DOI: 10.3901/JME.2020.01.058

非线性二自由度主动悬架滑模控制方法的研究*

秦 武 上官文斌 吕 辉

(华南理工大学机械与汽车工程学院 广州 510641)

摘要: 以非线性二自由度主动悬架模型为研究对象, 分析与验证了基于参考天棚模型的滑模控制算法在非线性和主动悬架控制中的有效性。根据参考天棚模型和非线性二自由度模型中簧载质量位移和速度相等, 利用滑模控制方法, 给出了非线性二自由度主动悬架的控制力的计算方法。试验测试了有无控制时非线性二自由度主动悬架系统中簧载质量的加速度, 验证了主动悬架的控制力的计算方法的有效性。给出了参考天棚模型中天棚阻尼系数的选择方法, 研究了控制参数对非线性二自由度主动悬架控制效果的影响。基于非线性二自由度主动悬架模型, 计算分析了滑模控制和线性二次型最优(Linear quadratic regulator, LQR)控制的主动悬架性能指标。结果表明: 对于非线性二自由度悬架系统, 基于参考天棚滑模控制的主动悬架系统可以获得更优的性能指标。

关键词: 非线性二自由度主动悬架模型; 参考天棚模型滑模控制算法; 天棚阻尼系数; 悬架性能指标

中图分类号: U463

Research on Sliding Mode Control for Nonlinear Active Suspension System with Two Degrees of Freedom

QIN Wu SHANGGUAN Wenbin LÜ Hui

(School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641)

Abstract: Based on the nonlinear model of two degrees of freedom (2DOF), the sliding mode control (SMC) algorithm based on reference sky-hook model for active suspension system is proposed. The effectiveness of the algorithm applied in the nonlinear 2DOF control system of active suspension is validated by the active suspension plant. In the reference sky-hook model and the nonlinear 2DOF control model of active suspension, the displacement and the velocity of sprung mass assumed to be equal by using the control force. The calculation method for control force of active suspension is developed by using the SMC algorithm based on reference sky-hook model. Through the measured acceleration of sprung mass in nonlinear 2DOF model with SMC, the effectiveness of the calculated method for the control force is verified. The method for selecting damping coefficient in reference sky-hook model is proposed. The influence of the selected parameters in reference sky-hook model on the controlling performance of the nonlinear 2DOF control system of active suspension is analyzed. Based on the nonlinear 2DOF suspension model, the performance indexes of active suspension system with SMC and linear quadratic regulator (LQR) control are calculated and compared. It is shown that the nonlinear active suspension control system with SMC based on reference sky-hook model can obtain the better performance indexes.

Key words: nonlinear 2DOF suspension model; SMC algorithm; sky-hook damping; performance indexes

0 前言

悬架系统是汽车的车身与车轮之间的一切传力连接装置的总称, 其主要功能是承受车身质量, 衰减来自路面的不平度激励和提供良好的轮胎路面接触以确保车辆的行驶稳定性^[1-2]。区别于传统的被动

悬架, 主动悬架系统在簧载质量与非簧载之间安装了作动器。利用主动悬架的控制算法, 计算作动器的控制力, 并将其作用于簧载质量起到降低簧载质量振动的作用, 从而改善汽车平顺性, 提高整车的 NVH 性能^[3]。因此, 研究主动悬架的控制算法对整车的 NVH 特性至关重要。

基于参考天棚模型的滑模控制算法, 通过选择合理的天棚阻尼系数, 可以获得较优的主动悬架性能指标^[4]。目前大多数学者在线性二自由度模型基础上研究了参考天棚模型的滑模控制的主动悬架或

* 国家自然科学基金 (51975217, 51605167, 11472107)、广州市科技计划 (201804010092) 和中央高校基本科研业务费 (2019MS058) 资助项目。
20190122 收到初稿, 20190815 收到修改稿

者半主动悬架系统^[5-9]。然而,当车轮有较大的上下跳动时,悬架弹簧会碰到减振器上端的限位块,悬架刚度会产生突变。除此之外,主动悬架系统易受到扰动力,例如汽车转弯或制动工况下引起的载荷转移。因此,当二自由度模型存在非线性特性和干扰力时,需要验证基于参考天棚模型的悬架滑模控制算法的稳定性和有效性。在此基础上,进一步的研究参考天棚模型的悬架刚度对非线性二自由度主动悬架控制效果的影响。

1/4 汽车的主动悬架系统主要包括 1/4 汽车模型、控制算法和执行器。执行器可以为电机作动器、电磁作动器和电液伺服作动器^[10]。

在 1/4 汽车建模的研究方面中, SANDU 等^[11]建立了基于麦弗逊悬架的 1/4 汽车模型,将模型中的簧载质量设置为只有垂直方向自由度的质量块,对比分析了 1/4 汽车模型和其简化的二自由度模型的簧载质量加速度。结果表明,由于所研究的麦弗逊悬架的主销内倾角和外倾角变化范围很小(0.4°),基于麦弗逊悬架的 1/4 汽车模型可以等效为简化的二自由度模型。STENSSON 等^[12]考虑了麦弗逊悬架的减振器上端的橡胶限位块,建立了基于麦弗逊悬架的 1/4 汽车模型。当轮心受到较大的激励力时,由于减振器碰撞限位块,悬架刚度表现出较强的非线性特性。研究结果表明:悬架刚度的非线性特性对 1/4 汽车模型的簧载质量加速度的影响较大。在参考文献[11-12]中,减振器的阻尼系数都设定为恒定的常数。

在主动悬架控制算法研究方面中,目前有基于各种控制理论的主动悬架控制算法。较为成熟的算法有基于线性二次型最优控制算法的 LQR^[13]、反推演算算法(Back stepping)^[14]和滑模控制算法^[15-16]等。国内外学者以二自由度模型为对象,研究了滑模控制的半主动或者主动悬架的控制效果。

国外典型的研究工作有:VAIJAYANTI 等^[15]以非线性二自由度主动悬架模型为研究对象,将悬架弹簧力与悬架动行程和减振器的阻尼力与悬架相对速度的非线性关系分别假定为 3 多项式和 2 次多项式,给出了基于输出延迟观察器的主动悬架的滑模控制方法。KIM 等^[8]和 CHEN 等^[9]建立了基于不同类型悬架的 1/4 汽车模型及其等效二自由度主动悬架模型,得到了等效二自由度主动悬架模型中悬架刚度(恒定值)和等效阻尼系数。以等效线性二自由度主动悬架模型为对象,提出了基于参考模型的主动悬架滑模控制方法。与基于参考模型的滑模控制的半主动悬架相比,由于主动悬架的控制力方向与悬架相对速度的方向可以相反,滑模控制的主动悬

架系统可以获得更好的控制效果。CHEN 等^[16]将滑模控制算法与线性二次最优控制算法相结合,计算了最优的主动悬架的控制力,得到了在高斯白噪声的路面激励下最小的悬架性能指标。然而实际的路面激励种类很多且悬架系统容易受到外界的干扰,优化滑模控制器的控制效果会变差。

国内的典型研究工作有:庞辉等^[5]以非线性二自由度主动悬架模型为对象,提出了自适应 T-S 模糊滑模控制算法,分析了在干扰力作用下模糊滑模控制器的鲁棒性。仿真结果表明:模糊滑模控制器具有抑制扰动的能力和改善主动悬架综合性能。姚嘉凌等^[6]以线性二自由度半主动悬架模型为对象,提出了基于参考模型的半主动悬架的滑模控制算法。在 B 级路面的激励下,与无控制和线性二次最优控制相比较,滑模控制的二自由度半主动悬架模型的簧载质量加速度功率谱密度的计算值明显减小。楼少敏等^[7]以 1/2 汽车线性 4 自由度模型为研究对象,给出了多目标主动悬架滑模控制方法,对比了主动悬架和被动悬架的簧载质量垂向加速度和俯仰加速度。仿真结果表明:在时域和频域中,滑模控制的主动悬架减小了簧载质量垂向加速度和俯仰加速度。由于在仿真过程中建立的二自由度主动悬架模型或 1/2 汽车主动悬架模型中悬架刚度设定为恒定的常数且簧载质量没有受到干扰力,滑模控制算法的稳定性和有效性并没有得到试验验证。

综上所述,在基于参考天棚模型的半主动或者主动悬架滑模控制的研究中,以线性或非线性二自由度模型为对象,仿真分析了所设计的参考天棚模型的滑模控制算法的有效性。然而,已研究的滑模控制(如文献[15])没有考虑天棚模型中天棚阻尼系数对主动悬架控制系统的影响,且得到的控制力的表达式较为复杂,很难通过实验验证所提出的滑模控制方法的有效性。此外,也没有研究作用于簧载质量的外界干扰力对参考天棚模型的滑模控制算法的稳定性和有效性的影响。

本文考虑悬架弹簧力与悬架动行程、和减振器阻尼力与悬架相对速度的非线性关系,建立了基于麦弗逊悬架的 1/4 汽车的非线性二自由度模型。以非线性二自由度悬架模型为研究对象,给出了天棚模型中天棚阻尼系数的选择方法,提出了基于参考天棚模型的非线性二自由度主动悬架滑模控制算法,得到了较为简单的控制力的表示式,实现了衰减簧载质量的振动和保证悬架动行程最终趋近于零的目的。通过 Quanser-Active Suspension 试验台,验证了提出的基于参考天棚模型的滑模控制算法在非线性的二自由度主动悬架系统中的有效性和稳定

性,并试验分析了外界干扰力和参考天棚模型中悬架刚度对滑模控制的主动悬架系统性能的影响。

对比分析了非线性二自由度主动悬架模型中簧载质量和非簧载质量位移的计算值和试验值,验证了非线性二自由度主动悬架控制方法的正确性。计算分析了基于滑模控制和基于线性二次型最优控制的非线性二自由度主动悬架性能指标。研究结果表明:对于非线性二自由度悬架系统,基于参考天棚模型滑模控制的主动悬架系统可以获得更优的性能指标。

1 非线性二自由度主动悬架模型

图1a为基于麦弗逊悬架的1/4汽车模型(下文简称1/4汽车模型)。它有控制臂(1)、非簧载质量(2)、弹性元件、阻尼元件以及作动器(3)和簧载质量(4),其中簧载质量(车身)只有垂向方向的自由度。

(a) 基于麦弗逊悬架的1/4汽车模型

(b) 简化的二自由度主动悬架模型

图1 不同类型的1/4汽车模型

1. 控制臂 2. 非簧载质量 3. 弹簧减振器及作动器

图1b为简化的二自由度主动悬架模型,二自由度悬架模型和1/4汽车模型的质量、刚度和阻尼系数都相等。文献[11]研究表明:当车轮上下跳动时,所研究的麦弗逊悬架的主销内倾角变化很小,二自由度悬架模型与1/4汽车模型的簧载质量和非簧载质量的动态响应基本一致,两种模型可以相互等效。

在图1b中简化的二自由度悬架模型的参数有:簧载质量(m_s)、非簧载质量(m_u)、悬架弹簧力(f_s)、减振器的阻尼力(f_d)和轮胎的动载荷(f_t)。路面的激励位移记为 z_r ,簧载质量和非簧载质量的位移相对于平衡位置分别记为 z_s 和 z_u 。简化的二自由度主动悬架模型的动力学式为

$$m_s \ddot{z}_s + f_s + f_d - f_c = 0 \quad (1)$$

$$m_u \ddot{z}_u - f_s - f_d + f_t + f_c = 0 \quad (2)$$

式(1)和(2)中轮胎的动载荷、悬架弹簧力和减振器的阻尼力均有非线性特性。

轮胎动载荷的表达式为

$$f_t = \begin{cases} k_t(z_u - z_r) & (z_u - z_r) \leq (m_s + m_u)g / k_t \\ 0 & (z_u - z_r) > (m_s + m_u)g / k_t \end{cases} \quad (3)$$

式中 k_t ——轮胎的刚度;

g ——重力加速度。

由于轮胎的阻尼很小,式(3)中忽略了轮胎的阻尼力。

在较大振幅的路面激励下,悬架弹簧会碰撞减振器上端的限位块,悬架刚度会急剧变大。图2为悬架弹簧的力(f_s)与悬架动行程($z_{su}=z_s-z_u$)示意图。

图2 悬架弹簧力与悬架动行程的示意图

由图2可知,通过2段线性函数,拟合悬架弹簧力与悬架动行程之间的非线性关系,其表达式为

$$f_s = \begin{cases} k_2 z_{su} & z_{su} \geq a \\ k_1(z_{su} - a) + k_2 a & z_{su} < a \end{cases} \quad (4)$$

式中 k_1 ——第一段线性弹簧刚度;

$k_1=k_0+k_2$;

k_0 ——限位块的刚度;

k_2 ——第二段线性弹簧刚度;

a ——常数(拐点)。

参数 a 是悬架刚度突变的点。当悬架弹簧碰到了限位块,使得悬架刚度突变。因此,悬架弹簧与限位块之间的距离为 a 。假定悬架的拉伸行程为正、压缩行程为负。

图3为减振器的阻尼力(f_d)与悬架相对速度($\dot{z}_{su}$)的曲线图。通过4段线性拟合减振器阻尼力与悬架

相对速度的非线性特性。其表达式为

$$f_d = \begin{cases} f_{\min} & \dot{z}_{su} \leq b \\ c_1 \dot{z}_{su} & b < \dot{z}_{su} \leq 0 \\ c_2 \dot{z}_{su} & 0 < \dot{z}_{su} \leq c \\ f_{\max} & \dot{z}_{su} > c \end{cases} \quad (5)$$

式中 $\dot{z}_{su}$ ——悬架相对速度；

c_1, c_2 ——第一段和第二段减振器阻尼系数；

b, c ——常数(拐点)。

式(5)中参数 b 和 c 可以通过试验数据拟合得到。

图3 减振器阻尼力与悬架相对速度的关系

2 基于参考天棚模型的滑模控制方法

2.1 参考天棚模型

对悬架进行控制系统的设计时的难点为：路面激励较难得到，模型具有非线性和不确定性，易受到外界的干扰。滑模控制是一种变结构控制，适用于有扰动的非线性系统，对外部的干扰不敏感性，具有较强的鲁棒性。基于参考天棚模型的滑模控制的基本原理：构造适当的控制力，使二自由度控制模型中的簧载质量的运动(位移和速度)和参考天棚模型的簧载质量运动一致。

二自由度主动悬架模型如图 1b 所示。图 4 为图 1b 的参考天棚模型，是在簧载质量与理想固定端之间增加了天棚阻尼系数。由图 4 可见，参考天棚模型不考虑二自由度模型中轮胎刚度和轮胎阻尼。

图4 参考天棚模型

以二自由度主动悬架模型的非簧载质量的位移

和速度信号作为参考天棚模型的输入，利用参考天棚模型和二自由度主动悬架模型中簧载质量位移和速度相等，计算出二自由度主动悬架模型中控制力的大小。

由图 4 可知，参考天棚模型的动力学表达式为

$$m_s \ddot{z}_{sr} + f_{sr} + f_{dr} + f_{sk} = 0 \quad (6)$$

$$f_{sk} = c_{sk} \dot{z}_{sr} \quad (7)$$

式中 c_{sk} ——天棚阻尼系数；

f_{sr} ——参考天棚模型中悬架弹簧力；

f_{dr} ——参考天棚模型中减振器阻尼力；

f_{sk} ——参考天棚模型中天棚阻尼力。

参考天棚模型中悬架弹簧刚度和减振器阻尼系数分别等于二自由度主动悬架模型中悬架弹簧刚度和减振器阻尼系数。

为了减少二自由度主动悬架模型中簧载质量的振动和保证悬架动行程最终趋近于零，二自由度主动悬架模型和参考天棚模型的簧载质量位移的差值以及簧载质量速度的差值都要接近于零。簧载质量位移的差值和簧载质量速度的差值表达式分别为

$$e_1 = z_s - z_{sr} \quad (8)$$

$$e_2 = \dot{e}_1 \quad (9)$$

式中 e_1 ——二自由度主动悬架模型和参考天棚模型的簧载质量位移的差值；

e_2 ——二自由度主动悬架模型和参考天棚模型的簧载质量速度的差值。

由式(1)、(6)、(8)和(9)可知，二自由度主动悬架模型和参考天棚模型的簧载质量速度差值的导数为

$$\dot{e}_2 = (-f_s - f_d + f_c + f_{sr} + f_{dr} + f_{sk}) / m_s \quad (10)$$

2.2 控制力的构造

由于二自由度主动悬架模型的簧载质量位移的差值以及簧载质量速度的差值要接近于零，可以将二自由度主动悬架模型和参考天棚模型中簧载质量位移的差值和簧载质量速度的差值作为控制目标。参考天棚模型滑模控制算法的滑模面构造为^[8]

$$s = g_1 e_1 + g_2 e_2 \quad (11)$$

式中 g_1 ——控制参数；

g_2 ——控制参数。

若滑模面在有限的时间内最终趋近于零时，

可得

$$g_1 e_1 + g_2 e_2 = 0 \quad (12)$$

将式(9)代入式(12)，假设(12)式中 e_1 与 e_2 的解分别为

$$e_1 = e_{10} e^{-g_1 t / g_2} \quad (13)$$

$$e_2 = -e_{10} g_1 e^{-g_1 t / g_2} / g_2 \quad (14)$$

式中 e_{10} ——主动悬架模型和参考天棚模型中簧载质量位移差值 e_1 的初始值。

由式(13)可知,若控制参数 g_1 与 g_2 为符号相同且 $|g_1| > |g_2|$,则二自由度主动悬架模型和参考天棚模型簧载质量位移和速度的差值 e_1, e_2 在有限的时间内最终都趋近于零。二自由度主动悬架模型的簧载质量位移和速度分别等于参考天棚模型的簧载质量位移和速度。

为了满足式(12),滑模面的导数可以构造为^[8]

$$\dot{s} = -k \operatorname{sgn}(s) \quad (15)$$

式中 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ ——符号函数;

$$\operatorname{sgn}(s) = \begin{cases} -1 & s < 0 \\ 1 & s \geq 0 \end{cases};$$

k ——滑模面切换系数且大于零。

由式(11)可知,滑模面的导数为

$$\dot{s} = g_1 e_2 + g_2 \dot{e}_2 \quad (16)$$

将式(10)代入式(16)中,可得

$$\dot{s} = g_1 e_2 + g_2 (-f_s - f_d + f_c + f_{sr} + f_{dr} + f_{sk}) / m_s \quad (17)$$

将式(15)代入式(17),非线性二自由度主动悬架的控制力为

$$f_c = -m_s k \operatorname{sgn}(s) / g_2 - m_s e_2 g_1 / g_2 - (-f_s - f_d + f_{sr} + f_{dr} + f_{sk}) \quad (18)$$

为了避免主动悬架控制系统产生抖振问题,将饱和函数替换符号函数^[16],其表达式为

$$\operatorname{sat}(s) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(s) & |s| > \varepsilon \\ s & |s| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (19)$$

式中 ε ——控制参数;

$\operatorname{sat}(\cdot)$ ——饱和函数。

将式(18)中 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 函数替换为式(19)中的 $\operatorname{sat}(\cdot)$ 饱和函数,可得控制力最终的表达式为

$$F_c = -m_s k \operatorname{sat}(s) / g_2 - m_s e_2 g_1 / g_2 - (-f_s - f_d + f_{sr} + f_{dr} + f_{sk}) \quad (20)$$

将式(20)代入式(17)中,可得

$$\dot{s} = -k \operatorname{sat}(s) \quad (21)$$

根据式(21),滑模面与其导数的乘积为

$$s \dot{s} = -k s \operatorname{sat}(s) \quad (22)$$

由式(19)和(15)可知,式(22)恒小于零。根据李雅普诺夫稳定性理论,滑模面在有限的时间内趋于零,即主动悬架系统渐进稳定。

2.3 控制力的计算方法

根据 2.1 和 2.2 节的内容,非线性二自由度主动悬架控制力的计算步骤如下。

步骤 1,初始时刻 $t=0$ 时,主动悬架系统控制力为零。

步骤 2,在给定的路面激励下,根据建立的二自由度主动悬架模型(式(1)~(5)),计算二自由度主动悬架模型中簧载质量位移和速度、非簧载质量位移和速度、二自由度主动悬架弹簧力(f_s)和减振器阻尼力(f_d)。

步骤 3,将第二步计算得到的二自由度主动悬架模型中非簧载质量的位移和速度作为参考天棚模型的输入,利用参考模型中悬架弹簧刚度、减振器阻尼系数和式(6)、(7),计算出弹簧力(f_{sr})、减振器阻尼力(f_{dr})和天棚阻尼力(f_{sk}),和参考天棚模型中簧载质量位移、簧载质量速度。

步骤 4,根据参考天棚模型和二自由度主动悬架模型中簧载质量的位移和速度,利用式(8)和(9),得到二自由度主动悬架模型和参考天棚模型中簧载质量位移差值(e_1)以及簧载质量速度的差值(e_2)。将 e_1 和 e_2 代入式(11),计算出滑模面(s)。

步骤 5,将计算得到的 f_s 、 f_d 、 f_{sr} 、 f_{dr} 、 f_{sk} 、 e_2 和 s 代入式(20),计算出二自由度主动悬架控制力。

步骤 6,令 $t = t + \Delta$ (Δ 为步长),求下一时刻的控制力。

基于参考天棚模型滑模控制算法,二自由度主动悬架的控制力的计算方法如图 5 所示。

图 5 二自由度主动悬架控制力的计算方法

3 非线性二自由度悬架系统主动控制的试验

3.1 试验设备

为了验证参考天棚模型的滑模控制算法对非线性二自由度悬架系统的有效性,利用 Quanser-Active

Suspension 试验设备进行非线性二自由度悬架系统主动控制试验^[17]。

图 6 为主动悬架系统试验台的实物图。试验系统主要由主动悬架、采集卡(A/D 与 D/A 转换器)、功率放大器和计算机组成。

图 6 主动悬架系统试验台的实物图

1. 功率放大器 2. 采集卡(A/D 与 D/A 转换器) 3. 主动悬架 4. 计算机

图 7 为主动悬架系统试验台的工作原理图。在试验过程中, 通过 Matlab/Simulink, 实现主动悬架与计算机之间的通信。在 Matlab/Simulink 中, 搭建主动悬架控制系统框图, 实时计算控制力。

图 7 主动悬架系统试验台的工作原理图

图 8 为试验系统中二自由度主动悬架模型的实物图和原理图。由图 8 b 可知, 主动悬架模型主要由簧载质量(1)、非簧载质量(2)、悬架弹簧(4)、轮胎弹簧(5)和 2 个电动机(3, 6)组成。位于底部的电动机(6)产生位移输入, 中部的电动机(3)产生控制力, 每个电动机都带有转角位移编码器, 测量输入位移和悬架相对位移。一个转角位移编码器和加速度传感器固定在簧载质量上, 分别测量簧载质量的位移和加速度。转角位移编码器可以将测量得到的转动位移转换为直动位移。

在簧载质量与非簧载质量之间, 安装两个对称的阻尼器, 和一个外径大且长度小于悬架弹簧(4)的弹簧以模拟限位块, 如图 8b 所示; 在簧载质量与其上端的固定端之间, 安装了弹簧以模拟干扰力。阻尼器的阻尼系数及拐点和悬架弹簧刚度及拐点如表 1 所示, 二自由度悬架模型的参数如表 2 所示。

(a) 实物图

(b) 原理图

图 8 二自由度主动悬架模型实物图和原理图

1. 簧载质量 2. 非簧载质量 3. 控制电动机 4. 悬架弹簧
5. 轮胎弹簧 6. 位移输入电动机

表 1 悬架弹簧的刚度及拐点和阻尼器的阻尼系数及拐点

参数	数值
第一段线性弹簧刚度/(N/m)	900
第二段线性弹簧刚度/(N/m)	2 443.2
拐点 a/mm	-2.2
第一段减振器阻尼系数/(N · s/m)	80
第二段减振器阻尼系数/(N · s/m)	80
拐点 b/mm	-0.15
拐点 c/mm	0.15

表 2 悬架模型参数^[17]

参数	数值
簧载质量/kg	2.45
非簧载质量/kg	1
轮胎刚度/(N/m)	2 500

主动悬架控制系统中控制力的计算步骤如图 5 所示, 其中二自由度主动悬架模型中的簧载质量和非簧载质量的位移可以通过主动悬架试验台中传感器测试得到, 簧载质量和非簧载质量的速度可以通过对簧载质量和非簧载质量的位移进行低通滤波求得, 簧载质量的加速度可以通过安装在簧载质量上的加速度传感器测试得到。

3.2 天棚阻尼系数与滑模控制参数的选择

不考虑外界的干扰力, 假定参考天棚模型和二自由度主动悬架模型中弹簧刚度和减振器阻尼系数

相同。天棚阻尼系数选择在 $20 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 到 $140 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 范围内, 间隔为 $20 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 。在阶跃位移输入下, 计算在不同的天棚阻尼系数下参考天棚模型的簧载质量加速度和轮胎动载荷的峰值, 如图 9 所示。

图 9 参考天棚模型中簧载质量加速度和轮胎动载荷的峰值

由图 9a 可知, 当天棚阻尼系数为 $20 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 到 $120 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时, 簧载质量加速度的峰值随天棚阻尼系数的增大而减小; 当天棚阻尼系数大于 $120 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时, 簧载质量加速度的峰值变化很小。

由图 9b 可知, 当天棚阻尼系数为 $20 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 到 $100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时, 轮胎动载荷的峰值随天棚阻尼系数的增大而增大; 当天棚阻尼系数大于 $100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 时, 轮胎动载荷的峰值等于簧载质量和非簧载质量的重力 (33.8 N), 如式(3)所示, 此时轮胎已经脱离了地面。增大天棚阻尼系数可以减小簧载质量加速度, 但会使轮胎动载荷变大^[18]。因此, 天棚阻尼系数的取值需要综合考虑簧载质量加速度和轮胎动载荷的控制目标。基于上述分析, 在进行控制力的计算时, 本文选择的天棚阻尼系数为 $80 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 。

根据式(20)计算控制力时, 需要选择基于参考模型的滑模控制的参数。控制参数 g_1 和 g_2 为符号相同且 $|g_1| > |g_2|$ 。试验时, 选择的参考天棚模型的滑模控制算法的参数(g_1 和 g_2)需要满足上述的条件。由于滑模面切换系数 k 和 ε 对主动悬架系统的动态特性和抖振产生影响, 可以通过试凑法合理的选择控制参数 k 和 ε , 实现改善主动悬架系统的动态特性和减少主动悬架系统的抖振的目的^[16]。选择的控制参数 g_1 、 g_2 、 k 和 ε 分别为 4、1、50 和 0.3。

在进行二自由度主动悬架试验时, 其输入选择为典型的阶跃位移路面激励。阶跃位移的表达式见下式(23), 单位为 mm , 其图形见图 10。由图 10 可见, 激振频率成分主要 $0 \sim 5 \text{ Hz}$ 之间。

图 10 阶跃位移的输入

3.3 基于参考天棚模型的滑模控制方法有效性的试验分析

在阶跃激励下, 不考虑外界干扰力。图 11 为有无控制下二自由度主动悬架模型的簧载质量加速度以及参考模型中簧载质量加速度, 有控制下二自由度主动悬架模型的悬架动行程和悬架弹簧力。

由图 11a 可知, 与无控制相比, 采用滑模控制时二自由度主动悬架模型的簧载质量加速度明显偏小且滑模控制的主动悬架系统稳定时间更短; 滑模控制的二自由度主动悬架模型和参考模型中簧载质量加速度基本一致, 说明了参考天棚模型的滑模控制算法对非线性二自由度主动悬架系统的有效性。

由图 11b 可知, 悬架动行程有小于式(4)中拐点 $a(-2.2 \text{ mm})$, 悬架刚度达到了非线性段 k_1 , 悬架弹簧力产生了突变, 如图 11c 所示。

由式(20)可知, 选择的参考理想模型中刚度和阻尼参数会影响参考模型的弹簧力和减振器的阻尼力, 从而影响二自由度主动悬架的控制力。采用不同的控制力时, 滑模控制对非线性二自由度主动悬架的控制效果产生较大的影响。

图 11 簧载质量加速度、悬架动行程和悬架弹簧力

3.4 参考天棚模型的参数对控制效果影响

当干扰力为零时,为了研究参考模型参数对非线性二自由度主动悬架模型的控制效果的影响,设计了表 3 的试验方案。从表 3 可知,与方案 II 相比,方案 I 考虑了参考天棚模型的悬架弹簧刚度的非线性特性。在阶跃输入下,根据表 3 的试验方案,试验得到二自由度控制模型的簧载质量加速度和控制力的响应,如图 12 所示。

表 3 二自由度主动悬架模型试验方案

试验方案	方案描述
方案 I	参考天棚模型的刚度和二自由度主动悬架模型的刚度相同
方案 II	参考天棚模型的刚度为二自由度主动悬架模型的第二段线性段刚度

由图 12 可知,与试验方案 II 相比,试验方案 I 得到的二自由度主动悬架模型的簧载质量加速度和控制力都要偏小。因此,对于非线性二自由度主动悬架系统,当参考天棚模型的刚度与二自由度主动悬架模型的刚度一致时,参考天棚模型的滑模控制主动悬架系统可以获得更好的控制效果。

图 12 方案 I 和方案 II 的簧载质量加速度和控制力

3.5 干扰力对滑模控制效果的影响

在二自由度主动悬架试验台中,簧载质量与其上端的固定板之间安装了弹簧以模拟干扰力,如图 8b 所示。干扰力的表达式为

$$f_e = \begin{cases} k_e z_s & z_s \geq 0 \\ 0 & z_s < 0 \end{cases} \quad (24)$$

式中 k_e ——簧载质量与其上端的固定板之间的弹簧的刚度,其值为 258.6 N/m。

由于簧载质量的位移最大值可以接近 25 mm,因此外界干扰力最大值接近 $0.3 m_s g$ 。在阶跃位移输入下,当簧载质量的位移大于零时,在簧载质量上会增加一个力,相当于一个干扰力作用在簧载质量上。在干扰力作用于簧载质量下,图 13 为试验测试得到有无控制时簧载质量的加速度。对比分析在簧载质量有无干扰力下二自由度主动悬架的控制力,如图 14 所示。

图 13 簧载质量有干扰力下有无控制时簧载质量加速度

由图 13 可知,在干扰力的作用下,与无控制相比,参考天棚模型的滑模控制二自由度主动悬架模型的簧载质量加速度明显偏小和滑模控制的主动悬

架系统的稳定时间更短。结果表明：干扰力对滑模控制效果的影响较小，参考天棚模型的悬架滑模控制算法具有良好的鲁棒性。由图 14 可知，在参考天棚模型滑模控制下，与无干扰相比，有干扰的控制力要偏大。

图 14 簧载质量有无干扰力时主动悬架系统的控制力

4 非线性二自由度主动悬架系统的计算分析

根据第 2 章的内容，建立非线性二自由度主动悬架模型，对比采用滑模控制时主动悬架模型中簧载质量和非簧载质量位移的试验值和计算值，验证了非线性二自由度主动悬架模型的正确性。基于非线性二自由度主动悬架模型，计算了 LQR 和滑模控制的主动悬架的簧载质量加速度、悬架动行程和轮胎动载荷的性能指标，评价二自由度主动悬架系统的控制性能。

4.1 非线性二自由度主动悬架模型的验证

在 Matlab/Simulink 中搭建滑模控制的二自由度主动悬架控制系统。在阶跃位移输入下，得到参考天棚模型滑模控制下簧载质量和非簧载质量位移的试验值和计算值，如图 15 所示。

由图 15 可知，参考模型滑模控制下主动悬架模型的簧载质量和非簧载质量位移的试验值和计算值相差较小，验证了非线性二自由度主动悬架模型的正确性。对于图 15a 中试验值和计算值的差异性，主要是由于在阶跃位移输入下阻尼器的阻尼系数不准确和试验台存在摩擦因素，例如悬架弹簧与直线导轨之间的摩擦。

(a) 簧载质量位移

(b) 非簧载质量位移

图 15 簧载质量和非簧载质量位移的试验值和计算值

4.2 非线性二自由度的主动悬架性能指标的计算

LQR 可得到状态线性反馈的最优控制规律，能够兼顾多项性能指标，为现代控制理论中发展较为成熟的一部分。利用 LQR 控制主动悬架系统，需要忽略悬架弹簧刚度的非线性特性。本文将悬架刚度和减振器阻尼系数分别设置为常数 k_2 和 c_2 。根据文献[13]，建立的 LQR 控制算如下。

图 1b 中二自由度模型的控制方程可以用状态空间的形式表达为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}\end{aligned}\quad (25)$$

式中 $\mathbf{x}$ ——状态变量矢量；

$$\mathbf{x} = [z_s - z_u, \dot{z}_s, z_u - z_r, \dot{z}_u]^T;$$

$\mathbf{A}$ ——状态空间矩阵；

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -k_2/m_s & -c_2/m_s & 0 & c_2/m_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_2/m_u & c_2/m_u & -k_t/m_u & -c_2/m_u \end{bmatrix};$$

$\mathbf{B}$ ——状态空间矩阵；

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/m_s \\ -1 & 0 \\ 0 & -1/m_u \end{bmatrix};$$

$\mathbf{C}$ ——状态空间矩阵；

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2/m_s & -c_2/m_s & 0 & c_2/m_s \end{bmatrix};$$

$\mathbf{D}$ ——状态空间矩阵；

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/m_s \end{bmatrix};$$

$\mathbf{u}$ ——控制系统的输入矢量；

$$\mathbf{u} = [\dot{z}_r, F_c]^T;$$

$\mathbf{y}$ ——控制系统输出矢量；

$$\mathbf{y} = [z_s - z_u, \ddot{z}_s]^T。$$

在设计 LQR 控制器之前，需要构造一个能量函数。最优控制轨迹应该使得该能量函数最小，构造

的能量函数的表达式为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + R f_c^2 dt \quad (26)$$

式中 R ——权系数;

$$R = 0.01;$$

$\mathbf{Q}$ ——半正定矩阵(加权矩阵);

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 450 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}。$$

设计的状态反馈控制器

$$f_c = -\mathbf{K} \mathbf{x} \quad (27)$$

式中 $\mathbf{K}$ ——状态反馈矩阵;

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}。$$

式(27)中 $\mathbf{P}$ 可以通过求解式(28)的黎卡提方程得到。

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = 0 \quad (28)$$

由式(28)和(27), 可以得到状态反馈矩阵 $\mathbf{K}$ 为

$$\mathbf{K} = [24.66 \quad 48.87 \quad -0.47 \quad 3.68] \quad (29)$$

与 LQR 控制相比较, 对于非线性二自由度主动悬架系统, 基于参考天棚模型滑模控制的主动悬架系统可以获得更好的控制效果。为了验证上述的结论, 在阶跃位移输入下, 不考虑外界的干扰力, 对比分析了 LQR 控制和滑模控制(SMC)的二自由度主动悬架模型中簧载质量加速度、悬架动行程和轮胎动载荷的性能指标, 如图 16 所示。

(a) 簧载质量加速度

(b) 悬架动行程

(c) 轮胎动载荷

图 16 LQR 和滑模控制的二自由度主动悬架性能指标

由图 16 可知, 与 LQR 控制相比较, 滑模控制的二自由度主动悬架模型的簧载质量加速度和悬架动行程的峰值要偏小, 滑模控制的二自由度主动悬架模型的轮胎动载荷的峰值相差不大。考虑到二自由度模型中悬架刚度非线性影响, 基于参考天棚模型滑模控制的主动悬架系统可以获得更优的性能指标。

5 结论

(1) 验证了参考天棚模型的滑模控制算法对非线性二自由度主动悬架系统的有效性。通过二自由度主动悬架试验台, 得到了无控制和滑模控制的非线性二自由度主动悬架模型的簧载质量加速度。在阶跃位移输入下, 与无控制相比, 参考天棚模型滑模控制的簧载质量的加速度明显偏小且参考天棚模型滑模控制的主动悬架系统的稳定时间更短。

(2) 研究了参考模型的悬架刚度对滑模控制的非线性二自由度悬架模型的控制效果的影响。在阶跃位移输入下, 试验得到不同的参考模型的悬架刚度的簧载质量加速度和控制力。结果表明: 当参考模型的刚度与主动悬架模型的刚度一致时, 滑模控制下主动悬架系统可以获得更好的控制效果。

(3) 分析了作用于簧载质量上的干扰力对滑模控制的非线性二自由度悬架系统的控制效果的影响。在阶跃位移输入下, 试验得到无控制和滑模控制的簧载质量的加速度。与无控制相比, 参考天棚模型滑模控制的簧载质量的加速度明显偏小和滑模控制的主动悬架系统的稳定时间更短。干扰力对参考天棚模型滑模控制的非线性二自由度主动悬架系统的控制效果影响较小。

(4) 基于非线性二自由度主动悬架模型, 计算了 LQR 和滑模控制下主动悬架的簧载质量加速度、悬架动行程和轮胎动载荷的性能指标。在阶跃位移输入下, 与 LQR 控制相比较, 滑模控制的簧载质量加速度和悬架动行程的峰值要偏小, 滑模控制的轮

胎动载荷的峰值相差不大。研究结果表明:对于非线性二自由度悬架系统,基于参考天棚模型滑模控制的主动悬架系统可以获得更优的性能指标。

参 考 文 献

- [1] 陈长征,王刚,于慎波.考虑时变输入时滞及频段约束的车辆主动悬架预瞄控制[J].机械工程学报,2016,52(16):124-131.
CHEN Changzheng, WANG Gang, YU Shenbo. Preview control of vehicle active suspensions with time-varying input delay and frequency band constraints[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(16): 124-131.
- [2] 陈龙,聂佳梅,汪若尘,等.电动助力转向与主动悬架集成系统动态性能智能控制[J].机械工程学报,2009,45(6):128-133.
CHEN Long, NIE Jiamei, WANG Ruochen, et al. Intelligent control of dynamic performance of vehicle electric power steering and active suspension integrated system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(6): 128-133.
- [3] WANG G, CHEN C, YU S. Robust non-fragile finite-frequency H_∞ static output-feedback control for active suspension systems[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 91: 41-56.
- [4] AHMADIAN M, BLANCHARD E. Non-dimensionalised closed-form parametric analysis of semi-active vehicle suspensions using a quarter-car model[J]. Vehicle System Dynamics, 2011, 49(1-2): 219-235.
- [5] 庞辉,梁军,王建平,等.考虑系统不确定性的车辆主动悬架自适应模糊滑模控制[J].振动与冲击,2018,37(15):261-269.
PANG Hui, LIANG Jun, WANG Jianping, et al. Adaptive fuzzy sliding mode control for vehicle active suspension systems considering system uncertainty[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(15): 261-269.
- [6] 姚嘉凌,郑加强,蔡伟义.车辆半主动悬架模型参考滑模控制[J].农业机械学报,2008,39(4):5-8.
YAO Jialing, ZHENG Jiaqiang, CAI Weiyi. Sliding mode model-following control of automobile semi-active suspension system[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2008, 39(4): 5-8.
- [7] 楼少敏,付振,许沧粟.基于滑模理论的半主动悬架控制[J].汽车工程,2010,32(5):434-438.
LOU Shaomin, FU Zhen, XU Cangsu. Semi-active suspension control based on sliding mode theory[J]. Automotive Engineering, 2010, 32(5): 434-438.
- [8] KIM C, RO P I, KIM H. Effect of the suspension structure on equivalent suspension parameters[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D Journal of Automobile Engineering, 1999, 213(5): 457-470.
- [9] CHEN B C, SHIU Y H, HSIEH F C. Sliding-mode control for semi-active suspension with actuator dynamics[J]. Vehicle System Dynamics, 2011, 49(1-2): 277-290.
- [10] HUANG Y, NA J, WU X, et al. Approximation-free control for vehicle active suspensions with hydraulic actuator[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(9): 7258-7267.
- [11] SANDU C, ANDERSEN E R, SOUTHWARD S. Multibody dynamics modelling and system identification of a quarter-car test rig with McPherson strut suspension[J]. Vehicle System Dynamics, 2011, 49(1-2): 153-179.
- [12] STENSSON A, ASPLUND C, KARLSSON L. The nonlinear behavior of a MacPherson strut wheel suspension[J]. Vehicle System Dynamics, 1994, 23(1): 85-106.
- [13] TAGHIRAD H D. Automobile passenger comfort assured through LQG/LQR active suspension[J]. Journal of Vibration and Control, 1998, 4(5): 603-618.
- [14] SUN W, GAO H, KAYNAK O. Adaptive backstepping control for active suspension systems with hard constraints[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(3): 1072-1079.
- [15] VAIJAYANTI S D, PRAMOD D S, et al. Active suspension systems for vehicles based on a sliding-mode controller in combination with inertial delay control[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D Journal of Automobile Engineering, 2013, 227(5): 675-690.
- [16] CHEN S A, WANG J C, AO M, et al. Improved optimal sliding mode control for a non-linear vehicle active suspension system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 395: 1-25.
- [17] QUANSER. Quanser active suspension user manual[M]. Canada: Markham, 2013.
- [18] POUSSOT-VASSAL C, SPEETA C, SENAME O, et al. Survey and performance evaluation on some automotive semi-active suspension control methods: A comparative study on a single-corner model[J]. Annual Reviews in Control, 2012, 36(1): 148-160.

作者简介:秦武,男,1991年出生,博士研究生。主要研究方向为汽车悬架系统振动控制。

E-mail: 1053445585@qq.com

上官文斌(通信作者),男,1963年出生,博士,教授,博士研究生导师。主要研究方向为汽车悬架系统、振动噪声分析与控制、橡胶减振系统。

E-mail: sgwb@scut.edu.cn