DOI: 10.3901/JME.2020.01.037

基于多体动力学特性的输送带跑偏研究*

尹兆明 樊智敏

(青岛科技大学机电工程学院 青岛 266061)

摘要: 输送带跑偏是带式输送机运行过程中最常见的故障。为研究输送带跑偏运动规律及各种因素对其产生的影响,提出基于多体动力学方法,对带传动系统进行离散处理,根据输送带与滚筒间的刚柔多体耦合接触,建立其多体非线性接触动力学模型,研究滚筒平行度、输送带黏弹性特性、运行状态以及输送带与滚筒间压陷深度等对输送带偏移量的影响,并在此基础上研究输送带跑偏对主动滚筒可靠性的影响。研究结果表明:输送带跑偏不仅与受力有关,还与其材料黏弹性特性引起的弹性变形有关;滚筒平行度公差与输送带偏移量呈单调递增关系;输送带黏弹性特性决定其与滚筒间的压陷深度,且输送带偏移量随着压陷深度的增大而增大;输送带运行速度越高、输送距离越长,输送带偏移量越大;输送带跑偏将导致主动滚筒应力、应变及其分布发生变化,降低其使用寿命。

关键词: 输送带; 跑偏; 多体动力学; 离散; 黏弹性

中图分类号: TD403

Study on Deviation of Conveyor Belt Based on Multi-body Dynamics Characteristics

YIN Zhaoming FAN Zhimin

(College of Electromechanical Engineering, Qingdao University of Science & Technology, Qingdao 266061)

Abstract: Deviation of conveyor belt is the most common fault during the operation of belt conveyor. In order to study the movement regularity of the conveyor belt and the influence of various factors on it, a multi-body dynamics method is proposed to discretely process the belt drive system. According to the rigid flexible multi body coupling contact between the conveyor belt and the roller, a multi-body nonlinear contact dynamic model of belt drive system is established. The influence of the cylinder parallelism, viscoelastic characteristics, operating state and the depth of the conveyor belt to the displacement of the conveyor belt is studied, and the influence of conveyor belt deviation on the reliability of active drum is studied on this basis. The results show that the displacement of the conveyor belt is not only related to its force, but also related to the elastic deformation caused by the viscoelastic properties of the material. There is a monotonous and increasing relationship between the parallelism tolerance of the roller and the displacement of the conveyor belt. The viscoelastic properties of the conveyor belt can determine the depth of the pressure subsidence between the conveyor belt and the roller, and the displacement of the conveyor belt increases with the increase of the depth of the pressure. In addition, the higher the speed of the conveyor belt, the longer the transport distance, the greater the offset of the conveyor belt. and the deviation of the conveyor belt will lead to changes in the stress, strain and distribution of the active drum, which will reduce the service life of the active roller.

Key words: conveyor belt; deviation; multi-body dynamics; disperse; viscoelasticity

0 前言

带式输送机是一种连续输送设备,具有适应范围广、成本低等优点,广泛应用于煤炭、石油、化工等领域。输送带作为带式输送机的重要零部件,主要

由橡胶、塑料以及金属等材料复合而成,在动力学特性上表现为显著的黏弹性特性,具有应力-应变非线性特性、黏滞后特性、蠕变特性以及松弛特性等特点,使其在运行过程中易出现大变形、大位移及黏弹性的耦合作用^[1]。该耦合作用使输送带各点的张力、轴向力、速度以及加速度等发生较大变化,产生振动与冲击,导致其在运行过程中易出现跑偏现象^[2]。随着带式输送机向长运距、高速度及大运量方向的不断发

* 山东省重点研发计划(2019GGX104088)和山东省自然科学基金(ZR2018MEE014)资助项目。20190225 收到初稿,20190808 收到修改稿

展,对传动系统动态稳定性要求不断提高,输送带跑偏问题研究的重要性也愈发明显。

目前,针对带式输送机系统动力学特性与输送带跑偏问题已进行了大量研究。在动力学方面,GREGOR 等^[3]以绝对节点坐标公式为基础,将输送带单元简化为平面梁单元,并通过罚函数法求解带式输送机的动态响应;PAN 等^[4]基于梁耦合单元模型分析了带传动系统的固有频率及模态,并通过试验验证该模型的准确性;DING 等^[5]建立了带传动系统动力学模型,基于微分求积法求解其时间历程,并利用系统自由振动的振幅谱确定其振动频率;MICHAEL^[6]提出采用摄动法对带传动系统的非稳定状态进行分析;宋伟刚等^[7]建立了带式输送机动力学模型与控制起动、停机过程的动态设计算法,解决了大型带式输送机的动态设计问题;毛君等^[8-11]基于黏弹性材料在动载荷作用下的能耗理论,推导了输送带通过托辊时的压陷阻力系数理论公式,并采用多自由度随机激励振动理论研究压陷阻力试验台的动态特性。在输送带跑偏方面,SIEVERS 等^[12-13]将输送带视为铁木辛柯梁,并分析多段输送带构成系统的跑偏运动;HAN 等^[14]考虑环形平带固有的内部机械反馈,研究了侧向抗弯刚度较小的输送带在系统中的跑偏规律;师建国^[2]综合考虑各种侧向激励源作用,构造输送带侧向运动非线性动力学连续模型,并根据具体工况条件,推导了输送带侧向运动动力学方程。胡坤等^[15]对一种永磁悬浮带式输送机侧向力数学模型进行仿真分析,并设计了一种相应的自动调整装置;黄卓等^[16]为研究输送带跑偏规律,基于 ABAQUS 仿真分析输送带运动规律,研究其在建模、分析和后处理中的主要问题及解决方法。

综上所述,国内外对于带式输送机的研究已取得了一系列研究成果。但在输送带跑偏研究方面,由于输送带材料复杂的黏弹性特性以及大量变量的存在,结合其动态特性对输送带跑偏机理的研究较少。为此,本文基于多体动力学特性,提出对带传动系统进行离散处理,在输送带与滚筒刚柔多体动态接触分析的基础上,研究不同因素对输送带跑偏的影响以及偏移量变化情况对滚筒可靠性的影响,为揭示输送带跑偏规律与防止该现象的出现提供理论基础。

1 带传动系统多体非线性接触耦合动力学模型

1.1 输送带离散模型

刚体有限元法是一种融合多刚体动力学理论与

离散方法而形成的一种新的柔性多体动力学分析方法^[17-19],该方法可将柔性或刚柔混合系统离散成由弹簧阻尼单元(Spring-damping elements, SDE)连接起来的一系列具有质量、惯性的刚体单元(Rigid finite element, RFE)。本文中带式输送机简化模型主要由主动滚筒、从动滚筒及输送带组成,其相关参数见表 1。由于滚筒刚度远大于输送带,因此将滚筒视为刚体,输送带视为柔性体,输送带与滚筒间的接触视为刚柔耦合接触。采用有限刚体元法对该模型进行离散处理,将连续闭环输送带 P 离散成 n 个长度相等的刚体单元,并用 n 个具有柔性特性的弹簧阻尼单元将各刚体单元连接起来,用刚体单元描述其刚度特性,弹簧阻尼单元描述其柔性特性,如图 1 所示。

表 1 带式输送机虚拟样机模型参数

参数	数值
主动/从动滚筒直径 D/mm	100
主动/从动滚筒宽度 L_1/mm	120
输送带宽度 L_2/mm	80
输送带厚度 H/mm	3.6
输送带密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	1.1×10^3
输送带单元长度 L_3/mm	6
带辊接触刚度 $K/(\text{N}/\text{mm})$	1×10^4
带辊接触阻尼 $C/(\text{N} \cdot \text{s}/\text{mm})$	30
动摩擦因数 μ_1	0.3
静摩擦因数 μ_2	0.5

图 1 离散模型

1.2 输送带单元坐标变化

离散后的输送带刚体单元 $rfe(p, i)$ 坐标系如图 2 所示。该坐标系包括参考坐标系 e^r 、局部坐标系 e_i^l 与浮动坐标系 e_i^b 。以离散后的第一个刚体单元 $rfe(p, 1)$ 为参考坐标系;用输送带未变形前的局部坐

标系相对参考坐标系的位置和状态来描述刚体单元 $rfe(p,i)$ 位移, 局部坐标系的原点位于刚体质心初始位置; 浮动坐标系与未发生变形前的局部坐标系重合, 随着刚体单元的运动, 用该坐标系相对于局部坐标系的位置和状态来描述输送带的弹性变形。

刚体单元 $rfe(p,i)$ 到参考坐标系 e_i^l 的常值变换矩阵为

$$B_i^{rl} = \begin{bmatrix} A_i^{rl} & r_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 A_i^{rl} ——局部坐标系关于参考坐标系的方向余弦阵;

r_i ——局部坐标系原点在参考坐标系中的坐标向量。

输送带为柔性体, 具有粘弹性特性。在运行过程中, 带体上各点位置时刻在发生变化, 浮动坐标系相对于局部坐标系的位置和形态可以用广义坐标表示为

$$q_i^b = \begin{bmatrix} x_i \\ \varphi_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{i1} & x_{i2} & x_{i3} & \varphi_{i1} & \varphi_{i2} & \varphi_{i3} \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

式中 x_i ——浮动坐标系 e_i^b 原点在局部坐标系 e_i^l 中的坐标向量;

φ_i ——浮动坐标系 e_i^b 在局部坐标系 e_i^l 中的状态坐标向量。

刚体单元 $rfe(p,i)$ 浮动坐标系 e_i^b 到局部坐标系 e_i^l 的变换矩阵为

$$B_i^{lb} = \begin{bmatrix} A_i^{lb} & x_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中

$$A_i^{lb} = \begin{bmatrix} C_{i1}C_{i3} - S_{i1}C_{i2}S_{i3} & -C_{i1}S_{i3} - S_{i1}C_{i2}C_{i3} & S_{i1}S_{i2} \\ S_{i1}C_{i3} + C_{i1}C_{i2}S_{i3} & -S_{i1}S_{i3} + C_{i1}C_{i2}C_{i3} & -C_{i1}S_{i2} \\ S_{i2}S_{i3} & S_{i2}C_{i3} & C_{i2} \end{bmatrix}$$

$C_{i1} = \cos \varphi_{i1}, S_{i1} = \sin \varphi_{i1}$, 其余类推。

刚体单元 $rfe(p,i)$ 浮动坐标系 e_i^b 到参考坐标系 e^r 的一致变换矩阵可以表示为

$$B_i^{rb} = B_i^{rl} B_i^{lb} \quad (4)$$

图2 第 i 个输送带刚体单元坐标系

连接两刚体单元 $rfe(p,j)$ 和 $rfe(p,k)$ 的弹簧阻尼单元 $sde(p,j)$ 坐标系如图3所示。在弹簧阻尼单元 $sde(p,j)$ 上建立起局部坐标系, 在连接点 s 和 d 上分别建立坐标系 e_j^s 和 e_k^d , 输送带未发生变形之前, 三个坐标系重合, 发生变形后, 两刚体单元 $rfe(p,j)$ 和 $rfe(p,k)$ 的浮动坐标系相对于各自局部坐标系的位置和形态分别用广义坐标描述为

$$q_j^b = \begin{bmatrix} x_j \\ \varphi_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{j1} & x_{j2} & x_{j3} & \varphi_{j1} & \varphi_{j2} & \varphi_{j3} \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

$$q_k^b = \begin{bmatrix} x_k \\ \varphi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{k1} & x_{k2} & x_{k3} & \varphi_{k1} & \varphi_{k2} & \varphi_{k3} \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

图3 弹簧阻尼单元 $sde(p,j)$ 坐标系

根据式(5)、式(6), 得到连接点 s 与 d 相对于各自局部坐标系 e_j^l 和 e_k^l 的位置坐标矢量分别为

$$x_j^s = A_j^{lb} x_j^j + x_j \quad (7)$$

$$x_k^d = A_k^{lb} x_k^k + x_k \quad (8)$$

根据式(7)、式(8)得到接触点 s 与 d 相对于弹簧阻尼单元 $sde(p,j)$ 局部坐标系 e^j 的位置坐标向量(图4)分别为

$$x^{js} = [A_j^{lj}]^T [(A_j^{lb} - I)x_j^j + x_j] \quad (9)$$

$$x^{jd} = [A_k^{lj}]^T [(A_k^{lb} - I)x_k^k + x_k] \quad (10)$$

图4 弹簧阻尼单元 $sde(j)$ 变形后的坐标系

1.3 输送带单元能量变化

输送带离散后, 可将其视为由弹簧阻尼单元连接的多刚体系统, 刚体单元内的弹性变形和阻尼特

性向弹簧阻尼单元简化, 作用于各单元的外力向刚体元质心简化, 弹性变形引起的单元势能变化和能量耗散以弹性势能力和耗散力的形式计入广义主动力, 从而建立柔性多体动力方程。

弹簧阻尼单元的总弹性势能为

$$V^j = V_x^j + V_\varphi^j = \frac{1}{2} [\Delta x^j]^T c_x^j \Delta x^j + \frac{1}{2} [\Delta \varphi^j]^T c_\varphi^j \Delta \varphi^j \quad (11)$$

式中 V_x^j ——刚体单元 j 和 k 相对位置变化引起的势能;

V_φ^j ——刚体单元 j 和 k 相对转动变化引起的势能;

c_x^j 和 c_φ^j ——平移刚度系数和旋转刚度数。

弹簧阻尼单元 $sde(p, j)$ 总能量损耗函数为

$$W^j = W_x^j + W_\varphi^j = \frac{1}{2} [\Delta \dot{x}^j]^T D_x^j \Delta \dot{x}^j + \frac{1}{2} [\Delta \dot{\varphi}^j]^T D_\varphi^j \Delta \dot{\varphi}^j \quad (12)$$

式中 W_x^j ——刚体单元 j 和 k 相对移动速度所对应的能量损耗;

W_φ^j ——刚体单元 j 和 k 相对转动角速度变化所对应的能量损耗;

d_{xi}^j 和 $d_{\varphi i}^j$ ——平移阻尼系数和旋转阻尼系数。

根据非保守系统的拉格朗日第二类方程得到该刚体单元的动力学微分方程为

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} = Q_k \quad (k=1, \dots, n) \quad (13)$$

式中 T ——刚体动能;

V ——刚体势能(包括重力势能和弹性势能);

$\partial \dot{q}_k$ ——广义速度分量;

Q_k ——非保守系统广义力分量。

1.4 输送带与滚筒刚柔多体动态接触

以输送带刚体单元为接触体, 滚筒为目标体, 输送带刚体单元与滚筒接触关系如图 5 所示。输送带刚体单元与滚筒接触点相对于滚筒目标面的相对位移为

$$r_{k(k-1)}^i = r_{k-1} + d_{k-1} + d_{k(k-1)}^i - r_i^r \quad (14)$$

图 5 输送带刚体单元与滚筒接触关系

输送带单元与滚筒在接触点 p 处的相对渗透量为

$$L_p^i = (r_{k(k-1)}^i)_{y_i^r} - R_i^r \quad (15)$$

式中 R_i^r ——滚筒的有效半径;

$(r_{k(k-1)}^i)_{y_i^r}$ ——相对位移在滚筒坐标系 y_i^r 方向上的投影分量。

由拉格朗日方程得到带式输送机的动力学方程

$$J_i \ddot{\theta}_i = Q_F^i - \left(\sum_{p=1}^m K_{ci} (L_p^i)^{m_i} \frac{\partial L_p^i}{\partial \theta_i} + \sum_{p=1}^m c_p^{ci} \dot{L}_p^i \frac{\partial L_p^i}{\partial \theta_i} + \sum_{p=1}^m \mu_p^i c_p^{ci} v_p^i \frac{\partial v_p^i}{\partial \theta_i} \right) \quad (16)$$

式中 J_i ——滚筒的转动惯量;

Q_F^i ——滚筒的外载荷。

输送带动力学方程为

$$M^{be} \ddot{q}^f + C^{be} \dot{q}^f + K^{be} q^f = T_0 + \frac{m' v_b^2}{g} - \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^n \left(\sum_{p=1}^m K_{ci} (L_p^i)^{m_i} \frac{\partial L_p^i}{\partial q_{(k-1)k}^f} + \sum_{p=1}^m c_p^{ci} \dot{L}_p^i \frac{\partial L_p^i}{\partial q_{(k-1)k}^f} + \sum_{p=1}^m \mu_p^i c_p^{ci} v_p^i \frac{\partial v_p^i}{\partial q_{(k-1)k}^f} \right) \quad (17)$$

式中, M^{be} 为输送带质量矩阵, $M^{be} = (B_v^f)^T M^{be} B_v^f$; C^{be} 为输送带材料阻尼矩阵, $C^{be} = \beta K^{be}$; K^{be} 为输送带刚度矩阵, $K^{be} = (B_z^f)^T K^{be} B_z^f$ 。其中, M^{be} 为输送带质量矩阵, K^{be} 为带体单元间连接力的刚度矩阵, β 为输送带刚度比例系数。 K_{ci} 、 c_p^{ci} 分别为与滚筒相关的接触刚度和接触阻尼, 均可由接触理论计算初始值; v_p^i 、 μ_p^i 分别为接触对的切向相对速度和切向摩擦系数; n 为输送带单元广义坐标数, m 为接触点数目, m_i 为接触力指数; T_0 和 m' 分别为初始张紧力和柔性输送带单元长度质量。对式(16)和式(17)进行简化处理

$$J_i \ddot{\theta}_i = Q_F^i - Q_f^{ci} \quad (18)$$

$$M^{be} \ddot{q}_f = Q_{ce} - Q_f^{be} \quad (19)$$

式中, Q_{ce} 为输送带的初始张紧力和离心力, $Q_{ce} = T_0 + m' v_b^2 / g$; v_b 为输送带的平均线速度。 $Q_f^{be} = Q_f^{ce} + Q_f^i$, 其中 Q_f^{ce} 、 Q_f^i 分别为输送带和主动滚筒接触载荷项, g 为重力加速度。 $Q_f^{c(*)} = F_e^{c(*)} + F_d^{c(*)} + F_\tau^{c(*)} = G(p, \dot{p}, t)$, 其中 $F_e^{c(*)}$ 、 $F_d^{c(*)}$ 和 $F_\tau^{c(*)}$ 分别为接触弹性力、阻尼力和摩擦力。 $Q_f^i = F_e + F_d$ 为输送带材料载荷, 其中 F_e 和 F_d 分别为输送带材料弹性力和阻尼力。

主动滚筒引入约束后, 式(18)、式(19)的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ & J_2 \\ 0 & M_{n \times n}^{be} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ (\ddot{q})_{n \times 1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_F^1 \\ Q_F^2 \\ Q_{ce} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} Q_f^{c1} \\ Q_f^{c2} \\ Q_f^{be} \end{Bmatrix} - \phi^T \lambda \quad (20)$$

缩写为

$$M\ddot{q} = Q_F - Q_f - \phi^T \lambda = F - \phi^T \lambda \quad (21)$$

式中, ϕ_p^T 、 λ 分别为输送带传动系统的约束方程和拉格朗日乘子, 将约束方程 ϕ_p^T 以约束力方式引入系统, 计算输送带与滚筒之间的动态接触力, 求解系统的动力学方程。

由以上分析可知, 输送带跑偏动力学特性不仅与其受力情况有关, 还与其材料粘弹性特性引起的弹性变形有关。因此, 由制造与安装误差导致的滚筒平行度问题、输送带运行状态、输送带材料粘弹性特性以及输送带与滚筒间压陷深度变化等均会对输送带偏移量产生影响。

2 滚筒平行度对输送带跑偏的影响

2.1 滚筒轴线方向平行度

带式输送机在制造、安装以及使用过程中出现的误差与磨损, 使主动滚筒与从动滚筒间存在轴线不平行问题, 导致输送带两端受力不均, 出现轴向力, 而使输送带出现跑偏现象。为研究两滚筒平行度对输送带跑偏的影响, 研究过程中, 假设带式输送机在制造以及安装过程中不存在误差, 主动滚筒轴线方向与 Z 轴平行, 通过逆时针调整从动滚筒沿 Z 轴方向的偏转角度 θ , 得到从动滚筒的偏转位置, 使主动滚筒和从动滚筒在轴线方向出现平行度公差, 如图 6 所示。

图 6 从动滚筒偏转变化图

2.2 滚筒轴线方向平行度对输送带跑偏的影响

通过受力分析可知, 输送带与滚筒间产生的轴向力是导致输送带出现偏移量的主要影响因素^[20]。因此, 在输送带材料及其运行状态相同条件下, 研究从动滚筒在不同偏转角度下, 输送带单元轴向力与偏移量随时间的变化, 如图 7、8 所示。由图 7 可知, 从动滚筒偏转角度 $\theta_1 = 0^\circ$ 时, 输送带单元在运行的初始阶段出现较小的轴向力, 几乎可以忽略

不计; 从第 2 s 开始, 输送带单元开始出现较大的轴向力, 但其值依然较小, 在 10 s 的运行时间内, 输送带单元轴向力的峰值仅为 1.04×10^{-7} N。该工况下, 输送带单元依然受到较小的轴向力作用, 主要是由于输送带与滚筒接触区域前部受到挤压力, 接触区域后部的输送带处于放松状态, 而在输送带复杂的粘弹性特性作用下, 其恢复过程中存在明显的迟滞现象, 使输送带与滚筒间存在非对称接触, 进而导致输送带与滚筒间产生轴向力。在从动滚筒偏转角度分别为 $\theta_2 = 0.3^\circ$ 和 $\theta_3 = 0.5^\circ$ 时, 输送带单元在初始运行阶段便出现较大的轴向力, 且随着从动滚筒偏转角度的增加, 输送带单元与滚筒间产生的轴向力随之增大。

图 7 滚筒偏转角度-轴向力关系图

图 8 滚筒偏移角度-偏移量关系图

由图 8 可知, 从动滚筒偏转角度 $\theta_1 = 0^\circ$ 时, 在带式输送机初始运行阶段, 输送带单元未出现任

何偏移,随着运行时间的延长,输送带单元开始出现偏移量,并逐渐增加,但偏移量的峰值仅为 1.39×10^{-10} mm,与其所受到的较小轴向力相对应。说明在主动滚筒与从动滚筒不存在平行度公差工况下,输送带单元依然存在较小的偏移量,具有跑偏运动趋势。当从动滚筒沿轴线方向出现偏转时,输送带单元在运行的初始阶段便出现偏移量,且随着偏转角度的增加,输送带单元的偏移量逐渐增大。说明主动滚筒与从动滚筒在轴线方向的平行度与输送带跑偏直接相关,且会对其产生较大的影响。此外,轴向力大小与输送带偏移量大小呈单调递增关系,从动滚筒偏转角度越大,输送带与滚筒间产生的轴向力越大,输送带偏移量随之增大。这与文献[16]研究结果一致,所以在带式输送机设计过程中,需要将主动滚筒与从动滚筒轴线方向的平行度控制在合理范围内,以防止输送带出现较大偏移量。

3 输送带材料黏弹性特性及运行状态对输送带跑偏的影响

由滚筒平行度对输送带跑偏的影响可知,在主动滚筒和从动滚筒不存在平行度公差理想工况下,输送带依然存在较小偏移量,说明输送带材料的物理特性及其运行状态会对其偏移量产生一定的影响。因此,假设主动滚筒、从动滚筒以及输送带在加工、安装过程中不存在误差,并在此基础上研究输送带材料刚度与阻尼、运行速度以及输送距离对输送带偏移量的影响。

3.1 输送带材料刚度与阻尼对输送带跑偏的影响

输送带材料刚度与阻尼作为输送带黏弹性特性的重要物理参数,与离散单元坐标、能量的变化密切相关。因此,运用输送带与滚筒间的刚柔耦合多体接触动力学模型,通过动态特性分析,分别研究输送带材料刚度与阻尼对输送带跑偏的影响。图9给出了输送带材料刚度、阻尼比与输送带单元偏移量之间的关系。由图9a可知,当输送带材料刚度系数分别为 8.0×10^4 N/mm、 9.0×10^4 N/mm、 1.0×10^5 N/mm 时,对应的偏移量峰值分别为 1.39×10^{-10} mm、 3.08×10^{-11} mm、 2.45×10^{-11} mm。说明在一定范围内,输送带偏移量与其材料的刚度系数呈单调递减关系,即输送带偏移量随输送带材料刚度系数的增大而减小。由图9b可知,在输送带材料的阻尼比分别为 0.4、0.6、0.8 时,对应的偏移量峰值分别为 1.43×10^{-11} mm、 1.83×10^{-11} mm、

1.39×10^{-10} mm。说明在一定范围内,输送带偏移量随着其材料阻尼比系数的增大而逐渐减小。此外,输送带材料的刚度系数与阻尼比不同,输送带单元开始出现偏移量的时间不同,说明由输送带材料黏弹性特性引起的偏移量随时间而变化。由以上分析可知,输送带材料黏弹性特性变化会对输送带偏移量产生不同程度的影响。在其他条件不变的情况下,输送带材料刚度系数愈小、阻尼比愈大,输送带黏弹性特性表现愈加明显,输送带运行的稳定性降低,偏移量随之增大。

(a) 输送带材料刚度系数-偏移量关系

(b) 输送带材料阻尼比系数-偏移量关系

图9 输送带黏弹性特性对其跑偏的影响

3.2 输送带运行速度对输送带跑偏的影响

在带式输送机运行过程中,由于输送带材料的黏弹性特性,其运行速度将对输送带张力及振动状态产生影响,带速越高,输送带张力越大,振动愈明显^[21]。为研究该过程中输送带运行速度对其跑偏的影响,在其材料、输送距离相同条件下,得到输送带单元在不同运行速度条件下的偏移情况,如图10所示。由图可知,输送带的运行速度分别为 2 m/s、3 m/s、4 m/s 时,对应的输送带单元偏移量峰值分别为 1.39×10^{-10} mm、 4.29×10^{-10} mm、 4.76×10^{-10} mm。由此可知,在一定范围内,随着输送带运行速度的提高,输送带单元偏移量的峰值随之增大,且输送带单元开始出现偏移量的时间也会随着

图 10 输送带运行速度-偏移量关系图

其运行速度的增大而相应地提前。说明输送带运行速度越高，带式输送机系统产生的振动越强烈，稳定性降低，输送带偏移量随之增大。

3.3 输送距离对输送带跑偏的影响

在张紧力一定的条件下，随着输送距离的增大，输送带垂度增大，并对带传动系统的动态特性产生影响^[22]。研究得到带式输送机输送距离与输送带单元偏移量间的关系如图 11 所示。由图 11 可知，在其他条件不变的情况下，带式输送机系统的输送距离分别为 500 mm、600 mm、700 mm 时，输送带单元偏移量的峰值分别为 1.39×10^{-10} mm、 3.72×10^{-10} mm、 4.68×10^{-10} mm。对比可知，在一定范围内，输送带单元偏移量与其输送距离呈单调递增关系，即带传动系统的输送距离愈长，输送带偏移量愈大。

图 11 输送距离-偏移量关系图

4 输送带压陷对带跑偏的影响

4.1 输送带与滚筒动态压陷接触

输送带与滚筒在动态接触过程中，由于材料的差异以及输送带复杂的黏弹性特性，在接触区域会产生非对称接触，导致输送带出现具有迟滞特征的压陷变形，如图 12 所示。

图 12 输送带与滚筒动态压陷接触

离散后的输送带与滚筒接触模型如图 13 所示。 e^r 为整个系统的参考坐标系， e^i 和 e^j 为分别建立在某一输送带单元质心与滚筒质心的动坐标系。 P 点为输送带单元与滚筒接触点，输送带单元接触点相对于滚筒的位移为

$$e^j \Delta r_{ij} = r_j + \rho_p^j - (r_i + \rho_p^i) \quad (22)$$

图 13 输送带刚体单元与滚筒接触模型

滚筒质心 C_i 相对于参考坐标系的列阵为 $r_i = (x_i \ y_i)^T$ ，输送带单元质心 C_j 相对于参考坐标系的列阵为 $r_j = (x_j \ y_j)^T$ ， ρ_p^i 和 ρ_p^j 分别为滚筒有效半径 R 和输送带厚度 H 的一半，输送带单元与滚筒在接触点 p 处的法向压陷深度为

$$\delta_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} - R - \frac{H}{2} \quad (23)$$

离散后的输送带与滚筒动态接触过程中，输送带单元与滚筒间的接触约束时刻存在，且每一刻接触对象均不相同^[23-25]。由于输送带材料黏弹性特性引起的变形量随时间而变化，输送带与滚筒在不同时刻会产生不同的压陷深度，同时接触区域的范围、法向接触力、轴向力等均会发生变化，进而对输送带偏移量产生影响。因此，本文假设带式输送机在加工及安装工程中不存在误差，在输送带材料与运行状态相同的条件下，以输送带与滚筒间产生的最大压陷深度为研究对象，并在此基础上研究其对输

送带偏移量产生的影响。

4.2 输送带压陷深度对输送带跑偏的影响

图 14 为输送带压陷深度与其轴向力、偏移量间的关系。由图可知,在一定范围内,随着输送带与滚筒间压陷深度的增加,输送带单元轴向力峰值与偏移量峰值均相应的增加。在压陷深度大于 0.08 mm 时,输送带单元偏移量峰值及其轴向力峰值变化幅度相对较大,说明输送带与滚筒间的压陷深度将对输送带偏移量产生一定影响,且压陷深度愈大,输送带偏移量愈大。此外,通过对比可知,该分析结果与滚筒平行度及输送带材料刚度、阻尼对输送带偏移量的影响相对应。输送带与滚筒间的轴向力与输送带偏移量呈单调递增关系,轴向力越大,输送带偏移量越大;输送带材料的刚度越大、阻尼越小,输送带与滚筒间产生的压陷深度越小,输送带偏移量随之减小。

图 14 输送带压陷深度-轴向力-偏移量关系图

5 输送带跑偏对滚筒可靠性的影响

由以上分析可知,在输送带与滚筒动态接触过程中,滚筒平行度、输送带材料粘弹性特性及输送带压陷深度均会对输送带跑偏产生影响。同时,在该过程中,输送带跑偏也会对滚筒的可靠性产生影响。基于输送带与滚筒间刚柔耦合多体动态接触分析,得到带式输送机在相同材料、运行状态及压陷深度条件下,从动滚筒偏移角度 θ 分别为 0° 、 0.5° 时,主动滚筒在稳定运行状态下的应力应变情况,如图 15、16 所示。

图 15 主动滚筒应变对比情况

图 16 主动滚筒应力对比情况

由图 15 可知,带式输送机在两种工况下运行时,主动滚筒的最大变形均出现在输送带与筒壳接触的中心位置。在从动滚筒偏转角度 $\theta = 0^\circ$ 时,主动滚筒的最大变形量为 0.149 mm,整体变形量呈对称分布;在从动滚筒偏转角度 $\theta = 0.5^\circ$ 时,主动滚筒的最大变形量为 0.233 mm,且输送带跑偏一侧的变形量相对较大,呈不均匀分布。由图 16 可知,在从动滚筒偏转角度 $\theta = 0^\circ$ 时,主动滚筒的最大应力出现在两侧辐板与筒壳的接触位置,其值为 18.915 MPa,呈对称分布;在从动滚筒偏转角度 $\theta = 0.5^\circ$ 时,主动滚筒的最大应力同时出现在筒壳与辐板的接触位置和轮鼓与辐板的接触位置,其值为 28.848 MPa。由从动滚筒偏转角度 $\theta = 0^\circ$ 时主动滚筒应力应变大小及其分布可知,由输送带材料黏弹性特性引起的弹性变形对主动滚筒可靠性的影响较小。但当输送带出现较大偏移量时,不仅使主动滚筒最大变形量与最大应力的值增大,而且还使其分布发生变化,降低其使用寿命。

6 结论

(1) 提出基于多体动力学方法对带传动系统进

行离散处理, 根据输送带与滚筒的接触特点及离散单元坐标、能量的变化, 建立了以输送带为主体的刚柔耦合多体接触动力学模型, 并在此基础上对输送带跑偏问题进行研究。

(2) 输送带偏移量随着滚筒间平行度公差的增长而增大, 且即使滚筒间不存在平行度公差, 输送带依然会出现较小的偏移, 说明输送带跑偏不仅与其受力有关, 还与其材料的黏弹性特性有关。

(3) 输送带偏移量随着运行速度与输送距离的增大而增大, 且在一定范围内, 输送带材料刚度系数愈小、阻尼比愈大, 输送带与滚筒间产生的压陷深度及其偏移量愈大。

(4) 输送带跑偏不仅会使主动滚筒的最大变形量与最大应力值增大, 而且使其分布发生变化, 降低主动滚筒运行的可靠性及使用寿命。

参 考 文 献

- [1] 宋伟刚. 通用带式输送机设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
SONG Weigang. Design of general belt conveyor[M]. Beijing: China Machine Press, 2006.
- [2] 师建国. 带式输送机侧向动力学研究[D]. 阜新: 辽宁工程技术大学, 2014.
SHI Jianguo. Study on sidewise dynamics of belt conveyor[D]. Fuxin: Liaoning Technical University, 2014.
- [3] GREGOR C, MIHA B. Dynamics of a belt-drive system using a linear complementarity problem for the belt-pulley contact description [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009 (319): 1019-1035.
- [4] PAN Y, LIU X D, SHAN Y C, et al. Complex modal analysis of serpentine belt drives based on beam coupling model[J]. Mechanism and Machine Theory, 2017(116): 162-177.
- [5] DING H, ZHANG Z, CHEN L Q. Damping effect of one-way clutch on belt-drive systems[J]. Accepted Manuscript, 2018, 4(4): 1-21.
- [6] MICHAEL L. On a perturbation method for the analysis of unsteady belt-drive operation[J]. Journal of Applied Mechanics, 2005: 570-580.
- [7] 宋伟刚, 柳洪义, 王鹰. 带式输送机动力学及其计算机仿真的研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(9): 133-138.
SONG Weigang, LIU Hongyi, WANG Ying. Research on dynamic and computer simulation of the belt conveyor[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(9): 133-138.
- [8] 毛君, 杨彩红. 带式输送机压陷阻力理论研究[J]. 应用力学学报, 2009, 26(3): 461-468.
MAO Jun, YANG Caihong. Theoretical research on indentation resistance to conveyor belt[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2009, 26(3): 461-468.
- [9] 杨彩红, 毛君, 李春林. 输送带压陷阻力的研究[J]. 煤炭学报, 2010, 35(1): 149-153.
YANG Caihong, MAO Jun, LI Chunlin. Study of indentation resistance of conveyor belt[J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(1): 149-153.
- [10] 毛君, 王鑫, 陈洪月. 橡胶输送带压陷阻力实验台动力学特性分析[J]. 应用力学学报, 2016, 28(3): 584-591.
MAO Jun, WANG Xin, CHEN Hongyue. Analysis of rubber conveyor belt resistance experiment table dynamics coal mine machinery[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(3): 584-591.
- [11] 杨彩红, 张东生, 王俊光, 等. 承载段输送带压陷阻力理论研究[J]. 机械设计, 2017, 34(10): 42-48.
YANG Caihong, ZHANG Dongsheng, WANG Junguang, et al. Theoretical research on indentation resistance to load bearing conveyor belt[J]. Journal of Machine Design, 2017, 34(10): 42-48.
- [12] SIEVERS L A, BALAS M J, VON F A H. Modeling of web-roller interaction and lateral web dynamics[C]// Proceeding of the 28th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, April 6-8, Monterey, CA. Reston: AIAA, 1987: 307-313.
- [13] SIEVERS L A, BALAS M J, VON FLOTOW A H. Modeling of web conveyance systems for multivariable control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(6): 524-531.
- [14] HAN F L, XIONG F, YI P X, et al. Axial motion of flat belt induced by angular misalignment of rollers[C]// IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, August 9-12, Changchun, China. New Yorks: IEEE, c2009: 3298-3303.
- [15] 胡坤, 王爽, 郭永存, 等. 永磁悬浮带式输送机侧向力与跑偏仿真分析[J]. 系统仿真学报, 2016, 28(5): 1173-1178.
HU Kun, WANG Shuang, GUO Yongcun, et al. Analysis of lateral and deviation of permanent magnetic levitation belt conveyor[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(5): 1173-1178.
- [16] 黄卓, 韩奉林, 严宏志, 等. 平带跑偏问题的有限元方法研究[J]. 机械传动, 2017, 10(6): 30-35.
HUANG Zhuo, HAN Fenglin, YAN Hongzhi, et al. Study on the finite element simulation method of the belt skew[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2017, 10(6): 30-35.
- [17] 董富祥, 洪嘉振. 多体系统动力学碰撞问题研究综述[J]. 力学进展, 2009, 39(3): 352-359.
DONG Fuxiang, HONG Jiazhen. Review of impact

- problem for dynamics of multibody system[J]. *Advances In Mechanics*, 2009, 39(3): 352-359.
- [18] SCHIELEN W. Research trends in multibody systems dynamics[J]. *Multibody System Dynamics*, 2007, 18: 3-13.
- [19] PFEIFFER F. Multibody systems with unilateral constraints[J]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2001, 65(4): 665-670.
- [20] 尹兆明. 基于多体动力学特性的输送带跑偏研究[D]. 青岛: 青岛科技大学, 2017.
- YIN Zhaoming. Study on deviation of conveyor belt based on multi-body dynamics characteristics[D]. Qingdao: Qingdao University of Science and Technology, 2017.
- [21] 庞晓旭. 带式输送机纵向振动特性研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2015.
- PANG Xiaoxu. Research on longitudinal vibration characteristics of belt conveyor[D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2015.
- [22] 庞晓旭, 寇子明, 李军霞. 基于弹性悬链线理论的辊间输送带垂度特性的研究[J]. *煤炭学报*, 2014, 39(7): 1379-1384.
- PANG Xiaoxu, KOU Ziming, LI Junxia. Research on the sag characteristics of inter-roll conveyor based on elastic catenary theory[J]. *Journal of China Coal Society*, 2014, 39(7): 1379-1384.
- [23] LODEWIJKS. Determination of rolling resistance of belt conveyors using rubber data: Factor fiction[J]. *Bulk Solids Handling*, 2003, 6 (23): 384-391.
- [24] NORDELL L K. The channar 20 km overland : A flagship of modern belt conveyor technology[J]. *Bulk Solids Handling*, 1991, 11(4): 781-791.
- [25] THOMAS J R, Allen V R. Viscoelastic indentation and resistance to motion of conveyor belts using a generalized maxwell model of the backing material[J]. *Rubber Chemistry and Technology*, 2006, 79 (2): 307-319.
-
- 作者简介: 尹兆明, 男, 1989 年出生, 博士研究生。主要研究方向为机械传动设计理论与方法。
E-mail: 792869168@qq.com
- 樊智敏(通信作者), 男, 1963 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机械传动设计理论与方法、机械系统动力学等。
E-mail: zmfan@163.com