行为,无法描述复杂加载状态下板材表现出的 Bauschinger 效应。随动硬化模型有线性随动硬化和非线性随动硬化两大类。ZIEGLER^[8]依据背应力增量与应变增量成比例关系,提出线性随动硬化;Armstrong-Frederic 非线性随动硬化模型引入对变形路径具有减退记忆的动态恢复项,消除了线性随动硬化的缺陷,较好地描述 Bauschinger 效应,是非线性随动硬化模型的研究基础^[9]。CHABOCHE 将背应力表示为多个分量,建立了 Chaboche 非线性随动硬化模型。CHUN 等^[10]提出了基于 A-F 模型的 ANK 非线性随动硬化模型。研究表明,板材在塑性变形过程中并不是完全同性硬化或随动硬化,而是表现出混合硬化。混合硬化模型同时考虑材料在塑性变形过程中的各向同性硬化和随动硬化,能反映金属材料的真实硬化行为。HODGE 等^[11]将塑性应变增量分解为与同性硬化有关和与随动硬化有关的两部分,材料不同两者占比不同,并通过试验验证了混合硬化模型与试验结果具有较好的吻合性。SAFAEI 等^[12]在 Hill48 和 YLD-2000 各向异性屈服准则的基础上,对 CHUN 等提出的硬化模型进行修正,提出了一种平面应力各向异性混合硬化的非关联本构模型。张冬娟^[13]基于不同屈服准则,采用各向同性硬化与 Lemaitre and Chaboche 非线性随动硬化结合,推导了多种非线性混合硬化的弹塑性本构模型。韩超等^[14]基于 Voce 各向同性硬化模型和 A-F 随动硬化模型建立了混合硬化模型。

在上述建立的各种弹塑性本构模型中都包含多个与材料特性相关的参数,这些参数通常通过单向拉伸试验结合双向等拉试验或剪切试验获得,材料参数是否准确直接影响到有限元模拟的计算精度。本文将根据 Hill48 各向异性屈服准则、结合 Voce 各向同性硬化模型和 A-F 非线性随动硬化模型,建立一种考虑各向异性及混合硬化本构模型;利用板材循环拉伸-压缩试验曲线,运用全局优化算法确定混合强化模型参数,并借助 ABAQUS 有限元软件,利用该本构模型对板材循环拉伸-压缩问题和通过

拉深筋变形问题进行研究。

1 本构模型的建立

金属材料发生变形时,其应力随应变发生变化的规律被称为金属材料的本构关系,这是研究材料变形过程的基础。针对板材冲压成形过程中存在的各向异性问题,以及复杂变形区板材经历拉伸后压缩,弯曲反弯曲等反复加载问题,并考虑板材在塑性变形过程中的真实硬化行为,建立一种各向异性混合硬化本构模型,该本构模型的后继屈服准则表示为

$$f(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}, R) = \bar{\boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - \sigma_0 - R = 0 \quad (1)$$

式中, $f(\bullet)$ 为塑性势, $\boldsymbol{\sigma}$ 为流动应力, $\boldsymbol{\alpha}$ 为反映随动硬化的背应力, R 为反映各向同性硬化的应力, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}(\bullet)$ 为等效应力, σ_0 为初始屈服应力。

1.1 Hill48 各向异性屈服准则

屈服准则是判断材料是否进入塑性变形的条件。平面应力状态下,适用于各向异性材料的 Hill48 屈服准则矩阵形式表达式为^[15-16]

$$f = \sqrt{\frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\sigma}} = \bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (2)$$

式中, $\boldsymbol{\sigma}^T = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}\}$, $\mathbf{P}$ 是一个 4 阶张量,可用矩阵形式表达为

$$\mathbf{P} = 2 \begin{pmatrix} \beta_{11} & -\beta_{12} & 0 \\ -\beta_{12} & \beta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{66} \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中, $\sigma_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$ 为主轴坐标系下的应力状态张量, β_{11} , β_{22} , β_{66} , β_{12} 表示与材料各向异性系数 r 值有关的材料参数,可用 r_0 、 r_{45} 和 r_{90} 值来表示。在材料各向异性主轴和应力主轴重合的情况下,令 $\beta_{11} = 1$, 其余 3 个材料参数可由各向异性系数 r 值来确定,其表达式如下

$$\begin{aligned} \beta_{22} &= \frac{r_0(r_{90} + 1)}{r_{90}(r_0 + 1)} & \beta_{12} &= \frac{r_0}{r_0 + 1} \\ \beta_{66} &= \frac{(r_{90} + r_0)(1 + 2r_{45})}{r_{90}(r_0 + 1)} \end{aligned} \quad (4)$$

1.2 流动准则

对于稳定的强化材料,塑性势函数与后继屈服函数相关联,塑性应变增量为

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^p = d\lambda \cdot \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (5)$$

式中, $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$ 为塑性应变增量, $d\lambda$ 为塑性乘子, f 为塑性势。

1.3 混合硬化模型

混合硬化模型由各向同性硬化与非线性随动硬化构成。各向同性硬化部分采用 Voce 非线性各向同性硬化准则, 其表达式为

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + Q[1 - \exp(-b\bar{\varepsilon}^p)] \quad (6)$$

式中, $\bar{\varepsilon}^p$ 为等效塑性应变, Q 、 b 为各向同性硬化材料参数, σ_0 为初始屈服应力。

随动硬化部分采用可以描述 Bauschinger 效应和瞬态行为的 A-F 经典非线性随动强化模型。其背应力的表达式为

$$d\alpha = \frac{2}{3}Cd\bar{\varepsilon}^p - \gamma\alpha d\bar{\varepsilon}^p \quad (7)$$

式中, $d\bar{\varepsilon}^p$ 为等效塑性应变增量, C 、 γ 为随动硬化材料参数。

材料在单向应力状态下, $d\varepsilon^p = d\bar{\varepsilon}^p$, 则式(7)可表达成

$$d\alpha = \frac{2}{3}Cd\varepsilon^p - \gamma\alpha d\varepsilon^p \quad (8)$$

对式(8)进行积分, 可整理得到

$$\alpha = \frac{2}{3}\frac{C}{\gamma}[1 - \exp(-\gamma\varepsilon^p)] \quad (9)$$

单向应力状态下, 材料流动应力可表示为

$$\sigma = \sigma_0 + Q[1 - \exp(-b\bar{\varepsilon}^p)] + \frac{2}{3}\frac{C}{\gamma}[1 - \exp(-\gamma\varepsilon^p)] \quad (10)$$

欲确定流动应力 σ 与等效塑性应变 $\bar{\varepsilon}^p$ 之间的非线性关系, 需要确定 Q 、 b 、 C 、 γ 四个材料参数, 精确获取这些材料参数的办法就是进行板材的循环拉伸-压缩试验。

2 板材循环拉伸-压缩试验

通过对金属材料进行循环拉伸-压缩试验可以直接获取加载过程的应力-应变循环变化曲线, 研究 Bauschinger 效应在不同循环加载分支的演化, 还可以与材料本构模型预测结果进行对比, 验证本构模型的适用性。金属棒材的循环拉伸-压缩试验相对容易, 且有相应的标准可依据^[17-18], 但是金属板材尤其是薄板的循环拉伸-压缩试验却比较困难, 因为金属板材在压缩过程中极易失稳, 所以需要设置约束板材厚度方向失稳屈曲的结构。为获得板材的循环拉压应力-应变曲线设计了一套防失稳夹具(图 1), 防失稳夹具由两侧固定板和带有梳型齿的夹持板组成, 利用该夹具在 Instron8801 电液伺服疲劳试验机上进行了金属板材的循环拉伸-压缩试

验, 试验图片见图 2。

图 1 防失稳夹具

图 2 板材循环拉伸-压缩试验图

试验材料为 DC54D+ZF 镀锌板, 板厚 0.7 mm, 其屈服强度 154.4 MPa, 抗拉强度 312.3 MPa, 弹性模量 172.2 GPa, 伸长率 52.7%。试样几何尺寸为标距 40 mm, 变形区宽度 20 mm, 过渡圆弧半径 20 mm。循环拉伸-压缩试验采用应变控制模式, 应变速率 1.5 %/min, 真应变幅值控制为 0.04。试验过程中, 防失稳夹具的一对夹持板始终和试样接触约束板材失稳, 约束力通过测力传感器测量。因为板材与夹持板之间相对滑动会产生摩擦力, 摩擦力的方向始终和试验机下夹头的运动方向相反, 使得试验机测量到的载荷、应力的结果偏大。假设摩擦力在接触面上均匀分布, 应用库仑摩擦公式计算试验过程中摩擦力的大小, 在测得的试验数据中去掉摩擦力, 得到忽略摩擦的应力-应变曲线。

将测得的循环应力-应变曲线与忽略摩擦力后的应力-应变曲线进行对比, 做于图 3a, 摩擦力所占比例为 1%~2%, 占比极小, 且夹持板对板材表面压应力最大为 0.52 MPa, 相对轴向应力完全可以忽略。将去除摩擦力后的应力-应变曲线的初始拉伸段与不带防失稳夹具的单向拉伸应力-应变曲线作于图 3b, 两条曲线基本重合, 说明此方式忽略摩擦力是合理的, 得到的循环应力-应变试验数据是可靠的。

(a) 原始数据曲线和忽略摩擦后数据曲线对比图

(b) 单向拉伸曲线和忽略摩擦后拉伸段曲线对比图

图3 原始应力-应变曲线与忽略摩擦后应力-应变曲线对比

3 本构模型参数的确定及适用性分析

3.1 材料参数的确定

本构模型中流动应力与等效塑性应变呈非线性映射关系,且参数较多,为准确获取本构模型各个参数,基于循环拉伸-压缩应力-应变曲线,采用1stOpt优化软件进行混合硬化模型中待定系数的确定。1stOpt是一套数学优化分析综合工具软件包,其核心算法为通用全局优化算法,不需要用户给出参数初始值,由软件随机给出,就可以计算寻找全局最优解。

设目标函数为

$$y = A + Q[1 - \exp(-bx)] + \frac{2}{3} \frac{C}{\gamma} [1 - \exp(-\gamma x)] \quad (11)$$

式中, A 代表加载分支屈服应力 $\sigma_{0.2}$, x 代表塑性应变, y 代表流动应力,数据源为DC54D+ZF镀锌板循环拉伸-压缩应力-应变曲线中拉伸分支与压缩分支的塑性段。

使用1stOpt优化软件,输入目标函数及数据源,设置通用全局优化算法为缺省设置,进行待定系数的优化求解。图4所示为根据优化待定系数得到的目标函数计算结果与试验值的对比。图4b为压缩分

支塑性段曲线变换到 xoy 坐标系第一象限进行待定系数的优化求解。迭代所得待定系数结果见表1,其中,相关系数 R 是一个重要指标,它表明了计算结果和给定的数据点之间的相似程度, R 是小于1的值, R 的值越接近1,则计算值与原数据点越接近,拟合误差越小,可信度越高。

(a) 首次拉伸分支塑性段曲线

(b) 压缩分支塑性段曲线

图4 1stOpt迭代计算值与试验值对比图

表1 本构模型材料参数优化结果

材料参数	各向同性硬化		随动硬化		相关系数 R 值
	相关参数		相关参数		
	Q/MPa	b	C/MPa	γ	
拉伸分支	160.61	21.25	82.76	21.25	0.999 92
压缩分支	177.30	12.32	42.94	12.32	0.999 91

3.2 本构模型的应用分析

以ABAQUS有限元分析软件为平台,建立板材循环拉伸-压缩有限元分析模型,如图5所示。试样几何尺寸与试验中相同。单元类型选用4节点减缩积分壳单元S4R。边界条件设置为:板材左侧夹持面全固定约束,对右侧夹持面施加图6所示X方向位移控制,中间变形区施加板厚方向位移约束。

图5 板材循环拉伸-压缩试验有限元模型

图6 位移加载曲线

选用两种材料模型进行对比分析: ABAQUS 软件中的各向同性屈服混合硬化材料本构模型及上述建立的本构模型。ABAQUS 软件本构模型材料参数由软件对材料应力-应变曲线自计算确定, 本文创建的本构模型材料参数见表 1, Q 和 b 为与各向同性硬化相关的参数, C 和 γ 为与随动硬化相关的参数, 拉伸和压缩分支采用不同的材料参数。根据 UMAT 接口, 编写本构模型用户子程序。

将两种本构模型的计算结果与试验结果进行对比, 如图 7 所示, 板材受拉伸力作用, 进入塑性变形后, 本文建立的本构模型计算结果与试验结果完全吻合, ABAQUS 软件中本构模型计算出的应力在真实应变小于 0.04 时比试验应力小, 最大误差为 5.9%, 真实应变在 0.04~0.06 基本吻合; 在对板材进行拉伸变形卸载并反向压缩时, 软件中本构模型的计算结果与试验结果有较大误差, 平均为 9.6%, 而建立的本构模型计算结果的平均偏差为 3.7%; 压缩卸载再次拉伸时, 两种本构模型的计算结果均与试验结果产生偏差, 软件中本构模型与建立本构模型的平均误差分别达到 16.3% 和 5.3%。以上结果说明采用软件中本构模型进行板材拉伸-压缩的循环加载问题分析误差较大, 所建立的本构模型能较好地描述板材的循环加载变形行为。

图7 模拟结果与试验结果对比图

将所建立的本构模型应用到板条通过拉深筋变

形问题数值模拟分析, 利用 ABAQUS 软件建立半圆截面拉深筋的三维分析模型, 模型中假设拉深筋为直条状。如图 8 所示, 拉深筋结构参数为: 筋圆角半径 5 mm, 筋高 5 mm, 两个凹圆角半径 4 mm, 板材长度取 80mm, 厚度 0.7 mm, 宽 8 mm。采用 4 节点缩减积分壳单元 S4R 划分网格, 单元数量 640 个, 材料参数为 DC54D+ZF 相应参数。凸筋、压边圈、凹模与板材接触面之间采用库仑摩擦, 摩擦因数设为 0.07。沿板材长边一侧施加对称约束, 板材右端采用位移约束。设置凸筋压下与板材向右拉伸两个载荷步。

图8 板材过半圆形拉深筋有限元模型

将拉深筋阻力、沿板长方向应变及过拉深筋变形后板材厚向应变的计算结果与试验结果进行对比分析, 列于表 2。

表2 有限元计算结果与试验结果对比

对比指标	试验结果	软件本构模型	建立的本构模型	相对误差(%)	
				软件本构模型	建立的本构模型
拉深筋阻力/kN	3.573	2.965	3.741	-17.02	4.72
板长应变	0.064 7	0.058 6	0.068 5	-9.43	5.87
板厚应变	0.058 3	0.054 2	0.060	-7.03	2.92

表 2 数据表明, ABAQUS 软件中本构模型计算的拉深筋阻力、长度应变和厚向应变结果都小于试验结果, 所建立的本构模型计算结果都大于试验结果, 且所建立的本构模型计算误差最大为 5.87%, 均小于 ABAQUS 软件中本构模型计算误差, 与试验结果更接近, 证明了所提出的各向异性及混合硬化本构模型可以用于复杂加载状态下板材变形行为研究, 其计算结果是可靠的。基于循环拉伸-压缩试验优化模型参数是提高本构模型精度的有效方法。

4 结论

(1) 建立基于 Hill48 各向异性屈服准则并结合 Voce 各向同性硬化模型、A-F 非线性随动硬化模型的本构模型。

(2) 实现循环拉伸-压缩试验, 获得 DC54D+ZF 镀锌板的循环变形应力-应变曲线, 基于优化方法准确地确定了混合硬化模型中的材料系数。

(3) 通过板材循环拉伸-压缩问题和板材过拉深筋问题的有限元模拟和试验,验证了所建立的各向异性混合硬化材料本构模型的可靠性和精确性。

参 考 文 献

- [1] 兰凤崇, 王玉超, 陈吉清. 汽车覆盖件冲压成形仿真研究进展[J]. 计算机集成制造系统, 2007, 13(8): 1586-1596.
LAN Fengchong, WANG Yuchao, CHEN Jiqing. Advances in sheet metal forming simulation of automotive body[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2007, 13(8): 1586-1596.
- [2] 李光耀, 王琥, 杨旭静, 等. 板料冲压成形工艺与模具设计制造中的若干前沿技术[J]. 机械工程学报, 2010, 46(10): 31-39.
LI Guangyao, WANG Hu, YANG Xujing, et al. Some new topics on process design and mould manufacture for sheet metal forming[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(10): 31-39.
- [3] 彭鸿博, 张宏建. 金属材料本构模型的研究进展[J]. 机械工程材料, 2012, 36(3): 5-10.
PENG Hongbo, ZHANG Hongjian. Research development of the constitutive models of metal materials[J]. Materials for Mechanical Engineering, 2012, 36(3): 5-10.
- [4] EGGERTSEN P A, MATTIASSEN K. On constitutive modeling for springback analysis[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2010, 52(6): 804-818.
- [5] 臧顺来, 郭成, 张珂. 板料成形中材料模型的研究进展[J]. 塑性工程学报, 2007, 14(2): 97-102.
ZANG Shunlai, GUO Cheng, ZHANG Ke. Investigation on the material constitutive model in sheet metal forming [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2007, 14(2): 97-102.
- [6] 王海波, 万敏, 阎昱, 等. 参数求解对屈服准则的各向异性行为描述能力的影响[J]. 机械工程学报, 2013, 49(24): 45-53.
WANG Haibo, WAN Min, YAN Yu, et al. Effect of the solving method of parameters on the description ability of the yield criterion about the anisotropic behavior[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(24): 45-53.
- [7] 陈正阳. 一种板料成形屈服准则的建立与应用[D]. 北京: 北方工业大学, 2015.
CHEN Zhengyang. Establishment and application of a kind of yield criterion for sheet forming[D]. Beijing: Northern University of Technology, 2015.
- [8] ZIEGLER H. A modification of Prager's hardening rule[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1959, 17: 55-65.
- [9] ARMSTRONG P J, FREDERICK C O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effects[R]. CEGB report, RD/b/N/731, Berkeley Nuclear Laboratories, Berkley UK, 1966.
- [10] CHUN B K, JINN J T, LEE J K. Modeling the Bauschinger effect for sheet metals, part I: theory[J]. International Journal of Plasticity, 2002, 18(5): 571-595.
- [11] HHDGE P G Jr, BERMAN, IRWIN. Piecewise linear strain hardening plasticity[J]. American Society of Mechanical Engineers, Applied Mechanics Division, 1976, 20: 57-77.
- [12] SAFAEI M, ZANG S L, LEE M G, et al. Evaluation of anisotropic constitutive models: Mixed anisotropic hardening and non-associated flow rule approach[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2013, 73(4): 53-68.
- [13] 张冬娟. 板料冲压成形回弹理论及有限元数值模拟研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2006.
ZHANG Dongjuan. Theoretical and numerical study on springback prediction in sheet metal forming[D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2006.
- [14] 韩超, 董湘怀. 一种考虑包申格效应的等效拉深筋模型[J]. 锻压技术, 2017, 42: 33-38.
HAN Chao, DONG Xianghuai. An equivalent drawbead model considering Bauschinger effect[J]. Forging and Stamping Technology, 2017, 42: 33-38.
- [15] HILL R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals[J]. Proceedings of the Royal Society A, 1948, 193(1033): 281-297.
- [16] 辛策. 适用于循环加载的弹塑性本构模型的建立及应用[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2017.
XIN Ce. Establishment and application of elasto-plastic constitutive model for cyclic Loading[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2017.
- [17] 马鸣图. 金属合金中的 Bauschinger 效应[J]. 机械工程材料, 1986(2): 17-38.
MA Mingtu. A review of the Bauschinger effect in metals and alloys[J]. Journal of Mechanical Engineering, 1986(2): 17-38.
- [18] 王延峰, 李聪, 凌绪玉, 等. 金属材料的包申格效应综述[J]. 中国核科技报告, 2002: 410-423.
WANG Yanfeng, LI Cong, LIN Xuyu, et al. An overview on the Bauschinger effect in metallic materials[J]. China Nuclear Science and Technology Report, 2002: 410-423.

作者简介: 李群, 女, 1971 年出生, 博士, 副研究员。主要研究方向为板材塑性成形理论。

E-mail: qunli@ysu.edu.cn

金淼(通信作者), 男, 1968 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为冲压成形理论及液压机现代设计理论。

E-mail: jmiao@ysu.edu.cn