DOI: 10.3901/JME.2020.01.020

3UPS/S 舰船稳定平台非惯性系动力学建模*

王力航¹ 郭菲² 卢文娟^{3,4} 李永泉^{3,4} 张立杰^{1,3}

(1. 燕山大学河北省重型机械流体动力传输与控制重点实验室 秦皇岛 066004;

2. 河北工程大学机械与装备工程学院 邯郸 056038;

3. 燕山大学先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室 秦皇岛 066004;

4. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统实验室 秦皇岛 066004)

摘要: 舰船稳定平台实时检测并补偿船体在海浪中运动, 为舰载设备提供对地稳定空间。稳定平台处于不断运动着的工作环境, 准确高效的非惯性系动力学模型是提升稳定控制品质的重要前提。借鉴串并混联机构动力学建模过程, 通过虚拟低阶参考系机构, 将惯性系动力学研究方法扩展非惯性系当中, 利用凯恩方法建立 3UPS/S 并联稳定平台非惯性系下动力学模型。为了验证建模方法的正确性, 分别搭建 Simulink/SimMechanics 多体动力学仿真模型以及非惯性运动试验平台。试验结果表明, 计算驱动力与实测驱动力在量值上相近且变化趋势一致, 验证了动力学模型的合理性。

关键词: 并联机构; 非惯性动力学; 凯恩方法; 舰船稳定平台

中图分类号: TH137

Non-inertial System Dynamic Modeling of 3UPS/S Ship Stability Platform

WANG Lihang¹ GUO Fei² LU Wenjuan^{3,4} LI Yongquan^{3,4} ZHANG Lijie^{1,3}

(1. Hebei Key Laboratory of Heavy Machinery Fluid Power Transmission and Control,
Yanshan University, Qinhuangdao 066004;

2. College of Mechanical and Equipment Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056038;

3. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science (Yanshan University),
Ministry of Education of China, Qinhuangdao 066004;

4. Parallel Robot and Mechatronic System of Laboratory of Hebei Province, Yanshan University,
Qinhuangdao 066004)

Abstract: The ship stabilization platform can detect and compensate the movement of the ship on the waves in real time, so as to provide a stable space for shipborne equipment. Since the stable platform is in a constantly moving working environment, accurate and efficient non inertial system dynamics model is an important prerequisite for improving the quality of stability control. Based on the dynamic modelling process of the series-parallel hybrid mechanism, the inertial system dynamics research method is extended to non-inertial frames through a virtual low-order reference system. The Kane method is used to establish the dynamic model of the 3UPS/S parallel stable platform under the non inertial system. In order to verify the correctness of the modeling method, Simulink/SimMechanics multi-body dynamics simulation model and non-inertial motion experimental platform were built. The experimental results show that the calculated driving force and the measured driving force are similar in magnitude and the trend is consistent, which verifies the rationality of the dynamic model.

Key words: parallel mechanism; non-inertia dynamics; Kane method; ship stability platform

0 前言

舰船在海上行驶, 由于受到海浪, 海风等多方面因素影响, 不可避免地处于周期性运动。这给海

上雷达信号捕捉, 海上吊装, 以及舰载直升机起落安全带等作业来严重影响。舰船稳定平台是一套实时检测并补偿船体运动的机电设备, 为舰载设备提供对地稳定空间。舰船在海浪上的运动由前进运动和摇荡运动叠加而成。船体摇荡运动包含的纵荡、垂荡、横荡、横摇、首摇、纵摇六种运动^[1], 其中纵摇、横摇以及垂荡为船体主要摇荡运动。考

* 国家自然科学基金(51405421, 51875499)和河北省自然科学基金(E2015203101)资助项目。20190123 收到初稿, 20190317 收到修改稿

考虑到船体垂荡补偿幅度相对较大, 完全补偿船体运动不易获得良好效果, 且多数设备对船体姿态要求更为迫切, 采用 3UPS/S 机构补偿船体纵摇与横摇运动。

舰船稳定平台属于非惯性系中的多刚体系统, 建立并联稳定平台非惯性系运动分析方法是并联机构亟待解决的关键问题之一^[2]。动力学分析常用方法包括: 牛顿欧拉法, 拉格朗日方程, 凯恩方法, 基于虚功原理的方法等。其中, 牛顿欧拉法属于矢量力学方法, 根据牛顿第二定律和欧拉运动定律, 对机构每个构件逐列写方程。牛顿欧拉法建模过程概念清晰, 并且可求出各构件的约束力, 但对于并联机构, 推导过程繁琐, 在机构实时控制方面计算效率不高^[3-4]。拉格朗日方程属于分析力学, 采用广义坐标描述系统状态, 从能量和功的角度对系统加以研究。通过拉格朗日方程构建系统动力学模型可以获得简洁的表达形式, 但建模过程中需要推导能量函数关于广义坐标及时间的偏导数, 对于相对复杂的机构, 增加了建模难度与计算量^[5-6]。虚功原理建立机构动力学方程过程中不出现多余约束力, 模型计算效率较高, 同时避免了拉格朗日方程中的频繁偏微分过程, 简化了建模过程, 目前被认为是计算效率比较高的求解算法^[7-10]。面向航空领域多自由度复杂机械结构以及计算机控制特点, 凯恩方法兼备矢量力学形象直观和分析力学形式简洁的特点, 建模时不出现约束反力, 计算过程简洁且易于计算机实现, 因此, 广泛用于并联机构实时控制^[11-15]。

舰船稳定平台处于非惯性系工作环境, 这增加了舰船稳定平台动力学分析复杂程度。针对非惯性问题, 矢量力学一般通过加入惯性力使得牛顿定律保持相同的形式。拉格朗日方程可以用于解决非惯性系动力学问题, 但前提是系统动能是相对惯性系产生的^[16]。考虑到相对惯性系动能形式的复杂性, 也有学者尝试建立通过引入惯性力、广义势建立非惯性系下的拉格朗日方程, 进而得到非惯性系下的动力学模型, 并在非惯性系下讨论机械能守恒条件^[17]。

以上两类方法多用于处理简单非惯性系下的质点运动或刚体平面运动问题。针对复杂非惯性系多刚体系统的一般空间运动, 赵铁石等^[18]在解释刚体加速度旋量物理意义基础上结合影响系数矩阵法, 完成了非惯性系下并联机构的运动学分析, 并依据非惯性系下虚功原理建立了非惯性系下并联机构的动力学模型。

为了验证补偿效果, 并联稳定平台研制过程中常常需要与运动模拟平台联合调试。此时, 运动模拟平台与稳定平台整体构成了串并混联机构, 借鉴

串并混联机构的动力学研究方法^[19], 为非惯性系下并联机构动力学建模研究提供了新的思路。若依据与惯性参考系接近程度对运动参考系进行划分, 可将接近惯性系的参考系称为低阶的参考系, 远离惯性系称为高阶的参考系。如文献[19]中的 3RPS-3SPR 机构, 基座处惯性系的子机构在低阶参考系中运动, 记为 L; 基座位于 L 运动构件上的子机构在高阶参考系中运动, 记为 H。整体来看, 由 L-H 构成的系统在惯性系下运动, 适用于常规的惯性系下动力学分析方法; 而单独来看, H 在 L 运动部件上运动可以看作在非惯性系下运动。这样通过虚拟出机构 L, 就可以使用惯性系下的方法对处于非惯性系下运动状态的机构 H 进行动力学分析。

根据这一思想, 结合凯恩方法在机构计算机实时控制方面的优势, 对非惯性系下的 3 自由度 3UPS/S 机构基于凯恩方法展开动力学建模研究。首先以单个刚体为例, 说明刚体运动在不同参考系间的转换关系。在此基础上, 基于凯恩方法对非惯性系中运动的 3UPS/S 机构展开运动学以及动力学建模。最后, 从仿真和试验两方面对动力学模型进行验证。

1 运动分析基础

为了方便描述刚体运动在不同参考系间的转化关系, 首先对空间矢量导数相对性做出说明, 然后给出刚体相对运动与绝对运动的间转化关系, 并提供证明。

刚体空间运动过程涉及的矢量导数总是相对某一确定参考系而言的^[20]。令 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ 为固定在参考系 $\{A\}$ 中的一组不平行非共面单位矢量, 且 u_i 为矢量 $\mathbf{u}$ 在 $\mathbf{a}_i$ 上的坐标, 则矢量 $\mathbf{u}$ 相对参考系 $\{A\}$ 的导数定义为

$$\frac{{}^A d\mathbf{u}}{dt} \triangleq \sum_{i=1}^3 \frac{du_i}{dt} \mathbf{a}_i \quad (1)$$

同一矢量对不同参考系变化率可以通过式(2)相互转化; 文中涉及矢量导数均会以左上标指明变化是相对哪个参考系产生的

$$\frac{{}^A d\mathbf{u}}{dt} = \frac{{}^B d\mathbf{u}}{dt} + {}^A \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{u} \quad (2)$$

刚体空间运动在不同参考系下运动关系如图 1 所示。图中, $\{G\}$ 为惯性参考系; $\{N\}$ 为中间参考系, 相对 $\{G\}$ 做空间任意运动; $\tilde{K}$ 为任意刚体, $\tilde{K}$ 上固结随动参考系 $\{K\}$, 以下给出刚体 $\tilde{K}$ 分别相对惯性系 $\{G\}$ 与相对参考系 $\{N\}$ 运动的转换关系。

图 1 刚体运动在不同参考系下的转化

(1) 依据角速度叠加原理, 绝对角速度与相对角速度满足

$${}^G\boldsymbol{\omega}^K = {}^N\boldsymbol{\omega}^K + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \quad (3)$$

(2) 刚体 $\tilde{K}$ 质心绝对速度为相对速度与牵连点速度之和

$$\begin{aligned} {}^G\mathbf{v}^{K*} &= {}^G\mathbf{v}^{\bar{K}^*} + {}^N\mathbf{v}^{K*} \\ {}^G\mathbf{v}^{\bar{K}^*} &= {}^G\mathbf{v}^O + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times \mathbf{r}^{OK*} \end{aligned} \quad (4)$$

式中, ${}^G\mathbf{v}^{\bar{K}^*}$ 为刚体质心在参考系 $\{N\}$ 内牵连点相对参考系 $\{G\}$ 的速度。

(3) 刚体 $\tilde{K}$ 相对角加速度与绝对角加速度的关系

$${}^G\boldsymbol{\alpha}^K = {}^N\boldsymbol{\alpha}^K + {}^G\boldsymbol{\alpha}^N + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times {}^N\boldsymbol{\omega}^K \quad (5)$$

推导过程如下。

根据矢量对参考系变化率定义

$${}^G\boldsymbol{\alpha}^K = \frac{d}{dt}({}^G\boldsymbol{\omega}^N + {}^N\boldsymbol{\omega}^K) = \frac{d}{dt}{}^G\boldsymbol{\omega}^N + \frac{d}{dt}{}^N\boldsymbol{\omega}^K \quad (6)$$

为了得到绝对角加速度与相对角加速度的关系, 做如下变换

$$\frac{d}{dt}{}^N\boldsymbol{\omega}^K = \frac{d}{dt}{}^N\boldsymbol{\omega}^K + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times {}^N\boldsymbol{\omega}^K \quad (7)$$

若记

$${}^N\boldsymbol{\alpha}^K \triangleq \frac{d}{dt}{}^N\boldsymbol{\omega}^K \quad {}^G\boldsymbol{\alpha}^N \triangleq \frac{d}{dt}{}^G\boldsymbol{\omega}^N$$

则有

$${}^G\boldsymbol{\alpha}^K = {}^N\boldsymbol{\alpha}^K + {}^G\boldsymbol{\alpha}^N + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times {}^N\boldsymbol{\omega}^K \quad (8)$$

(4) 刚体 $\tilde{K}$ 质心绝对加速度为相对加速度、牵连点加速度与科氏加速度之和

$${}^G\boldsymbol{a}^{K*} = {}^N\boldsymbol{a}^{K*} + {}^G\boldsymbol{a}^{\bar{K}^*} + 2{}^G\boldsymbol{\omega}^N \times {}^N\mathbf{v}^{K*} \quad (9)$$

$${}^G\boldsymbol{a}^{\bar{K}^*} = {}^G\boldsymbol{a}^O + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times ({}^G\boldsymbol{\omega}^N \times \mathbf{r}^{OK*}) + {}^G\boldsymbol{\alpha}^N \times \mathbf{r}^{OK*} \quad (10)$$

式中, ${}^G\boldsymbol{a}^{K*}$ 为刚体 $\tilde{K}$ 质心在参考系 $\{N\}$ 内牵连点相对参考系 $\{G\}$ 的加速度。

2 建模过程

作为一种研究较为广泛的三自由度转动并联机构^[21], 3UPS/S 具有三个 UPS 驱动支链及中间 S 固定支链, 采用移动作为输入, 结构形式简单, 易实

现空间的任意转动且不产生伴随运动。3UPS/S 稳定平台由下平台、中央立柱、驱动分支以及上平台构成, 其中, 驱动分支自下而上由万向较、伺服液压缸和球铰构成。动平台可以绕中央球铰做三自由度转动, 用于补偿船体纵摇与横摇运动, 其结构如图 2 所示。

图 2 3UPS/S 稳定平台结构

各构件质心位置及铰点位置如图 3 所示。

图 3 3UPS/S 各构件质心及铰点位置

图中, 参考系 $\{N\}$ 固结于下平台 W_d , 坐标原点为 O , 下平台质心 W_d^* 位于 $(0, 0, n^*)$, 下铰点运动中心 $B_i(x_{Bi}, y_{Bi}, z_{Bi})$; 参考系 $\{A\}$ 固结于上平台, 坐标原点位于 P , 上平台质心 W_u^* 位于 (x_{wu}, y_{wu}, z_{wu}) , 上铰点运动中心 A_i 坐标为 (x_{Ai}, y_{Ai}, z_{Ai}) ; 驱动分支由上驱动分支 L_u^i 和下驱动分支 L_d^i 两部分, 上下驱动分支的质心位置为

$$\left| \mathbf{r}^{A_i L_u^i} \right| = l_1^* \quad \left| \mathbf{r}^{B_i L_d^i} \right| = l_2^*$$

惯性参考系 $\{G\}$, 坐标原点为 Q 。

首先相对参考系 $\{N\}$ 进行运动分析, 然后按照上一节的方法转化到惯性参考系 $\{G\}$ 下。

2.1 速度分析

按照约定, 下平台 W_d 对惯性系的角速度 ${}^G\boldsymbol{\omega}^N$ 可以直接获得

$${}^G\boldsymbol{\omega}^N = (u_4, u_5, u_6) \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

下平台质心对惯性系 $\{G\}$ 速度可以表示为

$${}^G\mathbf{v}_d^* = {}^G\mathbf{v}^O + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times \mathbf{r}^{OW_d^*} \quad (12)$$

式中, ${}^G\mathbf{v}^O$ 为参考系 $\{N\}$ 原点 O 相对惯性系 $\{G\}$ 的运动速度。

类似地, 上平台 W_u 相对参考系 $\{N\}$ 角速度可以表示为

$${}^N\boldsymbol{\omega}^A = (u_1, u_2, u_3) \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \mathbf{n}_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$ 分别为平行于参考系 $\{N\}$ 三个坐标轴的单位矢量。

上平台相对参考系 $\{N\}$ 质心速度 ${}^N\mathbf{v}_u^*$ 可以表示为

$${}^N\mathbf{v}_u^* = {}^N\boldsymbol{\omega}^A \times \mathbf{r}^{PW_u^*} \quad (14)$$

将上平台速度和角速度转化到惯性系 $\{G\}$ 下

$$\begin{aligned} {}^G\boldsymbol{\omega}^A &= {}^N\boldsymbol{\omega}^A + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \\ {}^G\mathbf{v}_u^* &= {}^G\mathbf{v}_u^{\bar{W}_u^*} + {}^N\mathbf{v}_u^* \\ {}^G\mathbf{v}_u^{\bar{W}_u^*} &= {}^G\mathbf{v}^O + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times \mathbf{r}^{OW_u^*} \end{aligned} \quad (15)$$

式中, ${}^G\mathbf{v}_u^{\bar{W}_u^*}$ 为上平台质心在参考系 $\{N\}$ 中对参考系 $\{G\}$ 的牵连速度。

驱动分支对参考系 $\{N\}$ 的角速度 ${}^N\boldsymbol{\omega}^{Li}$ 可以表示为^[22]

$${}^N\boldsymbol{\omega}^{Li} = \frac{\mathbf{s}_i \times ({}^N\boldsymbol{\omega}^A \times \mathbf{r}^{PA_i})}{l_i} \quad (16)$$

式中, $l_i = |\mathbf{r}^{B_iA_i}|$, 表示第 i 驱动分支总长度, $\mathbf{s}_i = \frac{\mathbf{r}^{B_iA_i}}{l_i}$ 表示驱动分支单位矢量。

上驱动分支质心对参考系 $\{N\}$ 的速度 ${}^N\mathbf{v}_u^{Li*}$ 可以表示为

$${}^N\mathbf{v}_u^{Li*} = {}^N\mathbf{v}_u^{A_i} + {}^N\boldsymbol{\omega}^{Li} \times \mathbf{r}^{A_iL_u^{Li*}} \quad (17)$$

下驱动分支质心对参考系 $\{N\}$ 的速度 ${}^N\mathbf{v}_d^{Li*}$ 可以表示为

$${}^N\mathbf{v}_d^{Li*} = {}^N\boldsymbol{\omega}^{Li} \times \mathbf{r}^{B_iL_d^{Li*}} \quad (18)$$

将驱动分支 L_i 角速度转化到惯性系 $\{G\}$ 下

$${}^G\boldsymbol{\omega}^{Li} = {}^G\boldsymbol{\omega}^N + {}^N\boldsymbol{\omega}^{Li} \quad (19)$$

类似地, 将上下驱动分支质心速度转化到惯性系下

$$\begin{aligned} {}^G\mathbf{v}_u^{Li*} &= {}^G\mathbf{v}_u^{\bar{L}_u^{Li*}} + {}^N\mathbf{v}_u^{Li*} \\ {}^G\mathbf{v}_d^{Li*} &= {}^G\mathbf{v}_d^O + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times \mathbf{r}^{OL_d^{Li*}} \end{aligned} \quad (20)$$

$${}^G\mathbf{v}_d^{Li*} = {}^G\mathbf{v}_d^{\bar{L}_d^{Li*}} + {}^N\mathbf{v}_d^{Li*}$$

$${}^G\mathbf{v}_d^{\bar{L}_d^{Li*}} = {}^G\mathbf{v}^O + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times \mathbf{r}^{OL_d^{Li*}} \quad (21)$$

式中, ${}^G\mathbf{v}_d^{\bar{L}_d^{Li*}}$, ${}^G\mathbf{v}_d^{\bar{L}_d^{Li*}}$ 分别为上下驱动分支质心在参考系 $\{N\}$ 中对惯性系 $\{G\}$ 的牵连速度。

2.2 加速度分析

下平台对惯性系角加速度可以表示为

$${}^G\boldsymbol{\alpha}^N = (\dot{u}_4, \dot{u}_5, \dot{u}_6) \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \end{bmatrix} \quad (22)$$

下平台质心对惯性系加速度表示为

$${}^G\mathbf{a}_d^* = {}^N\mathbf{a}^O + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times ({}^G\boldsymbol{\omega}^N \times \mathbf{r}^{OW_d^*}) + {}^G\boldsymbol{\alpha}^N \times \mathbf{r}^{OW_d^*} \quad (23)$$

式中, ${}^N\mathbf{a}^O$ 为参考系 $\{N\}$ 原点 O 相对于参考系 $\{N\}$ 的加速度。

上平台相对参考系 $\{N\}$ 角加速度可以表示为

$${}^N\boldsymbol{\alpha}^A = \frac{d}{dt} {}^N\boldsymbol{\omega}^A = [\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3] \quad (24)$$

上平台质心相对参考系 $\{N\}$ 加速度可以表示为

$${}^N\mathbf{a}_u^* = {}^N\boldsymbol{\omega}^A \times ({}^N\boldsymbol{\omega}^A \times \mathbf{r}^{PW_u^*}) + {}^N\boldsymbol{\alpha}^A \times \mathbf{r}^{PW_u^*} \quad (25)$$

转化到惯性系下

$${}^G\boldsymbol{\alpha}^A = {}^N\boldsymbol{\alpha}^A + {}^G\boldsymbol{\alpha}^N + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times {}^N\boldsymbol{\omega}^A \quad (26)$$

$${}^G\mathbf{a}_u^* = {}^N\mathbf{a}_u^* + {}^G\mathbf{a}_u^{\bar{W}_u^*} + 2 {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times {}^N\mathbf{v}_u^*$$

$${}^G\mathbf{a}_u^{\bar{W}_u^*} = {}^G\mathbf{a}^O + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times ({}^G\boldsymbol{\omega}^N \times \mathbf{r}^{OW_u^*}) + {}^G\boldsymbol{\alpha}^N \times \mathbf{r}^{OW_u^*} \quad (27)$$

式中, ${}^G\boldsymbol{\alpha}^N = \frac{d}{dt} {}^G\boldsymbol{\omega}^N = (\dot{u}_4, \dot{u}_5, \dot{u}_6) \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \end{bmatrix}$, 表示上平台

相对惯性系角加速度。 ${}^G\mathbf{a}_u^{\bar{W}_u^*}$ 表示上平台质心在参考系 $\{N\}$ 中对参考系 $\{G\}$ 牵连加速度。

由驱动分支计算上铰点 A_i 加速度

$${}^N\mathbf{a}^{A_i} = {}^N\boldsymbol{\omega}^{L_i} \times ({}^N\boldsymbol{\omega}^{L_i} \times l_i \mathbf{s}_i) + {}^N\boldsymbol{\alpha}^{L_i} \times l_i \mathbf{s}_i +$$

$$\frac{d^2}{dt^2} l_i \mathbf{s}_i + 2 {}^N\boldsymbol{\omega}^{L_i} \times \frac{d}{dt} l_i \mathbf{s}_i \quad (28)$$

对式(28)两边由左叉乘 $\mathbf{s}_i$, 整理得

$${}^N\boldsymbol{\alpha}^{L_i} = \frac{\mathbf{s}_i \times ({}^N\mathbf{a}^{A_i} - 2 \dot{l}_i {}^N\boldsymbol{\omega}^{L_i})}{l_i} \quad (29)$$

$${}^N\mathbf{a}^{A_i} = {}^N\boldsymbol{\alpha}^A \times \mathbf{r}^{PA_i} + {}^N\boldsymbol{\omega}^A \times ({}^N\boldsymbol{\omega}^A \times \mathbf{r}^{PA_i})$$

$$\dot{l}_i = \mathbf{s}_i \cdot {}^N\mathbf{v}^{A_i}$$

转化到惯性系下

$${}^G\boldsymbol{\alpha}^{L_i} = {}^N\boldsymbol{\alpha}^{L_i} + {}^G\boldsymbol{\alpha}^N + {}^G\boldsymbol{\omega}^N \times {}^N\boldsymbol{\omega}^{L_i} \quad (30)$$

上驱动分支质心相对参考系 $\{N\}$ 加速度表示为

$${}^N \mathbf{a}^{L_u^*} = {}^N \mathbf{a}^{A_i} + {}^N \boldsymbol{\omega}^{L_i} \times \left({}^N \boldsymbol{\omega}^{L_i} \times \mathbf{r}^{A_i L_u^*} \right) + {}^N \boldsymbol{\alpha}^{L_i} \times \mathbf{r}^{A_i L_u^*} \quad (31)$$

下驱动分支质心相对参考系 \$\{N\}\$ 加速度表示为

$${}^N \mathbf{a}^{L_d^*} = {}^N \mathbf{a}^{B_i} + {}^N \boldsymbol{\omega}^{L_i} \times \left({}^N \boldsymbol{\omega}^{L_i} \times \mathbf{r}^{B_i L_d^*} \right) + {}^N \boldsymbol{\alpha}^{L_i} \times \mathbf{r}^{B_i L_d^*} \quad (32)$$

将上、下驱动分支加速度转化到惯性系下

$$\begin{aligned} {}^G \mathbf{a}^{L_u^*} &= {}^G \mathbf{a}^{L_u^*} + {}^N \mathbf{a}^{L_u^*} + 2 {}^G \boldsymbol{\omega}^N \times {}^N \mathbf{v}^{L_u^*} \\ {}^G \mathbf{a}^{L_d^*} &= {}^G \mathbf{a}^O + {}^G \boldsymbol{\omega}^N \times \left({}^G \boldsymbol{\omega}^N \times \mathbf{r}^{O L_d^*} \right) + {}^G \boldsymbol{\alpha}^N \times \mathbf{r}^{O L_d^*} \end{aligned} \quad (33)$$

$${}^G \mathbf{a}^{L_d^*} = {}^G \mathbf{a}^{L_d^*} + {}^N \mathbf{a}^{L_d^*} + 2 {}^G \boldsymbol{\omega}^N \times {}^N \mathbf{v}^{L_d^*}$$

$${}^G \mathbf{a}^{L_d^*} = {}^G \mathbf{a}^O + {}^G \boldsymbol{\omega}^N \times \left({}^G \boldsymbol{\omega}^N \times \mathbf{r}^{O L_d^*} \right) + {}^G \boldsymbol{\alpha}^N \times \mathbf{r}^{O L_d^*} \quad (34)$$

式中, \${}^G \mathbf{a}^{L_u^*}\$, \${}^G \mathbf{a}^{L_d^*}\$ 分别为上下驱动分支质心在参考系 \$\{N\}\$ 中对参考系 \$\{G\}\$ 牵连加速度。

2.3 偏速度和偏角速度

偏速度与偏角速度是凯恩方法的重要概念^[20]。

并联稳定系统在惯性系下具有 9 个自由度, 选取下平台 \$W_d\$ 对惯性系 \$\{G\}\$ 的三个转动(RPY 角)三移动以及上平台 \$W_u\$ 对参考系 \$\{N\}\$ 三个转动(RPY 角)作为广义坐标; 上平台相对对参考系 \$\{N\}\$ 角速度在参考系 \$\{N\}\$ 下的三个分量 \$(u_1, u_2, u_3)\$, 下平台角速度对惯性系 \$\{G\}\$ 的分量 \$(u_4, u_5, u_6)\$, 下平台原点 \$O\$ 对对惯性系 \$\{G\}\$ 速度 \$(u_7, u_8, u_9)\$ 作为广义速度。系统中刚体构件在惯性系中的速度和角速度都可以唯一表示成

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega} = \sum_{r=1}^9 \boldsymbol{\omega}_r u_r + \boldsymbol{\omega}_i \\ \mathbf{v} = \sum_{r=1}^9 \mathbf{v}_r u_r + \mathbf{v}_i \end{cases} \quad (35)$$

则矢量 \$\mathbf{v}_r, \boldsymbol{\omega}_r\$ 称为该构件在惯性系下的偏速度及偏角速度。通常偏速度与偏角速度可以通过观察得到, 考虑到文中所研究对象比较复杂且不存在单纯时变项, 采取依次代入广义速度单位矢量的方式获取偏速度。定义广义速度矢量

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_v &\triangleq (u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8 \ u_9) \\ \mathbf{E}_1 &\triangleq (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \\ &\vdots \\ \mathbf{E}_9 &\triangleq (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1) \end{aligned}$$

则各构件偏速度与偏角速度如表 1 所示。

表 1 3UPS/S 各构件偏速度与偏角速度

运动构件	偏角速度	偏速度	下标范围
下平台 \$W_d\$	${}^G \boldsymbol{\omega}_r^N = {}^G \boldsymbol{\omega}^N \Big _{E_r=E_r}$	${}^G \mathbf{v}_r^{W_d^*} = {}^G \mathbf{v}^{W_d^*} \Big _{E_r=E_r}$	$(r=1 \cdots 9)$
上平台 \$W_u\$	${}^G \boldsymbol{\omega}_r^A = {}^G \boldsymbol{\omega}^A \Big _{E_r=E_r}$	${}^G \mathbf{v}_r^{W_u^*} = {}^G \mathbf{v}^{W_u^*} \Big _{E_r=E_r}$	$(r=1 \cdots 9)$
驱动分支	${}^G \boldsymbol{\omega}_r^{L_i} = {}^G \boldsymbol{\omega}^{L_i} \Big _{E_r=E_r}$	${}^G \mathbf{v}_r^{L_i^*} = {}^G \mathbf{v}^{L_i^*} \Big _{E_r=E_r}$	$(r=1 \cdots 9)$
		${}^G \mathbf{v}_r^{L_d^*} = {}^G \mathbf{v}^{L_d^*} \Big _{E_r=E_r}$	$(i=1 \cdots 3)$

2.4 建立凯恩方程

凯恩方程可以描述为作用在系统广义惯性力与广义主动力之和为零。

下平台 \$W_d\$ 惯性力和惯性力矩分别表示为

$$\begin{aligned} (\mathbf{R}^*)_{W_d} &= -{}^G \mathbf{a}^{W_d^*} m_{W_d} \\ (\mathbf{T}^*)_{W_d} &= -{}^G \boldsymbol{\alpha}^N \cdot {}^G \mathbf{I}^{W_d} - {}^G \boldsymbol{\omega}^N \times \left({}^G \boldsymbol{\omega}^N \cdot {}^G \mathbf{I}^{W_d} \right) \end{aligned} \quad (36)$$

式中, \${}^G \mathbf{I}^{W_d}\$ 为下平台在惯性系 \$\{G\}\$ 下的中心惯性矩阵

$${}^G \mathbf{I}^{W_d} = {}^G \mathbf{R}^T \cdot {}^N \mathbf{I}^{W_d} \cdot {}^G \mathbf{R} \quad (37)$$

${}^N \mathbf{I}^{W_d}$ 为下平台在参考系 \$\{N\}\$ 下的惯性矩阵, 可以通过参数辨识或计算机三维模型获得。 ${}^G \mathbf{R}$ 为参考系 \$\{N\}\$ 到惯性系 \$\{G\}\$ 的旋转变换矩阵

$${}^G \mathbf{R} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{e}_1 & \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{e}_2 & \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{e}_1 & \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{e}_2 & \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{n}_3 \cdot \mathbf{e}_1 & \mathbf{n}_3 \cdot \mathbf{e}_2 & \mathbf{n}_3 \cdot \mathbf{e}_3 \end{bmatrix}$$

上平台 \$W_u\$ 惯性力和惯性力矩分别表示为

$$\begin{aligned} (\mathbf{R}^*)_{W_u} &= -{}^G \mathbf{a}^{W_u^*} m_{W_u} \\ (\mathbf{T}^*)_{W_u} &= -{}^G \boldsymbol{\alpha}^A \cdot {}^G \mathbf{I}^{W_u} - {}^G \boldsymbol{\omega}^A \times \left({}^G \boldsymbol{\omega}^A \cdot {}^G \mathbf{I}^{W_u} \right) \end{aligned} \quad (38)$$

式中, \${}^G \mathbf{I}^{W_u}\$ 为上平台在惯性系 \$\{G\}\$ 下的中心惯性矩阵

$${}^G \mathbf{I}^{W_u} = {}^G \mathbf{R}^T \cdot {}^A \mathbf{I}^{W_u} \cdot {}^G \mathbf{R} \quad (39)$$

${}^A \mathbf{I}^{W_u}$ 为上平台在参考系 \$\{N\}\$ 下的惯性矩阵。 ${}^G \mathbf{R}$ 为参考系 \$\{A\}\$ 到惯性系 \$\{G\}\$ 的旋转变换矩阵

$${}^G \mathbf{R} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{e}_1 & \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{e}_2 & \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{e}_1 & \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{e}_2 & \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{a}_3 \cdot \mathbf{e}_1 & \mathbf{a}_3 \cdot \mathbf{e}_2 & \mathbf{a}_3 \cdot \mathbf{e}_3 \end{bmatrix}$$

构造固结于驱动分支上的体坐标系 \$\{L_i\} (l_1^i, l_2^i, l_3^i)^T\$。

$$l_3^i = s_i \quad l_1^i = \frac{\mathbf{r}^{OB_i} \times \mathbf{r}^{B_i A_i}}{|\mathbf{r}^{OB_i} \times \mathbf{r}^{B_i A_i}|} \quad l_2^i = l_3^i \times l_1^i$$

上驱动分支惯性力及惯性力矩为

$$\begin{aligned} (\mathbf{R}^*)_{L_u^i} &= -{}^G \mathbf{a}^{L_u^i^*} m_{L_u^i} \\ (\mathbf{T}^*)_{L_u^i} &= -{}^G \boldsymbol{\alpha}^{L_u^i} \cdot {}^G \mathbf{I}^{L_u^i} - {}^G \boldsymbol{\omega}^{L_u^i} \times \left({}^G \boldsymbol{\omega}^{L_u^i} \cdot {}^G \mathbf{I}^{L_u^i} \right) \end{aligned} \quad (40)$$

下驱动分支惯性力及惯性力矩为

$$\begin{aligned} (\mathbf{R}^*)_{L_d^i} &= -{}^G \mathbf{a}^{L_d^i^*} m_{L_d^i} \\ (\mathbf{T}^*)_{L_d^i} &= -{}^G \boldsymbol{\alpha}^{L_d^i} \cdot {}^G \mathbf{I}^{L_d^i} - {}^G \boldsymbol{\omega}^{L_d^i} \times \left({}^G \boldsymbol{\omega}^{L_d^i} \cdot {}^G \mathbf{I}^{L_d^i} \right) \end{aligned} \quad (41)$$

式中, \${}^G \mathbf{I}^{L_u^i}\$、\${}^G \mathbf{I}^{L_d^i}\$ 分别为上下驱动分支在惯性系 \$\{G\}\$

下的中心惯性矩阵

$${}^G I_u^L = \left({}^G R_i \right)^T \cdot {}^L I_u^L \cdot {}^G R_i \quad (42)$$

$${}^G I_d^L = \left({}^G R_i \right)^T \cdot {}^L I_d^L \cdot {}^G R_i \quad (43)$$

${}^L I_u^L$ 、 ${}^L I_d^L$ 分别为上下分支在参考系 $\{L_i\}$ 系下的惯性矩阵。 ${}^G R_i$ 为参考系 $\{L_i\}$ 到惯性系 $\{G\}$ 的旋转变换矩阵

$${}^G R_i \triangleq \begin{bmatrix} l_1^i \cdot e_1 & l_1^i \cdot e_2 & l_1^i \cdot e_3 \\ l_2^i \cdot e_1 & l_2^i \cdot e_2 & l_2^i \cdot e_3 \\ l_3^i \cdot e_1 & l_3^i \cdot e_2 & l_3^i \cdot e_3 \end{bmatrix}$$

按照定义^[20], 系统广义惯性力可以表示为系统每一刚体构件所受广义惯性力之和

$$\begin{aligned} F_r^* &= (R^*)_{w_d} \cdot {}^G v_r^{N*} + (T^*)_{w_d} \cdot {}^G \omega_r^N + (R^*)_{w_u} \cdot {}^G v_r^{A*} + \\ & (T^*)_{w_u} \cdot {}^G \omega_r^A + \sum_{i=1}^3 \left[(R^*)_{L_u^i} \cdot {}^G v_r^{L_u^i*} + (T^*)_{L_u^i} \cdot {}^G \omega_r^{L_u^i} \right. \\ & \left. + (R^*)_{L_d^i} \cdot {}^G v_r^{L_d^i*} + (T^*)_{L_d^i} \cdot {}^G \omega_r^{L_d^i} \right] \\ & (r=1,2,\dots,9) \end{aligned} \quad (44)$$

通过虚拟低阶子机构 L 将非惯性系中运动的 3UPS/S 机构转换到惯性系下。对非惯性系下 3UPS/S 机构而言, 低阶子机构 L 可以是与 3UPS/S 下平台刚性连接并可以提供空间六维运动的任意机构, 放在实际应用背景中 3UPS/S 作为稳定平台属于高阶子机构而船体在海浪中运动可认为是低阶子机构。

此时 3UPS/S 机构由非惯性系下的 3 自由度运动扩展为惯性系下的 9 自由度运动。增加的 6 个自由度代表虚拟机构 L 输出构件的空间 6 维运动。由于对高阶子机构 H 而言, 低阶子机构 L 对其影响仅限于提供基础运动与约束力, 而低阶子机构 L 内部受力对高阶子机构并无影响, 因此忽略 L 的具体形态, 仅保留六维运动与约束力。将 3UPS/S 与虚

拟机构 L 在连接处隔离开来, 并以 6 维约束力表示虚拟机构 L 对 3UPS/S 的作用。则系统广义主动力可以表示

$$\begin{aligned} F_r &= G^{W_d} \cdot v_r^{W_d*} + (F_L^{W_u} + G^{W_u}) \cdot v_r^{W_u*} + T_L^{W_u} \cdot \omega_r^A + \\ & \sum_{i=1}^3 \left[F_D^i \cdot v_r^{L_u^i*} + G_{Lu}^i \cdot v_r^{L_u^i*} + F_D^i \cdot v_r^{L_d^i*} + G_{Ld}^i \cdot v_r^{L_d^i*} \right] + \\ & Q_1 s_1 \cdot (v_r^{L_1^1*} - v_r^{L_1^1*}) + Q_2 s_2 \cdot (v_r^{L_2^2*} - v_r^{L_2^2*}) + \\ & Q_3 s_3 \cdot (v_r^{L_3^3*} - v_r^{L_3^3*}) + F_x n_1 \cdot {}^G v_r^O + F_y n_2 \cdot {}^G v_r^O + \\ & F_z n_3 \cdot {}^G v_r^O + T_x n_1 \cdot {}^G \omega_r^N + T_y n_2 \cdot {}^G \omega_r^N + \\ & T_z n_3 \cdot {}^G \omega_r^N \quad r=1,2,\dots,9 \end{aligned} \quad (45)$$

式中, G^{W_d} 为下平台重力; G^{W_u} 上平台重力; T_L^A, F_L^A 分别为外载荷; $Q_i s_i (i=1,2,3)$, 表示上驱动分支驱动力; F_s, T_s 分别下平台受到约束力, 记做

$$F_s = (F_x, F_y, F_z) \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \quad T_s = (T_x, T_y, T_z) \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$$

则 3UPS/S 机构在非惯性系 $\{N\}$ 下的动力学方程可以写成

$$F_r^* + F_r = 0 \quad r=1,2,\dots,9 \quad (46)$$

写成矩阵形式

$$T + M F_D + F^* = 0 \quad (47)$$

3UPS/S 机构非惯性系 $\{N\}$ 下运动的驱动力及下平台约束力矢量 F_D 可以表示成

$$F_D = M^{-1} \cdot (-T - F^*) \quad (48)$$

式中, T 表示重力及外负载产生的广义力, F_D 表示驱动力与约束力合成矢量, M 表示驱动力及约束力向偏速度矢量的映射矩阵, 具体表达式如下

$$\begin{aligned} T &= \begin{bmatrix} G^N \cdot v_1^{N*} + (F_L^A + G^A) \cdot v_1^{A*} + T_L^A \cdot \omega_1^A + \sum (G_{Lu}^i \cdot v_1^{L_u^i*} + G_{Ld}^i \cdot v_1^{L_d^i*}) \\ \vdots \\ G^N \cdot v_9^{N*} + (F_L^A + G^A) \cdot v_9^{A*} + T_L^A \cdot \omega_9^A + \sum (G_{Lu}^i \cdot v_9^{L_u^i*} + G_{Ld}^i \cdot v_9^{L_d^i*}) \end{bmatrix}_{9 \times 1} \\ F_D &\triangleq [Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad F_x \quad F_y \quad F_z \quad T_x \quad T_y \quad T_z]^T \\ M &= \begin{bmatrix} s_1 \cdot (v_1^{L_1^1*} - v_1^{L_1^1*}) & s_2 \cdot (v_1^{L_2^2*} - v_1^{L_2^2*}) & s_3 \cdot (v_1^{L_3^3*} - v_1^{L_3^3*}) & n_1 \cdot {}^G \omega_1^N & n_2 \cdot {}^G \omega_1^N & n_3 \cdot {}^G \omega_1^N & n_1 \cdot {}^G v_1^O & n_2 \cdot {}^G v_1^O & n_3 \cdot {}^G v_1^O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_1 \cdot (v_9^{L_1^1*} - v_9^{L_1^1*}) & s_2 \cdot (v_9^{L_2^2*} - v_9^{L_2^2*}) & s_3 \cdot (v_9^{L_3^3*} - v_9^{L_3^3*}) & n_1 \cdot {}^G \omega_9^N & n_2 \cdot {}^G \omega_9^N & n_3 \cdot {}^G \omega_9^N & n_1 \cdot {}^G v_9^O & n_2 \cdot {}^G v_9^O & n_3 \cdot {}^G v_9^O \end{bmatrix}_{9 \times 9} \end{aligned}$$

台, 可以围绕中心虎克铰作二自由度空间转动; 3UPS/S 平台采用液压伺服驱动, 固定于模拟运动平台上。试验过程中同时驱动上下平台独立运动, 采集 3UPS/S 驱动分支的驱动力、位移信号以及模拟平台两轴倾角信号, 如图 7 所示。上平台采用 NI cRIO-9033 控制器, 模拟平台采用德国倍福 (Beckhoff) CX5130 控制器, 整体试验数据采集由 NI cRIO-9033 完成。部分试验参数如表 2 所示。

图 6 非惯性系下的 3UPS/S 运动平台

图 7 非惯性 3UPS/S 运动测试原理

表 2 部分试验设备参数

结构参数	数值
3UPS/S 上平台质心位置/m	(0 0 0.041)
3UPS/S 下平台质心位置/m	(0 0 0.045)
位移传感器量程/m	0.45
位移传感器精度(%)	0.02
力传感器测量精度(%)	0.01
倾角仪量程/(°)	±30
倾角仪测量精度/(°)	±0.1
采样周期/s	0.01

计算驱动力需要得到上下平台运动量及其一、二阶微分信号。对模拟运动平台, 使用倾角仪测量其两轴运动角度; 对 3UPS/S 稳定补偿平台, 测量三个驱动分支位移再由机构位置正解计算出 3UPS/S 三轴相对转动, 具体数据处理过程如图 8 所示。为了避免直接差分引入高频干扰, 对信号进行卡尔曼滤波处理, 并以状态估计形式得到原始信号的一阶和二阶微分信号。滤波后模拟运动平台两自

由度转动以及 3UPS/S 三轴相对转动曲线分别如图 9、10 所示。

图 8 试验数据处理过程

图 9 模拟平台两自由度转动角度

图 10 3UPS/S 三轴转动角度

计算驱动力与实测驱动力曲线对比如图 11 所示。由图 11 可知, 动力学模型得到的计算驱动力与实测驱动力在量值上相近且变化趋势一致, 验证了动力学模型的合理性。同时, 计算驱动力与实测驱动力存在一定差距。这一差距体现在高频和低频两个方面: 实测驱动力除按照所需驱动力趋势变化外还存在高频抖动, 驱动力的抖动可能来自 3UPS/S 驱动分支闭环控制与分支关节弹性变形间的相互作用

图 11 计算驱动力与实测驱动力对比

用；低频方面，计算驱动力与实测驱动力也存在一定误差，这可能由于系统惯性参数选取不够准确，通过惯性参数辨识有望进一步提高动力学模型的准确性。

4 结论

通过虚拟低阶子机构将非惯性系中运动的 3UPS/S 机构转换到惯性系下，相应地 3UPS/S 机构由非惯性系 3 自由度运动扩展为惯性系下的 9 自由度运动。与此同时，来自虚拟机构 6 维约束力与 3UPS/S 原有 3 个驱动力一起构成新的输入力矢量，并与机构 9 维运动构成对偶关系。

借鉴串并混联机构的动力学研究过程，针对非惯性系多刚体系统，提出通过虚拟低阶参考系机构，将惯性系动力学研究方法扩展非惯性系当中的思想。系统论证了刚体运动在不同参考系间转化以及虚拟低阶机构隔离等问题，并通过仿真和试验研究验证了该建模方法的正确性。

参 考 文 献

- [1] 刘应中. 船舶在波浪上的运动理论[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1987.
- LIU Yingzhong. Theory of ship motions in waves[M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 1987.
- [2] 刘晓, 赵铁石, 李二伟, 等. 非惯性系折叠式并联稳定平台机构建模及分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(17): 101-109.
- LIU Xiao, ZHAO Tieshi, LI Erwei, et al. Modeling and analysis of foldable parallel stabilized platform in non-inertial system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(17): 101-109.
- [3] KHALIL W, GUEGAN S. Inverse and direct dynamic modeling of Gough-Stewart robots[J]. Robotics IEEE

Transactions on Robotics, 2004, 20(4): 754-761.

- [4] ZHANG Lijie, GUO Fei, LI Yongquan, et al. Global dynamic modeling of electro-hydraulic 3-UPS/S parallel stabilized platform by bond graph[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(6): 1-10.
- [5] ABDELLATIF H, HEIMANN B. Computational efficient inverse dynamics of 6-DOF fully parallel manipulators by using the Lagrangian formalism[J]. Mechanism & Machine Theory, 2009, 44(1): 192-207.
- [6] LEI Jingtao, YU Huangying, WANG Tianmiao. Dynamic bending of bionic flexible body driven by pneumatic artificial muscles(PAMs) for spinning gait of quadruped robot[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(1): 11-20.
- [7] 贾凯凯, 梅江平, 刘松涛, 等. 4 自由度并联机构刚体动力学模型[J]. 机械工程学报, 2016, 52(13): 10-16.
- JIA Kaikai, MEI Jiangping, LIU Songtao, et al. Rigid-body dynamic model of a four-DOF parallel mechanism[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(13): 10-16.
- [8] SOKOLOV A, XIROUCHAKIS P. Singularity analysis of a 3-DOF parallel manipulator with R-P-S joint structure[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(5): 541-557.
- [9] WU Jun, WANG Jinsong, WANG Liping, et al. Dynamics and control of a planar 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy[J]. Mechanism & Machine Theory, 2009, 44(4): 835-849.
- [10] STAICU S. Recursive modelling in dynamics of agile wrist spherical parallel robot[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2009, 25(2): 409-416.
- [11] YANG Chifu, HUANG Qitao, HAN Junwei. Decoupling control for spatial six-degree-of-freedom electro-hydraulic parallel robot[J]. Robotics & Computer Integrated Manufacturing, 2012, 28(1): 14-23.
- [12] YANG Chifu, HUANG Qitao, JIANG Hongzhou, et al. PD control with gravity compensation for hydraulic 6-DOF parallel manipulator[J]. Mechanism & Machine Theory, 2010, 45(4): 666-677.
- [13] KOEKEBAKKER S H. Model based control of a flight simulator motion system[D]. Delft: Delft University of Technology, 2001.
- [14] YUAN Yun, LI Yangmin. Design and analysis of a novel 6-DOF redundant actuated parallel robot with compliant hinges for high precision positioning[J]. Nonlinear Dynamics, 2010, 61(4): 829-845.
- [15] LIU Jinguo, LI Yangmin, ZHANG Yang, et al. Dynamics and control of a parallel mechanism for active vibration isolation in space station[J]. Nonlinear Dynamics, 2014,

- 76(3): 1737-1751.
- [16] 祝长生, 陈拥军. 机动飞行时航空发动机转子系统的振动特性[J]. 航空学报, 2006, 27(5): 835-841.
ZHU Changsheng, CHEN Yongjun. Vibration characteristics of aeroengine's rotor system during maneuvering flight[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2006, 27(5): 835-841.
- [17] 林富生, 黄其柏, 黄新乐, 等. 非惯性系动力学研究综述[J]. 武汉理工大学学报, 2007, 29(4): 67-71.
LIN Fusheng, HUANG Qibai, HUANG Xinle et al. A survey of the dynamic investigation in non-inertial systems[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2007, 29(4): 67-71.
- [18] 刘晓, 赵铁石, 王唱, 等. 非惯性系稳定平台运动分析与仿真[J]. 机器人, 2013, 35(6): 723-730.
LIU Xiao, ZHAO Tieshi, WANG Chang, et al. Kinematics analysis and simulation of stabilizing platform in non-inertial system[J]. Robot, 2013, 35(6): 723-730.
- [19] HU Bo, ZHANG Liandong, YU Jingjing. Kinematics and dynamics analysis of a novel serial-parallel dynamic simulator[J]. Journal of Mechanical Science & Technology, 2016, 30(11): 5183-5195.
- [20] THOMAS R K, DAVID A L. Dynamics: Theory and applications[M]. McGraw-Hill Book Company, 1985.
- [21] 赵云峰, 程丽, 赵永生. 3-UPS/S 并联机构运动学分析及机构优化设计[J]. 机械设计, 2009, 26(1): 46-49.
ZHAO Yunfeng, CHENG Li, ZHAO Yongsheng. Kinematic analysis of 3-UPS/S parallel mechanism and its optimization design[J]. Journal of Machine Design, 2009, 26(1): 46-49.
- [22] 李新友, 陈五一, 韩先国. 基于 Kane 方程的 3UPS/S 并联机构动力学研究[J]. 机床与液压, 2011, 39(13): 1-5.
LI Xinyou, CHEN Wuyi, HAN Xianguo. Dynamics analysis of a 3UPS/S parallel mechanism based on Kane equations[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2011, 39(13): 1-5.
-
- 作者简介:** 王力航, 男, 1989 年出生, 博士研究生。主要研究方向为液压伺服控制技术。
E-mail: wlh5578@qq.com
郭菲, 女, 1986 年出生, 讲师。主要研究方向为电液驱动并联机构动力学建模及性能指标。
E-mail: guof_ysu@163.com
卢文娟, 女, 1983 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为并联机构自由度分析、型综合。
E-mail: wenjuan_lu@163.com
李永泉, 男, 1979 年出生, 副教授。主要研究方向为并联机构及机器人技术。
E-mail: lijiaang197879@sina.com
张立杰(通信作者), 男, 1969 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机构学、机械结构力学性能分析及结构优化设计、电液控制系统、流体机械优化设计。
E-mail: ljzhang@ysu.edu.cn