

DOI: 10.3901/JME.2019.23.120

## 振动子结构综合与修正方法研究综述\*

郑玲<sup>1</sup> 苏锦涛<sup>1</sup> 万鑫铭<sup>2</sup> 王菲<sup>1</sup>

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆 400044;

2. 汽车噪声振动和安全国家重点实验室 重庆 401122)

**摘要:** 在大型复杂的结构设计过程中, 子结构综合与修正方法由于其快速、动态、综合等特点越来越广泛地应用于现代结构设计之中, 以完善子结构综合与修正方法知识参考、引起国内学者关注该技术研究为目的, 阐述了振动子结构与系统之间的综合与修正方法。在子结构综合方法中, 主要对比分析了模态缩减与综合、频域 JETMUNDSEN、REN、机械阻抗导纳法综合法、频响函数奇异值分解降噪法、子系统转角自由度刚柔等效及转换方法的原理及应用, 评述了上述方法的优点与不足, 就尚未解决的问题作了进一步探讨; 在子结构修正方法中, 对比分析了多重参考基准修正法、目标函数动态修正法、参数型修正、神经网络型修正、灵敏度修正、频响函数修正等方法的应用, 总结了模型修正方法中存在的一些问题。最后, 提出了振动子结构综合及修正方法的研究趋势。

**关键词:** 子结构综合; 转角自由度; 模型修正; 频响函数

**中图分类号:** TH212; TH213.3

## Research on the Synthesis and Modification of Vibration Substructure

ZHENG Ling<sup>1</sup> SU Jintao<sup>1</sup> WAN Xinming<sup>2</sup> WANG Fei<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044;

2. State Key Laboratory of Vehicle NVH and Safety Technology, Chongqing 401122)

**Abstract:** In the process of large and complex structural design, the synthesis and correction method have been widely used in modern structural, because substructure has the characteristics of fast, dynamic and comprehensive. In order to improve the synthesis and correction of substructure and attract domestic scholars to focus on the research of this technology, the methods for the comprehensive correction of vibration substructures and systems are introduced. In the synthesis method of substructure, the principle and application of these methods are compared. These methods include modal reduction and synthesis, JETMUNDSEN, REN, mechanical impedance admittance method synthesis method, frequency response function singular value decomposition and noise reduction method, angle of freedom and flexible equivalent and transformation method, the advantages and disadvantages of these methods are discussed, and the unsolved problems are discussed as well. In the method of substructure correction, the application effects of these methods are compared, including reference datum correction method, objective function correction method, parameter type method, neural network, sensitivity correction and frequency response function correction method. Finally, some problems existing in the model correction method are summarized, and further research is pointed out.

**Key words:** substructure; rotational degree of freedom; model updating; frequency response function

### 0 前言

在动态结构设计、建模分析过程中, 对于大型复杂结构的计算, 需要耗费大量的计算成本同时也不利于进行现代创新设计中的快速修改和结构优化<sup>[1-3]</sup>, 振动子结构综合方法为这类问题提供了一种解决思路, 它是将整体结构按照一定的规则划分成

若干相互关联的子结构, 然后按照位移和力的协调条件, 构造子结构与整体结构之间的动态连接关系, 计算每个子结构的动态特性, 最后根据子结构与系统之间的联系, 确定整体结构的动特性。传统的动态子结构综合方法, 如固定界面模态综合法、耦合界面模态综合法、混合模态综合法在模态综合时存在高阶次模态截断误差, 在对子结构计算精度和效率的处理上存在一定的缺陷。近年来, 动态频域子结构, 包括频域 FRF 的综合, 频域传递函数的降噪技术、考虑转角自由度的动态频域子结构综合等技

\* 国家重点研发计划(2017YFB0102603)和国家自然科学基金(51875061)资助项目。20181205 收到初稿, 20190805 收到修改稿

术在解决振动子系统综合问题上得到了快速的发展,特别是针对大型模型的计算上具有较好的优势。频域动态子结构包含子结构的频响函数矩阵,以及求解所需要的模态信息,能够计算更准确的结构动态特性,而且不存在高阶次模态截断的影响,具有较好的应用前景<sup>[4-5]</sup>。

多数情况下通过数值分析得到的结果与实验得到的结果并不能很好的吻合,其原因在于理论模型的边界条件为理想边界,复杂模型等效转化为理想模型,以及连接界面等复杂结构的不确定连接条件等因素的影响,理论模型与实验结果误差较大时,将导致分析得到的结构模型动态特性与实际测量结果相比有较大出入,甚至超出了工程实践中所要求的设计精度。该情况下需要进行模型的修正,常用的模型修正方法有:矩阵型修正方法、参数型修正方法、遗传算法(Genetic algorithm, GA)、模拟退火法(Simulated annealing, SA)修正算法、神经网络修正方法等,结构模型修正的目的在于尽量缩小理论模型与实际结构之间的误差。

## 1 动态子结构

### 1.1 动态子结构综合

子结构的内部关系和连接界面如图 1 所示,动态子结构方法是将整体结构拆分成各个相互关联的子结构,然后按照位移和力的协调方程将各个子结构进行连接的一种综合方法。子结构物理域分为特征值分析和傅里叶变换,各自分解为时域模态、频域两个领域,通过模态叠加和模态识别进行转换,动态子结构的主要研究方法分成模态综合法和频域综合法,其中模态综合法(Component mode synthesis, CMS)是较为常用的计算动态子系统方法。KLERK 和 RIXEN 等<sup>[6]</sup>、VOORMEEREN 等<sup>[7]</sup>、CRAIG<sup>[8]</sup>分别对固定边界、自由边界、混合边界、及载荷边界法进行了综述研究。在动态子系统理论研究方面, HOU 等<sup>[9]</sup>提出了自由界面模态综合法,该方法采用低阶次主模态,忽略剩余高阶次模态的影响。CRAIG 和 CHANG 等<sup>[10]</sup>改进了 HOU 的方法,将剩余模态引入动态子系统中,提高了自由界面综合法的计算精度和收敛性。SUAREZ 等<sup>[11]</sup>根据高阶次模态叠加方法并利用固定界面主模态对被截断的高阶次模态近似对模态截断方法进行了改进,增加了特征值的误差估计。BISHOP 和 JOHNSON<sup>[12]</sup>将机械阻抗和导纳的方法进行改进并运用到简单结构梁单元的子结构分析中。O'HARA 等<sup>[13]</sup>在 BISHOP 和 JOHNSON 的基础上将机械阻抗和机械导纳放大进

行创新和完善,将该方法引入到多自由度复杂机械结构中。

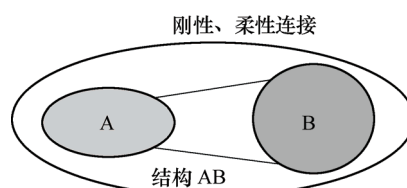


图 1 动态子结构内部关系

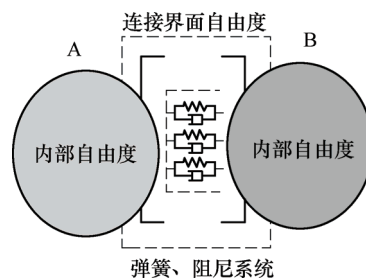


图 2 动态子结构连接界面

### 1.2 动态子结构模型缩减

对于复杂大规模动态有限元模型,计算精度和计算规模是解决该类问题的关键,采用模型缩聚或子结构方法进行动力学分析,或与试验数据混合来建立准确模型,可有效降低计算量。常见模型缩聚方法主要有: GUYA 缩聚<sup>[14]</sup>、IRS(Improved reduction system)方法<sup>[15]</sup>、动态缩聚方法<sup>[16]</sup>和 SEREP(System equivalent reduction expansion process)方法<sup>[17]</sup>等。RAYNAUD 和 BOUHADDI 等<sup>[18]</sup>基于多水平缩聚,提出了修正复杂模型的方法,是一种基于压缩模型和频率响应的更新方法,首先将大型自由度复杂模型缩减到几百个自由度,然后将模型压缩到测量点,有效地解决了超大规模的计算量问题。

### 1.3 动态子结构应用

在动态子系统方法的应用方面, SUNG 等<sup>[19]</sup>应用混合界面模态综合法对声振系统进行建模,并预测了随机路面激励引起的内部噪声响应。LEE<sup>[20]</sup>运用子系统模态综合法建立了车身、悬架、轮胎等多个子系统的整车模型,计算了由子系统综合后的整车模态和振动响应。QIU 等<sup>[21]</sup>采用混合模态的位移展开项,推导出精确的子结构动态混合函数方法并应用在动力学分析上,修正了混合界面的理论。DONDEERS 等<sup>[22]</sup>将整体结构分解为两个独立的子结构,并运用波动理论对分解子结构进行缩减子结构的重新组合连接,运用缩减技术对车身模型进行了求解计算。波动缩减技术是将整体结构进行组合和分解,重新结合连接界面自由度进而求解结构动态特性。虽然模态综合法、缩聚法、机械阻抗导纳法,在一定的工程技术领域得到了一定的推广和应用,但是该方法存在一定的局限性,并不适用于超大型

复杂结构以及边界条件复杂、边界条件存在不确定性的结构中。随着科技的进步和测试技术的发展,对于不确定因素越来越依靠测试技术去解决,另一方面随着频响函数的测量精度越来越高,使频响函数 FRF 直接测量结果在频域动态子结构综合中的应用成为可能。EWINS 归纳和阐述了动态子结构频响函数测量和合成方法,为频响函数的直接应用起到了一定的作用。

## 2 频响函数子结构

### 2.1 频响矩阵子结构

基于频响函数的子结构方法是直接采用各个子结构之间的频响函数矩阵进行综合以建立多个子系统的模型,最初的频响函数子结构结构简单,但是存在两次矩阵的求逆过程<sup>[23]</sup>。

(1) JETMUNDSEN 等<sup>[24]</sup>对频响函数子结构方法进行了归纳,将子结构之间的位移与力平衡条件进行了推导,该方法对机械导纳和阻抗法进行了很大的改进,不需要对整个结构进行频响矩阵求逆运算,只需要对连接处的频响函数矩阵进行求逆运算,大大降低了求解计算的难度,缩减了矩阵求解的阶次。该方法研究的子结构如图 3、4 所示,根据子结构的分离与组合状态的关系,以及频响矩阵的分布,得到总结构的频响矩阵。对连接界面自由度  $b$  和  $d$  进行纯刚性连接(该方法不考虑连接界面的柔性处理)即令

$$\mathbf{H}^A = \begin{bmatrix} H_{aa}^A & H_{ab}^A \\ H_{ba}^A & H_{bb}^A \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}^B = \begin{bmatrix} H_{cc}^B & H_{cd}^B \\ H_{dc}^B & H_{dd}^B \end{bmatrix} \quad (1)$$

根据位移力协调平衡方程

$$\mathbf{x}_b^A = \mathbf{x}_d^B = \mathbf{x}_c^B \quad (2)$$

得到组合结构频响函数矩阵

$$\mathbf{H}^C = \begin{bmatrix} H_{aa}^c & H_{aj}^c & H_{ac}^c \\ H_{ja}^c & H_{jj}^c & H_{jc}^c \\ H_{ca}^c & H_{cj}^c & H_{cc}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{aa}^A & H_{ab}^A & 0 \\ H_{ba}^A & H_{bb}^A & 0 \\ 0 & 0 & H_{cc}^B \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{ab}^A \\ H_{bb}^A \\ -H_{cd}^B \end{bmatrix} (\mathbf{H}_{bb}^A + \mathbf{H}_{aa}^B)^{-1} \begin{bmatrix} H_{ab}^A \\ H_{bb}^A \\ -H_{cd}^B \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

(2) REN 等<sup>[25]</sup>在 JETMUNDSEN 基础上对动态子结构方法进行了较大的改进,提出一种适用于多个子结构综合的计算方法,并且在耦合的非独立子结构中可以进行一些初步的计算和应用。

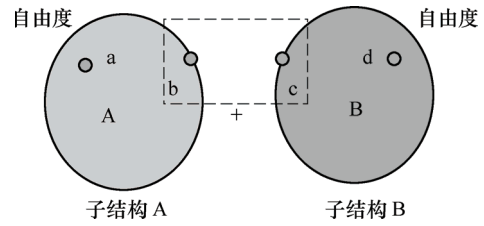


图 3 动态子结构分离状态

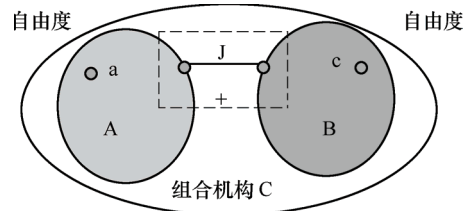


图 4 动态子结构结合状态

(3) 另一种频域子结构方法是考虑连接部件和连接特性的机械导纳、阻抗子结构综合方法,该方法综合了前几种方法的特点,在子结构综合中考虑了连接部件的阻抗和导纳。原始结构的机械导纳矩阵和连接机械阻抗矩阵为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{a_1} \\ \mathbf{x}_{b_1} \\ \mathbf{x}_{c_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{a_1 a_1} & H_{a_1 b_1} & H_{a_1 c_1} \\ H_{b_1 a_1} & H_{b_1 b_1} & H_{b_1 c_1} \\ H_{c_1 a_1} & H_{c_1 b_1} & H_{c_1 c_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{a_1} \\ \mathbf{f}_{b_1} \\ \mathbf{f}_{c_1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{b_2} \\ \mathbf{f}_{c_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{b_2 b_2} & Z_{b_2 c_2} \\ Z_{c_2 b_2} & Z_{c_2 c_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{b_2} \\ \mathbf{x}_{c_2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中,  $a_1$ 、 $b_1$ 、 $c_1$  表示原始组合结构内部自由度,  $b_2$ 、 $c_2$  表示连接部件的连接自由度,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  表示组合后自由度。

根据机械阻抗导纳法子结构的位移与力协调方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{b_1} \\ \mathbf{x}_{c_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{b_1} \\ \mathbf{x}_{c_1} \end{bmatrix}^{def} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_b \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{a_1} = \mathbf{x}_a \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{b_1} \\ \mathbf{f}_{c_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{b_2} \\ \mathbf{f}_{c_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_b \\ \mathbf{f}_c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{a_1}^{def} = \mathbf{x}_a \quad (7)$$

根据方程式(6)、(7)推出

$$(Z_{b_2 b_2} H_{b_1 a_1} + Z_{b_2 c_2} H_{c_1 a_1}) \mathbf{f}_{a_1} + (Z_{b_2 b_2} H_{b_1 b_1} + Z_{b_2 c_2} H_{c_1 b_1}) \mathbf{f}_{b_1} + (Z_{b_2 b_2} H_{b_1 c_1} + Z_{b_2 c_2} H_{c_1 c_1}) \mathbf{f}_{c_1} = \mathbf{f}_{b_2} \quad (8)$$

$$(Z_{c_2 b_2} H_{b_1 a_1} + Z_{c_2 c_2} H_{c_1 a_1}) \mathbf{f}_{a_1} + (Z_{c_2 b_2} H_{b_1 b_1} + Z_{c_2 c_2} H_{c_1 b_1}) \mathbf{f}_{b_1} + (Z_{c_2 b_2} H_{b_1 c_1} + Z_{c_2 c_2} H_{c_1 c_1}) \mathbf{f}_{c_1} = \mathbf{f}_{c_2} \quad (9)$$

将方程式(8)代入方程式(9), 推出

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{b_2} \\ \mathbf{f}_{c_2} \end{bmatrix} = \Delta^{-1} \begin{bmatrix} Z_{b_2 b_2} & Z_{b_2 c_2} \\ Z_{c_2 b_2} & Z_{c_2 c_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{b_1 a_1} & H_{b_1 b_1} & H_{b_1 c_1} \\ H_{c_1 a_1} & H_{c_1 b_1} & H_{c_1 c_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{f}_b \\ \mathbf{f}_c \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$A = I + \begin{bmatrix} Z_{b_2b_2} & Z_{b_2c_2} \\ Z_{c_2b_2} & Z_{c_2c_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{b_1b_1} & H_{b_1c_1} \\ H_{c_1b_1} & H_{c_1c_1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

整体结构频响矩阵为

$$\begin{bmatrix} H_{aa} & H_{ab} & H_{ac} \\ H_{ba} & H_{bb} & H_{bc} \\ H_{ca} & H_{cb} & H_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{a_1a_1} & H_{a_1b_1} & H_{a_1c_1} \\ H_{b_1a_1} & H_{b_1b_1} & H_{b_1c_1} \\ H_{c_1a_1} & H_{c_1b_1} & H_{c_1c_1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H_{a_1b_1} & H_{a_1c_1} \\ H_{b_1b_1} & H_{b_1c_1} \\ H_{c_1b_1} & H_{c_1c_1} \end{bmatrix} A^{-1} \begin{bmatrix} Z_{b_2b_2} & Z_{b_2c_2} \\ Z_{c_2b_2} & Z_{c_2c_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{a_1b_1} & H_{a_1c_1} \\ H_{b_1b_1} & H_{b_1c_1} \\ H_{c_1b_1} & H_{c_1c_1} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

动态子系统的机械阻抗和机械导纳求解过程中, 需要对整个子系统矩阵进行频响函数矩阵求逆运算, 而各个子结构所测试的频响矩阵在共振区域存在病态矩阵, 对病态矩阵求逆运算在理论上存在一定误差, 从而影响整个的多系统的拟合效果和运算精度, IMREGUN 等<sup>[26]</sup>、EWINS 等<sup>[27]</sup>提出了根据简单结果的测试频响函数反向拟合出子结构的模态, 根据简单子结构的模态逆向运算求出频响函数, 可以提高子结构与子结构之间的拟合精度。但是该方法仅适用于自由度简单的子结构求解。

## 2.2 频响函数降噪

### 2.2.1 奇异值分解降噪方法

基于奇异值分解的子空间降噪方法, 首先利用傅氏变换将频响函数变为时域内的脉响应函数, 对于带噪声的频响函数, 离散傅里叶反变换为

$$h_k = \frac{1}{n} \sum_{s=0}^{n-1} H_s \exp\left(j \frac{2\pi sk}{n}\right) \quad k=0,1,\dots,n-1 \quad (13)$$

式中,  $h_k$  为脉冲频响函数,  $H$  与  $h$  为离散观测序列,  $n$  为响应脉冲序列的长度。对于一维时间序列可以重构一个  $m$  维的相空间使重构相空间与研究系统具有同样动力学特性。假定嵌入维数为  $m$ , 延迟时间为  $\tau$ , 利用延迟坐标法重构脉冲响应函数的相空间矩阵, 重构的相空间矩阵  $Y$  为

$$Y = \begin{bmatrix} y_{1+(m-1)\tau} \\ y_{2+(m-1)\tau} \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1+(m-1)\tau} & \cdots & h_{1+\tau} & h_1 \\ h_{2+(m-1)\tau} & \cdots & h_{2+\tau} & h_2 \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ h_n & \cdots & h_{n-(m-2)\tau} & h_{n-(m-1)\tau} \end{bmatrix} \quad (14)$$

对于降噪分析, 设延长时间  $\tau=1$ , 重构相空间矩阵  $Y$  可以表示为

$$Y = \begin{bmatrix} h_m & \cdots & h_2 & h_1 \\ h_{1+m} & \cdots & h_3 & h_2 \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ h_n & \cdots & h_{n-m+2} & h_{n-m+1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

假设频响函数中存在加性噪声, 则相空间矩阵  $Y$  可以写成

$$Y = X + N \quad (16)$$

其中,  $Y$ 、 $X$ 、 $N$  分别表示原始带噪、纯净信号和噪声信号的面冲响应函数的重构矩阵, 对上式进行奇异值分解, 即

$$Y = U \Sigma V^T = \begin{bmatrix} U_{y1} & U_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{y1} & 0 \\ 0 & \Sigma_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{y1}^T \\ V_{y2}^T \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中, 矩阵  $U$ 、矩阵  $V$  分别是矩阵  $Y$  的左、右奇异矩阵, 且为正交矩阵,  $\Sigma$  为奇异值矩阵。假定纯净信号  $X$  的秩为  $r$ ,  $X$  奇异值分解表示为

$$X = U_x \Sigma_x V_x^T = \begin{bmatrix} U_{x1} & U_{x2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{x1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{x1}^T \\ V_{x2}^T \end{bmatrix} \quad (18)$$

进一步假定噪声引号为高斯白噪声信号, 其均值为零, 方差为  $\sigma_n$ , 噪声信号与纯净信号  $X$  不相关, 则

$$N^T N = \sigma_n E \quad (19)$$

$$X^T N = 0 \quad (20)$$

其中,  $E$  为单位矩阵, 则满足上式条件的相空间矩阵  $Y$  表示为

$$\begin{aligned} Y &= X + N = \\ &= U_{x1} \Sigma_{x1} V_{x1}^T + N(V_{x1} V_{x1}^T + V_{x2} V_{x2}^T) = \\ &= \left[ (U_{x1} \Sigma_{x1} + N V_{x1}^T) (\Sigma_{x1}^2 + \sigma_n^2 E_r)^{-1/2} N V_{x2} \sigma_n^{-1} \right] \times \\ &= \begin{bmatrix} \sqrt{\Sigma_{x1}^2 + \sigma_n^2 E_r} & 0 \\ 0 & \sigma_n E_{m-r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{x1}^T \\ V_{x2}^T \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} U_{y1} & U_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{y1} & 0 \\ 0 & \Sigma_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{y1}^T \\ V_{y2}^T \end{bmatrix} \quad (21) \\ \Sigma_{y1} &= \sqrt{\Sigma_{x1}^2 + \sigma_n^2 E_r} \quad \Sigma_{y2} = \sigma_n E_{m-r} \end{aligned}$$

式中,  $\Sigma_{x1}$  为纯净信号的非零奇异值,  $E$  为单位阵。上式表达了带噪脉冲响应函数的重构相空间矩阵  $Y$  与纯净脉冲响应函数的重构相空间矩阵  $X$  的奇异值之间的关系。在最小二乘意义下, 纯净脉冲响应的重构相空间矩阵  $X$  的最优化估计需要满足

$$\min_x \|\hat{X} - X\|_F^2 \quad (22)$$

式中,  $\|\cdot\|_F$  为 Frobenius 范数, 求解上式得到纯净脉冲响应函数重构相空间矩阵  $X$  的最小二乘估计为

$$\hat{X}_{LS} = U_{y1} \Sigma_{y1} V_{y1}^T = \sum_{k=1}^r \sigma_k U_k V_k^T \quad (23)$$

其中,  $U_k$  与  $V_k$  是左、右奇异矩阵矢量,  $\Sigma_{y1}$  为对角

矩阵, 其对角元素  $\sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_r$  满足  $\sigma_1 > \sigma_2 > \cdots > \sigma_r$  则认为  $\hat{X}_{LS}$  是对  $Y$  的近似。

另外一种纯净脉冲响应  $X$  最小方差估计, 是寻求  $Y$  的线性滤波器  $L$ , 满足

$$\min_L \|Y_L - X\|_F^2 \quad (24)$$

求解上式得到最优矩阵  $L$ , 则  $X$  的最优估计

$$\hat{X}_{MV} = U_{y1} \Sigma_{MV} V_{y1}^T = \sum_{k=1}^r \frac{\sigma_k^2 - \sigma_n^2}{\sigma_k} U_k V_k^T \quad (25)$$

通过下式平均得到降噪后的脉冲响应函数序列

$$h' = \frac{1}{k-l+1} \sum_{k=l}^r \hat{X}_{i-j+1, m+1-j} \quad (26)$$

式中,  $l = \max(1, i-n+m)$ ,  $k = \max(m, i)$  在获得降噪后的脉冲响应函数序列  $h'$  后, 通过傅里叶反变换即可得到降噪后的频响函数。

### 2.2.2 频响函数降噪应用

在子结构频响函数综合中需要对界面测点的频响函数矩阵进行求逆运算, 求逆运算对信号噪声十分敏感, 针对实际测量中频响函数的激励与响应存在的噪声问题, 工程中一般采用 H1、H2、H3、H4 以及 HV 等经典方法。该方法是在完成激励与响应测量之后, 在获得频响函数之前, 通过测试信号互谱平均方法对频响函数进行估计, 从而获得信噪比较高的频响函数, 但是通常用经典方法估计后频响函数依然存在噪声残留, SANLITURK 等<sup>[28]</sup>利用奇异值分解(SVD)方法对测试中获取的频响函数进行降噪处理, 其降噪思路是对带噪声频响函数进行相空间重构, 利用奇异值分解法将重构的相空间矩阵进行分解为信号子空间和噪声信号子空间, 重新利用奇异值分解的逆变换对信号子空间进行矩阵的估计, 利用相空间重构逆过程得到降噪后的频响函数。EPHRAIM 等<sup>[29]</sup>通过对协方差矩阵的特征值分解将噪声信号进行子空间分解, 将信号误差分为信号失真误差与残余噪声两部分分别利用两种评估准则即时域约束估计器(TDC)与频域约束估计器(SDC)进行最优线性估计, 与频率算法进行对比证明其降噪方面的优势。JOHNSON 等<sup>[30]</sup>将子空间降噪算法中的 TDC 方法应用到语音测试信号降噪中, 取得良好的降噪效果, 对比了 TDC 算法与 SDC 算法的差异性, 充分考虑了信号失真误差与残余噪声两种因素。HU 等<sup>[31]</sup>将测试信号噪声信号进行协方差同时对角化, 将 EPHRAIM<sup>[29]</sup>方法进一步推广应用到信号降噪处理中, HERMUS 等<sup>[32]</sup>对于子空间降噪方法进行了总结, 指出了与谱减法相比, 自控降噪法减少了噪声的残差, 提高了识别的准确性。

## 2.3 考虑转角自由度频响函数

### 2.3.1 考虑转角自由度刚、柔性等效

根据 KLERK、RIXEN 等<sup>[33]</sup>提出的一种等效多点连接(EMPC)方法, 子结构 a 的频率响应方程为

$$\begin{bmatrix} u_i \\ u_c \end{bmatrix}^a = \begin{bmatrix} H_{ii} & H_{ic} \\ H_{ci} & H_{cc} \end{bmatrix}^a \begin{bmatrix} f_i \\ f_c \end{bmatrix}^a \quad (27)$$

其中, 下标  $i$ 、 $c$  分别表示子结构的内部自由度和界面自由度, 完整的结构界面信息包含节点的平动自由度和转动自由度的全部频响函数信息, 所以  $C$  中包含了平动和转角自由度信息, 定义  $u = [u_i \ u_c]^T$  是子结构内部自由度和界面自由度响应矩阵,  $f$  是力单元, 定义变换矩阵为  $R$ , 子结构 a 的界面自由度  $u_c$  可以表示为

$$u_c = R u_{ma} + \mu \quad (28)$$

其中,  $u_{ma}$  为界面主自由度响应,  $\mu$  为剩余自由度响应, 将界面自由度按照刚性条件变换成相对原点 0-6 自由度响应  $u^{(0)}_{ma1}$

$$u^{(0)}_{ma1} = R_1^+ u_c + \mu \quad (29)$$

式中, 等效主自由度响应矩阵  $u^{(0)}_{ma1}$  中包含了界面 3 个转角自由度信息, 变换矩阵

$$R_1 = \begin{bmatrix} E & -L_1 \\ \vdots & \vdots \\ E & -L_n \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$L_i = \begin{bmatrix} 0 & -z_i & y_i \\ z_i & 0 & -x_i \\ -z_i & -x_i & 0 \end{bmatrix}$$

式中,  $L_i$  是界面任意测点  $i$  在子结构坐标系中的坐标矩阵, 是反对称矩阵。

$R_1$  显示了界面刚体运动的模态振型矩阵, 联合子结构的内部自由度与界面自由度综合变换矩阵可表示为

$$T_{r1} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & R_1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

根据上式, 界面刚性等效自由度  $u^{(0)}_{ma1}$  的频响函数可以表示为  $\tilde{H} = T_{r1}^+ H_{r1}^{+T}$ , 其中  $T_{r1}^T$  是 Moore-pen-rose 逆矩阵。

界面柔性等效自由度是刚性等效自由度的一种特殊情况, 首先确定界面测点自由度  $u_c$ ; 按照 EMPC 方法将连接界面看成一个整体刚性面, 将界面刚性等效自由度  $u^{(0)}_{ma1}$  经过坐标变换成为相对界面上点  $Q$  自由度

$$u^{(0)}_{ma1} = Y_Q u^{(0)}_{ma1} = Y_Q R_1^+ u_c \quad (32)$$



$$Y_Q = \begin{bmatrix} E & -L_Q \\ 0 & E \end{bmatrix} \quad (33)$$

其中,  $L_Q$  为点  $Q$  坐标,  $R_i^+$  是  $R_i$  的 Moore-pen-rose 逆矩阵。将界面进行分块处理, 当划分子界面个数越多, 则可将子界面统一界定为刚性界面, 可将界面中所有子区域视为刚性等效, 第  $i$  个子界面按照刚性等效写成

$$u_{ma1}^{(Q)} = Y_Q R_i^+ u_{ci} = Y_Q R_i^+ B_i u_c \quad (34)$$

其中  $B$  为布尔矩阵, 其元素为 0 或者 1,  $R_i$  是  $R_i$  的子矩阵, 子矩阵与矩阵之间满足:  $R_i \subset R_i$ ,  $U_{ci} \subset U_c$ , 最后将综合界面测点的自由度  $U_c$ 、界面刚性等效自由度  $u_{ma1}^{(Q)}$  与所有界面等效后的自由度  $u_{ma1}^{(Q)}$ , 形成整体界面的柔性等效自由度

$$\tilde{u} = [u_c \quad u_{ma1}^{(Q)} \quad \cdots \quad u_{mai}^{(Q)} \quad \cdots]^T \quad (35)$$

### 2.3.2 考虑转角自由度频响函数应用

在频域子结构综合方法中为了获得频响函数转角自由度的信息, 相关学者进行了大量的研究, DUARTE 和 EWINS<sup>[34]</sup>采用有限差分方法, 通过矩阵变换理论得到了所测部件的所有和转角自由度相关的频响函数, 并对转角自由度的测试方法进行了总结。VAROTO 等<sup>[35]</sup>对获取转角自由度频响函数进行了综述, 归纳总结了获取转角自由度的若干方法。BREGANT 等<sup>[36]</sup>在所测试频率范围测点附近区域为刚性的假设下, 利用单位激励的频响函数和矩阵扩展技术, 推导了单位弯矩作用下的考虑转角自由度的频响函数。HELDERWEIRT 等<sup>[37]</sup>利用附加质量和振动传感器测试得到的平动加速度求得测点的转角自由度, 并应用于悬架部件的转角自由度的测试。AVITABILE 和 O'CALLAHAN<sup>[38]</sup>通过对残余模态进行扩展和模态参数识别, 得到了包含转角自由度的频响函数数据。SILVA 等<sup>[39]</sup>通过测试研究得出, 在完整的频响函数矩阵中, 75%是转角自由度的频响函数信息, 论述了考虑转角自由度在频响函数子结构综合方法中的重要性, 指出了忽略转角自由度会得到片面的频响函数矩阵, 甚至是错误的频响函数结果。考虑到直接测试系统的转角自由度以及施加扭矩激励存在困难, SILVA、MONTALVÃO 等<sup>[39-40]</sup>通过附加 T 形块法进行获取转角自由度, T 形块辅助测试操作方法为测量时需要设计刚性 T 形块, 并使刚性 T 形块与子结构刚性连接, 然后在附加 T 形块上施加激励与拾取响应。利用频响函数解耦法得到转角自由度频响函数相关信息; 加速度转角自由度的测试方法分为两种, 一种是有限差分法, 另一种是 T-Block 法, 在文献[41]中给出了两种测试转

角自由度的测试方法及原理, 并推导了有限差分法的频响函数矩阵, 其转角自由度测试示意图如图 5~7 所示<sup>[41]</sup>; 模型缩聚与扩展技术也被越来越多的学者应用于频响函数自由度的补偿 AVITABILE 等<sup>[38]</sup>考虑剩余留数的影响, 利用系统等效缩聚与扩展的方法直接估计未测的频响函数, 扩展频响函数矩阵。VAN DER SEIJS 等<sup>[42]</sup>设计替代部件与未知子结构综合, 利用结构解耦方法获得未知子结构的转角自由度信息。KLERK、RIXEN 等<sup>[33]</sup>提出一种等效多点连接方法(EMPC)假设连接界面为刚性连接, 按照刚体运动理论对解除部分进行刚性点等效, 即连接界面自由度转换为一个具有虚拟的 6 自由度的刚性点, 包含了界面的转角自由度, 利用变换关系对原频响函数进行滤波。该方法在整体界面近似刚性的条件下能够提高频响函数的综合精度。

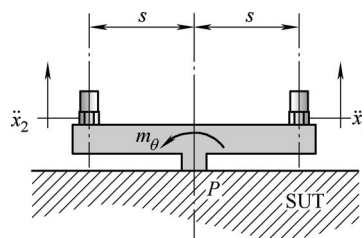


图 5 有限差分法测试转角自由度<sup>[41]</sup>

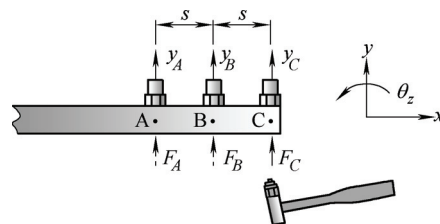


图 6 T-Block 法测试转角加速度<sup>[41]</sup>

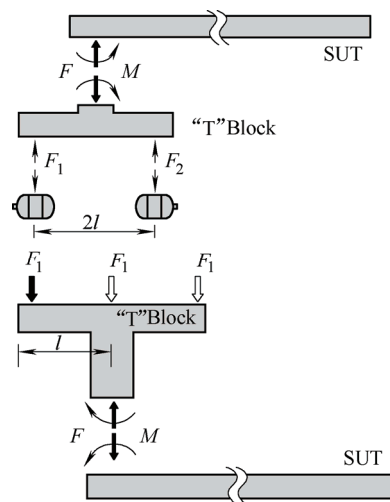


图 7 弯矩施加方法<sup>[41]</sup>

关于频响函数的转角自由度信息相关研究, 虽然取得了一定的进展, 但是有关转角自由度频响函数缺失造成的精度降低问题, 目前还没有形成统一

的解决方法, KLERK、RIXEN 提出的等效多点方法对界面进行刚性等效连接, 为转角自由度频响函数的扩展提供了新的解决思路。同时连接界面的柔性等效, 将连接界面进行区域划分, 构成不同的界面, 采用每个子界面刚性等效的方法来描述界面的柔性特征, 提高缺失界面的转角自由度频响函数精度。

### 3 子结构模型修正

#### 3.1 基于神经网络模型修正

对于复杂的子结构, 由于测量误差的客观存在, 矩阵型、参数型模型修正都无法从根本上克服类似困难, 近年来人工神经网络(Artificial neural networks, ANN)算法越来越受到研究者的青睐, 基于神经网络模型修正技术的基本流程是: 首先确定神经网络结构类型, 选择神经网络参数, 规范学习样本输入条件, 确定初始权重, 输入训练样本数目, 得到神经网络模型。最后将试验得到的结构参数输入到模型中, 通过控制误差范围获得模型参数的修正。子结构的模型修正中比较常用的神经网络类型主要有前馈型神经网络、多层感知器神经网络(MLP)(图 8、9)、BP 神经网络和径向基函数神经网络(RBF)。PANDEY 等<sup>[43]</sup>利用多层感知器神经网络和误差反向算法对模型进行了神经网络修正。ATALLA 等<sup>[44]</sup>和 LEVIN 等<sup>[45]</sup>利用径向基函数神经网络, 通过实测的结构频响函数, 分别对一维框架结构、和二维板结构进行了模型修正。

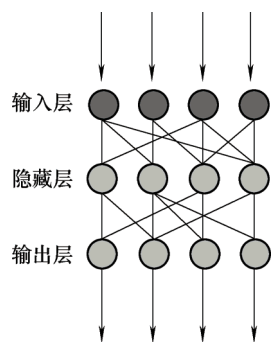


图 8 典型前馈型神经网络

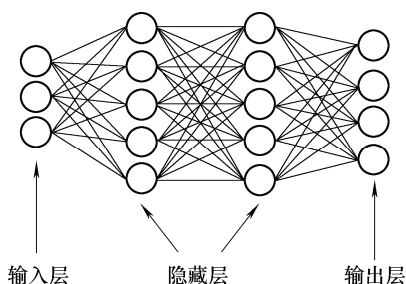


图 9 多层感知型神经网络

对于复杂结构基于迭代神经网络、对偶传播神经网络、概率神经网络和模糊神经网络等方法进行模型的修正和识别近年来取得了一定的进展, 但由于这些神经网络拓扑结构较复杂, 因此目前较少应用<sup>[46-48]</sup>。

在利用神经网络进行模型修正的过程中, 修正的输入参数和输出参数对于 ANN 的网络泛化能力影响较大, 输入、输出参数的种类和数量会影响到神经网络神经元的数量, 从而影响神经网络模型修正的复杂性。WU 等<sup>[49]</sup>通过实测结构傅里叶频谱响应, 将其等分为 200 个谱点, 每个谱点分别对应 BP 神经网络的神经元, 输入参数的冗余信息较多, 导致模型识别的效果不理想。ATALLA、INMAN<sup>[44]</sup>和 LU 等<sup>[50]</sup>分析了上述修正方法的缺点, 并将频响函数的谱点进行分类, 认为频响函数共振频率附件数据值较大, 其余频率范围在测试噪声影响下可信度降低, 对可信度高的频段分别进行积分, 以各频段的积分值作为模型修正参数, 该方法大大减小了输入层神经元的数量且保留了原始数据的重要信息。TSOU 和 SHEN<sup>[51]</sup>应用动力残余矢量的变化作为 BP 神经网络输入进行模型修正, 用多自由度的弹簧-质量系统验证了该方法的有效性。YUN 等<sup>[52]</sup>将整体结构分解为各个子结构, 将各种影响误差的因素折算为个子结构的子矩阵放大系数, 通过调整放大系数进行模型的修正, 结果表明该方法具有一定的抗噪能力。XU 等<sup>[53]</sup>采用分部修正的方法进行了多层剪切型结构的模型修正, 方法是先识别结构模型的阶次和拓扑形式, 将第一修正的参数带入到第二个参数中作为 BP 神经网络的输入参数, 逐步生成训练和测试样本, 训练第 2 个 BP 神经网络, 该方法的优点是生成训练样本时不需要多次结构特征值问题的求解。CHANG 等<sup>[47]</sup>在神经网络输入参数的选取上引入了正交矩阵方法, 该方法可以显著降低网络训练的样本集, 提高计算精度和效率。

基于神经网络的模型修正方法, 虽然同传统的模型修正技术相比具有一定的优势, 但还存在着一些技术难题没有得到很好的解决。比如神经网络模型的选取标准, 隐层神经元的参数确定以及神经元的初始权值等缺乏足够的理论指导, 特别是对于复杂模型的处理难度更大, 复杂模型由于输入参数的类型和参数变动范围存在很大差异, 需要将各种类型的输入参数进行复杂的预处理和参数归一化, 样本集构造和选择等问题。其次复杂模型随着修正参数的增加, 与之对应的训练样本组合和训练集呈现几何级数增长对计算精度和修正效率也是极大的考验。

### 3.2 基于参数型模型修正

#### 3.2.1 基于模态灵敏度的模型修正

对于动态子结构的参数型修正方法基本思路是,通过构造理论模型与实际模型之间的误差目标函数,然后选择修正量或者修正矩阵,使该修正量的误差满足最小化,从而实现动态子结构的参数型修正。常用于参数修正的变量主要有质量、刚度、阻尼矩阵等,FOX和KAPOOR<sup>[54]</sup>利用正交准则,通过对模型特征方程求解,推出了线性结构特征值和特征矢量以及设计参数的一阶灵敏度计算公式。随后ROGERS<sup>[55]</sup>、GARG<sup>[56]</sup>对FOX的研究成果进行了完善,推动了模态灵敏度修正方法的进一步发展。

NELSON<sup>[57]</sup>、LIM等<sup>[58]</sup>从差分算法和数值计算的角度简化了特征矢量灵敏度公式,简化了模型修正的计算量。ZHANG等<sup>[59]</sup>通过构造目标函数中的模型修正量的平方以及特征值灵敏度的残差矢量加权平方和,应用牛顿迭代法在每一步迭代完成后进行特征矢量修正,并将修正的特征矢量应用到下一次迭代中。FARHAT等<sup>[60]</sup>提出了逐个在单元子结构中进行模型修正的方法,通过构造单元模态动力残差,使残差最小化为目标函数,进行迭代求解,求得扩展后的模态,然后代入下一步的迭代中,对各个参数进行求导,得到修正后的参数。

由于模态灵敏度分析的修正方法需要测量子结构的固有频率和振型,当遇到模型相邻模态比较密集,难以模态分离时,该方法往往会遇到识别困难,为了克服该困难而提出了不需要经过模态的测试和识别的实测频响函数(Frequency response function, FRF)修正,该方法成为频响函数修正方法(Response function method, RFM)。

#### 3.2.2 基于RFM方法的模型修正

频响函数修正的基本方法可以归纳为以下几种,基于频响函数的残差修正法、修改设计参数频响法、以及基于灵敏度的修正方法等<sup>[61-62]</sup>主要的研究成果有,NATKE<sup>[63]</sup>最早将加权最小二乘技术应用到频响函数的模型修正技术中,随后FOSTER等<sup>[64]</sup>、LINK<sup>[65]</sup>和FRISWELL等<sup>[66]</sup>对该方法进行了改进,LARSSON等<sup>[67]</sup>利用泰勒级数展开动刚度矩阵,提出方程残差的一种新变形,该方法对参数误差问题进行了修正,得到了更为精确地频响函数矩阵。LIN和EWINS<sup>[68]</sup>通过试验手段获得传递矩阵FRF函数,与有限元数模获得的FRF通过两种手段获得传递函数进行误差分析,并将误差进行最小化处理修正模型的质量矩阵和单元刚度。

VISSER和IMREGUN<sup>[69-70]</sup>对修正单元矩阵做了进一步研究,提出了修正频响函数矩阵的两种方法,一种是基于模型的单元质量、单元刚度、阻尼矩阵的线性摄动,另一种是基于输入和输出的残差进行修正。LINK等<sup>[71]</sup>构造了结构力响应形式的残差信息来进行模型修正。ZANG等<sup>[72]</sup>分别定义了形状相关系数与幅值相关系数,用于评价目标频响函数和预测频响函数的相似度,依据相关系数对设计参数灵敏度进行了模型修正。KWON等<sup>[73]</sup>通过灵敏度矩阵行与列的线性相关性,类比MAC矩阵引入了参数独立型指标(PDI),指导选择用于模型修正的最优频率点数据,进行所选频率点的模型修正。IMREGUN等<sup>[74]</sup>对该方法作了进一步研究,系统的推导了频响函数与模型动刚度矩阵的关系表达式,并将设计参数、实测动刚度与理论动刚度的误差参数引入方程中,通过修正参数方程求解修正量。LIN等<sup>[75]</sup>提出了一种利用单位激励频响函数对有限元模型修正的方法并验证了该方法的有效性和适应性。ADHIKARI等<sup>[76]</sup>利用频响函数方法对结构模型进行了损伤识别和修正,验证了频响函数识别法对损伤识别的有效性。LARSSON<sup>[77]</sup>针对存在的有限元模型计算的频响函数与实测频响函数的误差,改进了频响函数的模型修正方法,对误差较大或者实测频响函数噪声引起的问题进行研究,有效降低了实测频响函数与有限元计算之间的误差。STEENACKERS等<sup>[78]</sup>对模型修正的参数选择与控制方法方面进行了研究,对现有修正方法进行了改进,将实测频响函数误差与噪声等不确定性因素考虑进了修正的过程中,并以此方法提高了修正精度。

RFM方法的优点是不需要进行模态分析,避免了因为高阶模态密集截断引起的误差,RFM的缺点在于需要完整的频响函数值,修正前需要对实测的频响函数进行扩展或者模型进行缩聚,另外实测频响函数必须施加可控激励,对于复杂大型结构模型实现较为困难。MODAK等<sup>[79]</sup>通过比较模型特征灵敏度的修正法与RFM的特点,发现特征灵敏度修正法由于计算收敛性的影响对于测点的数量要求更加严格,测点相对较少时特征灵敏度算法需要进行误差计算,缩小对修正参数的选择范围,当模态数量较多时,灵敏度修正的精度要高于品频响函数修正算法,当参与修正的模态数逐步减小时,运用频响函数算法可以保证解集的收敛性,而灵敏度修正算法则不能保证解集的收敛。

#### 3.2.3 基于GA、SA算法的模型修正

由于动态子结构的参数修正方法可以等效为求解目标函数最优化问题,因此优化算法在模型修正



计算中十分重要。求解复杂结构的模型修正问题中所涉及的目标函数通常具有高度非线性特征以及多个局部极值点等特点,因此传动的优化算法如牛顿迭代法、梯度法、差分法等很难找到局部最优解,而遗传算法和模拟退火法在解决局部最优解的模型修正方面具有极大的优势。遗传算法的适应度函数也叫评价函数,是用来判断群体中的个体的优劣程度的指标,它是根据所求问题的目标函数来进行评估的。遗传算法在搜索进化过程中一般不需要其他外部信息,仅用评估函数来评估个体或解的优劣,并作为以后遗传操作的依据。遗传操作是模拟生物基因遗传的做法。在遗传算法中,通过编码组成初始群体后,遗传操作的任务就是对群体的个体按照它们对环境适应度(适应度评估)施加一定的操作,从而实现优胜劣汰的进化过程。遗传操作包括以下三个基本遗传算子:选择、交叉、变异。模拟退火法是基于 Monte-carlo 迭代求解策略的一种随机寻优算法,它是通过赋予搜索过程一种时变且最终趋于零的概率突跳性,从而可有效避免陷入局部极小并最终趋于全局最优的串行结构的优化算法。TEUGHELIS 等<sup>[80]</sup>利用 GA 算法提出了一种耦合特征局部最优法,并将其应用到了有限元模型修正中,该方法解决了传统方法不能解决的复杂动态结构局部特征最优化问题 MARES 等<sup>[81]</sup>通过实测结构固有特性,构建力残差误差方程,通过 GA 优化算法优化残差误差参数,调整结构参数,取得了较好的结果,他们的工作还表明 GA 算法对实测信号具有一定的抗噪声能力。FRISWELL 等<sup>[82]</sup>综合灵敏度优化算法和 GA 算法进行结构的损伤识别,根据 GA 算法找出结构损伤位置的最优解集,然后利用特征灵敏度算法对结构的损伤程度进行结构灵敏度评价。DUNN<sup>[83]</sup>比较了频响函数目标函数方法与 GA 算法在全局最优和局部最优求解问题上的差异,通过两自由度的弹簧-质量结构表明 GA 算法更容求得全局最优解集。ZIMMERMAN 等<sup>[84]</sup>提出了一种有效的遗传变异算子和遗传算法适应度函数,使遗传搜索更加合理。分析了遗传变异算子对模型修正的影响,得出了变化的遗传变异算子使遗传种群具有更大的多样性,模型修正更加准确。LEVIN 等<sup>[85]</sup>分别用 GA 算法、SA 算法对动力学模型进行修正与优化,通过比较两种遗传算法的计算迭代速度和最优解集,得出 SA 算法在性能上更优于传统的 SA 算法。CHOU 和 GHABOUSSI<sup>[86]</sup>、RAO 等<sup>[87]</sup>和 AU 等<sup>[88]</sup>研究了 GA 算法在模型修正和结构损伤评价的应用效果,对 GA 算法的应用前景进行了评价。

### 3.3 基于矩阵型模型修正

矩阵型模型修正方法是利用有限元分析结果和试验数据,基于正交性条件直接修正刚度矩阵、质量矩阵等,以达到计算结果和试验结果的一致性。其中发展较早的矩阵型模型修正方法是参考基准法,该方法假设质量矩阵、刚度矩阵、模态矩阵,有两项作为变量,一项固定不变,修正方法是利用最小二乘原理构造模型的目标函数,通过拉格朗日乘子法和约束条件实现对参数矩阵的优化和修正。

#### 3.3.1 目标函数修正法

BERMAN 等<sup>[89]</sup>通过实测固有频率和相对应的不完整的模态信息,利用系统特征方程与模型刚度、质量矩阵进行模态扩展,构建如下的目标函数

$$J_m = \left\| \mathbf{M}_A^{-1/2} (\mathbf{M} - \mathbf{M}_A) \mathbf{M}_A^{-1/2} \right\| + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \lambda_{ij} (\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} - I)_{ij} \quad (36)$$

式中,  $\mathbf{M}_A$  为修正前的质量矩阵,  $\lambda_{ij}$  为拉格朗日乘子,  $m$  为实测模态密度,通过优化目标函数求得修正后的质量矩阵为

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_A \boldsymbol{\phi} \mathbf{m}_A^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{m}_A) \mathbf{m}_A^{-1} \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{M}_A \quad (37)$$

式中,  $\mathbf{m}_A = \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{M}_A \boldsymbol{\phi}$ , 修正后的质量矩阵满足正交条件,刚度矩阵、质量矩阵满足对称性条件,根据修正后的矩阵重新构建如下目标函数

$$J_{mf} = \left\| \mathbf{M}_A^{-1/2} (\mathbf{K} - \mathbf{K}_A) \mathbf{M}_A^{-1/2} \right\| + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^m \lambda_{kij} (\mathbf{K} \boldsymbol{\phi} - \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \boldsymbol{\phi})_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \lambda_{oij} (\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi} - \Lambda)_{ij} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^i \lambda_{sij} (\mathbf{K} - \mathbf{K}^T)_{ij} \quad (38)$$

式中,  $p$  为模型自由度阶数。通过优化重新构造的目标函数  $J_{mf}$  求得修正后的刚度矩阵

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_A + (\Delta + \Delta^T) \quad (39)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} (\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{K}_A \boldsymbol{\phi} + \Lambda) \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{M} - \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\phi} \mathbf{M} \quad (40)$$

BERMAN 方法的优点是不需要迭代和重复分析特征值,只需对广义质量矩阵求逆运算,适用于自由度规模较高的复杂结构,缺点是该方法得到的质量矩阵和刚度矩阵改变了原矩阵的稀疏性能,矩阵主对角单元会出现虚元和负刚度或质量。

#### 3.3.2 多重修正参考基准法

传统的参考基准法偏重于模型的物理真实性,但参考标准不够全面存在一定的缺点,而参数型修

正方法由于修正参数的增加, 计算时大多需要采用间接法, 计算效率低。HALEVI等<sup>[90]</sup>将两种修正方法结合提出了多重修正的广义加权参考基准法。该方法考虑了连接信息亏损函数对修正模型的刚度矩阵的影响, 既能满足试验结构的同时, 也能较好地保持原有模型的连接信息即亏损函数最小。其修正过程分为两步, 第一步根据参考基准法得到一个无约束条件的修正后的刚度矩阵

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_A - (\mathbf{K}_A \boldsymbol{\phi} - \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \boldsymbol{\phi}^T) \mathbf{R}^T - \mathbf{R} (\mathbf{K}_A \boldsymbol{\phi} - \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \boldsymbol{\phi}^T)^T + \mathbf{R} (\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{K}_A \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\Lambda}) \mathbf{R}^T \quad (41)$$

式中,  $\mathbf{R} = \mathbf{W} \boldsymbol{\phi} (\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\phi})^{-1}$ ,  $\boldsymbol{\Lambda}$  为特征值矩阵,  $\mathbf{W}$  为系数矩阵, 根据模型特征值残差选取。第一步中得到的  $\mathbf{K}$  值使修正后的模型与实验值吻合度较高, 但是缺失了原是模型中各个连接单元的连接信息。第二步寻找新的修正矩阵  $\mathbf{K}_n$ , 使得新修正矩阵满足模型原始联系信息, 同时也满足 Frobenius 模意义上逼近于  $\mathbf{K}$  值。以原始模型刚度矩阵  $\mathbf{K}_A$  为基础, 进行物理参数  $\alpha$  摄动量进行线性展开, 摄动量的原则满足下列关系

$$\min_{\alpha} (J) = \|\mathbf{K}_n - \mathbf{K}\|_F^2 = \left\| \sum_{i=1}^p \alpha_i \frac{\partial \mathbf{K}_A}{\partial \alpha_i} - (\mathbf{K} - \mathbf{K}_A) \right\|_F^2 \quad (42)$$

不断调整加权系数取值, 得到修正后的刚度值  $\mathbf{K}_n$  满足连接信息亏损函数最小, 得到修正函数

$$\min(J_n) = \|\mathbf{K} - \mathbf{K}_n\|_F / \|\mathbf{K}_n\|_F \quad (43)$$

矩阵型修正方法的缺陷是不能保存原始模型的连接信息, 改进的算法在修正参数和权系数选择上较为繁琐影响了模型的计算效率, 另外测量数据的不完整导致了修正结果的不唯一性, 矩阵型修正扩展方法需要原始模型的质量矩阵和刚度矩阵, 而他们本身一般是模糊而需要修正的参数, 使得扩展同修正两者耦合作用, 因此矩阵型修正方法的发展较于其他优化算法等还有一定的差距。

### 3.4 模型修正存在的问题

模型修正技术是对结构进行动态识别、参数评估的基础, 近些年来取得了很大的进展, 但模型修正领域还存在以下问题。

目前大多数修正方法基本上是针对某一具体问题而言的, 适应范围窄, 很难进行普遍性的推广, 大型复杂结构具有较高自由度, 修正参数较多, 且模型中存在大量的特定性边界条件的假定, 修正变得困难。修正算法准确性和效率都是需要解决的问题。

题。

模型修正作为动力学逆问题的一种, 修正结果往往取决于实测数据的处理。模态截断和测量误差对修正结果影响较大。如何提高测量精度、降低测试噪声误差也是影响模型修正精度重要因素。

对于矩阵型修正, 算法缺陷是不能保存原始模型的连接信息, 改进的算法虽然能保证连接信息, 但是修正参数和加权系数的选择上较为复杂和繁琐, 影响了计算效率。另外还存在矩阵的迭代、收敛性问题、病态矩阵问题、修正目标函数选取问题, 如果待修正的参数较多时, 矩阵计算量巨大, 阻碍了物理参数型方法的应用。

参数型修正法能够保证原始模型的连接信息不变, 但存在着修正参数大于独立方程数量的问题, 从而导致方程解不唯一或不存在的问题, 因此找到高效的误差定位算法合理缩小参数选择范围是解决该类问题的难点。

神经网络模型修正方法, 主要问题是神经网络拓扑结构的选择目前缺乏相关理论指导, 对大型复杂结构模型, 当修正参数增加, 网络结构变得复杂化, 训练成本和训练时间呈现几何级数增长计算效率不能得到保证, 因此该方法应用于大型复杂结构的模型修正中还存在的问题。

## 4 试验与工程应用

### 4.1 试验验证

子结构综合与修正方法的试验验证, 通常有两种方式: 一种是对实际物理对象进行试验验证, 测量结构的动力学参数, 如模态、传递函数、动力学响应等得到结构动力学性能; 另一种是运用数值模拟方法对物理对象建立等效模型, 模拟出结构的动力响应特性。试验验证目的是对理论、方法求解精度、求解效率的检验。在子结构综合验证方面, DONDERS等<sup>[91]</sup>利用组合板装配模型验证了子结构连接界面自由度缩减方法, 缩减后装配模型与初始模型在中低频范围内特征频率误差  $< 0.1\%$ , MAC 矩阵对角值  $> 0.98$ , 验证了数值模拟对于简单结构具有较高精度。文献[92]采用 JETMUNDSEN<sup>[24]</sup>频域综合法对空间钢架结构进行试验研究, 对比了间接获取的转角自由度信息与平动自由度信息在频域综合上的差异。DROZGR等<sup>[93]</sup>提出一种基于包含转角自由度频响函数矩阵求解方法, 用模态模型对响应模型进行扩展, 通过对钢梁动力响应试验(图10<sup>[93]</sup>), 验证了转角自由度综合方法求解精度高于平动自由度综合。文献[94]针对现有频响函数综合方

法仅考虑隔振器刚度和阻尼特性的不足,对 FBS 子结构综合算法(Frequency response function based substructuring, FBS)进行了改进,将质量特性引入 FBS 算法中,通过浮筏隔振系统试验验证了算法适用性,改进 FBS 算法与实测值在低频范围具有较高精度。在子结构模型修正方面, GUVENC 等<sup>[95]</sup>将频响函数修正方法(Response function method, RFM)应用到非线性系统,通过有限元方法求解系统特征灵敏度,实现对非线性模型结构修正。借助非线性 T 型梁结构试验(图 11<sup>[95]</sup>),验证了修正模型与实测结果误差率 $<3\%$ ,满足工程应用的精度需求。WANG 等<sup>[96]</sup>利用复合材料夹层梁试验(图 12<sup>[96]</sup>)与代理模型进行模型修正,通过 FEA 模型与代理模型建立映射关系,借助 KRIGING 模型代替有限元进行模型迭代计算,寻求参数最优解修正模型,验证了 KRIGING 模型对于低频 0~200 Hz 修正精度较高,频率大于 400 Hz 时误差较大。在模型修正优化算法(遗传算法、神经网络算法等)应用方面,文献[97]利用遗传算法将模态频率、振型作为目标函数,

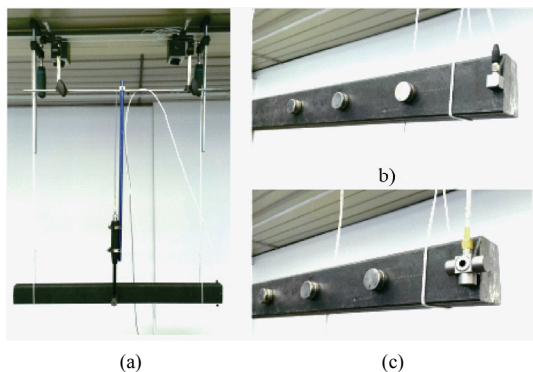


图 10 钢梁动态响应试验装置<sup>[93]</sup>

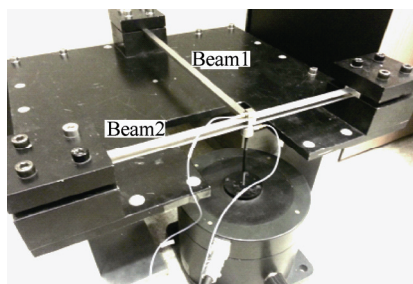


图 11 非线性梁结构试验装置<sup>[95]</sup>

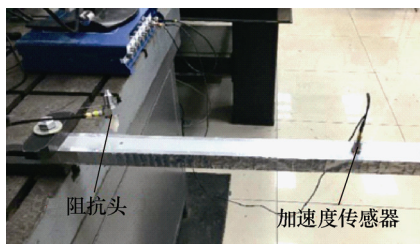


图 12 KRIGING 模型修正试验装置<sup>[96]</sup>

对有限元模型进行了修正,通过变截面梁模态试验,验证了 GA 算法在低频 100 Hz 以内模态误差率 $\leq 0.22\%$ ,但随着优化参数增多,收敛速度与修正精度都有所降低。

子结构综合与修正的试验验证部分,多是基于组合板、梁等简单结构,由于简单结构不需要进行复杂的边界处理,且结构模态在相对低频范围内分布均匀,无大量密集模态分布,便于系统识别,因此大部分试验验证结果在 0~200 Hz 低频范围误差较小,低频范围内出现的系统误差,一般可以通过模态综合、FRF 频响函数综合、传递矩阵、GA 算法等方式来修正原始模型中的设计参数,通过优化设计变量减小系统误差。目前对于大型复杂结构的子系统方法验证,还存在一定困难,其主要影响因素在于理论模型与试验模型的等效转换、理论模型复杂边界条件处理以及高阶次模态截断误差等,因此对于复杂结构子系统综合算法开发以及验证是该领域后续的研究重点之一。

## 4.2 工程应用

子结构综合与修正方法可以快速实现结构的动态设计与修正,有效地减小动力学分析计算规模,在工程上具有广阔的应用前景,近年来被广泛应用于汽车、航空、船舶等交通运输领域。GAGLIANO<sup>[98]</sup>应用传递矩阵综合方法,将整车分解为转向系统、车身系统、悬架系统等子结构,搭建了转向系统单体试验台(如图 13<sup>[98]</sup>所示)、预载荷轮胎试验台,通过子结构频响函数预测和修正整车动态响应,试验结果表明,在 200Hz 以内预测精度可以满足工程实际需要,中高频预测精度较低,其影响误差的主要因素来源于橡胶衬套刚度、阻尼非线性,以及测量噪声。MOTTERSHEAD 等<sup>[99]</sup>将子结构修正方法应用到直升机模型验证,将直升机整体结构分解为客舱、尾臂和尾翼等子系统,修正试验采用 29 个响应点 4 个激励点,对跨点激励测试传递函数,通过子系统之间传递函数的修正,进而修正总体模型。KIM 等<sup>[100]</sup>结合频响函数综合方法与 TPA 传递路径分析(Transfer path analysis,TPA)技术对车内噪声传函 NTF (Noise transfer function,NTF)进行预测与优化,测试过程如图 14 所示,优化过程采用子结构频响函数和 TPA 程序改变车身局部刚度,降低声辐射效率从而控制车内噪声。SAKAI 等<sup>[101]</sup>应用 FBS 子结构频响综合方法对发动机阶次噪声引起的车内响应进行了预测。另外子结构综合与修正方法在大型有限元软件上也得到了较好的应用,NASTRAN 采用 ACMS(Automated component mode synthesis)自动子结构模态综合方法对大型结构动力学问题进行求



解。该方法将复杂模型自动分成几个子区域进行结构模态综合,得到整体结构的动力特性。ACMS 技术大幅缩减了模型的计算时间,同时可与分布式域并行计算技术相结合,对频率范围较宽且有多个动力载荷的复杂模型,可大幅度提高计算效率和计算精度; ANSYS 软件在求解动力学问题时,应用缩减矩阵方法,采用一个较小的自由度子集即主自由度来计算,计算效率较高,主自由度导致计算过程中形成精确的刚度矩阵和近似的质量矩阵,因此计算精度取决于质量矩阵的近似程度。LMS 软件在动力学问题求解时采用 FBS 子结构综合方法,该方法采用混合建模技术,将试验曲线与模型结合在一起,利用子结构的频响函数综合得到整体结构的频率响应函数矩阵。该方法不存在模态截断的误差,和主模态数的限制,在处理大型复杂结构的动力学计算时具有一定优势。

虽然子结构综合与修正方法得到了较为广泛应用,但是对于包含非线性刚度、阻尼的复杂结构预测精度较低,对于中高频模型预测精度较低,其主要原因是中高频结构模态密集,子结构模态识别对于密集模态存在一定误差,而且中高频结构和声学存在较强耦合关系,耦合损耗因子、结构和声学的阻尼损耗因子、模态密度等参数都直接或间接影响着模型的预测精度,将有限元模型修正方法与中高频统计能量修正方法相结合是解决中高频问题的思路之一,而两种方法结合的计算精度取决于混合模型子系统划分以及统计能量边界与有限元边界的能量传递关系的确定。



图 13 转向系统子结构试验台<sup>[98]</sup>



图 14 车内噪声预测应用案例

## 5 结论

综上所述,振动子结构综合与修正方法,在理论研究与应用方面近年来取得了较大的进步,新的方法、算法层出不穷,但是经过对上述方面的比较分析表明,在子结构综合方法以及模型修正领域仍然存在以下问题尚需解决。

### (1) 在子结构综合方面。

模态综合法、缩聚法、机械阻抗导纳法,在应用方面存在一定的局限性,并不适用于超大型复杂结构以及边界条件复杂的结构。模态缩聚存在高阶模态截断带来的误差。

频域子结构中 JETMUNDSEN、REN 提出的方法只考虑了刚性连接,且只适用于独立子结构之间,频响函数矩阵求解方法只限于两个子结构,不适用于 3 个以上子结构的频响函数综合;机械阻抗、导纳方法求解过程中,各个子结构频响矩阵在共振区域存在病态矩阵从而影响整个的多系统的拟合效果。寻找一种适用于动态子结构、刚性耦合、柔性连接,考虑机械阻抗,在子结构中融入残余补偿,修正子结构矩阵,将是一种动态结构建模中的新趋势。

有关转角自由度频响函数缺失造成的精度降低问题,目前还没有形成统一的解决方法,等效多点方法对界面进行刚性等效连接、柔性等效,提高缺失界面的转角自由度频响函数精度将是进一步研究的重点。

### (2) 在子结构模型修正方面。

对于大型复杂结构或者结构边界条件较难界定时,修正算法准确性和修正精度受到限制。

矩阵型修正方法、参数型修正方法在保留模型的连接信息上和独立解集不唯一等问题上存在一定的缺陷。

开发新的具有普遍性的适用于大型复杂结构的多自由度的结构修正算法是目前研究的迫切任务,在此基础上,模型修正方面的研究重点应集中于在新的方法中如何兼顾原始模型的物理意义和连接信息以及修正算法的精准和高效性,且对误差容错性较强。

## 参 考 文 献

- [1] OKTAV A, YILMAZ Ç, ANLAŞ G. Transfer path analysis: Current practice, trade-offs and consideration of damping[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2017, 12(8): 760-772.

- [2] KEERSMAEKERS L, MERTENS L, PENNE R, et al. Decoupling of mechanical systems based on in-situ frequency response functions: The link-preserving, decoupling method[J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2015, 12(5): 340-354.
- [3] REN Y, BEARDS C F. On substructure synthesis with FRF data[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 185(5): 845-866.
- [4] LIU W, EWINS D J, EWINS. Substructure synthesis via elastic media[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 257(2): 361-379.
- [5] LEE D H, HWANG W S. An identification method for joint structural parameters using an FRF-based substructuring method and an optimization technique[J]. *Journal of Mechanical Science & Technology*, 2007, 21(12): 2011-2022.
- [6] KLERK D D, RIXEN D J, VOORMEEREN S N. General framework for dynamic substructuring: history, review and classification of techniques [J]. *AIAA Journal*, 2008, 46(5): 1169-1181.
- [7] VOORMEEREN S N, VALK P L C V, RIXEN D J. Generalized methodology for assembly and reduction of component models for dynamic substructuring[J]. *AIAA Journal*, 2011, 49(5): 1010-1020.
- [8] CRAIG R J. Coupling of substructures for dynamic analyses-An overview[C]//41<sup>st</sup> Structural Dynamics and Materials Conference and Exhibit, April, 2000, Atlanta, USA. 2000: 1-7.
- [9] HOU S N. Review of modal synthesis techniques and a new approach[J]. *Shock and vibration*, 1969, 40(4): 25-39.
- [10] CRAIG R, CHANG C J. Free-interface methods of substructure coupling for dynamic analysis[J]. *AIAA Journal*, 1976, 14(11): 1633-1635.
- [11] SUAREZ L E, SINGH M P. Improved fixed interface method for modal synthesis[J]. *AIAA Journal*, 1992, 30(12): 2952-2958.
- [12] BISHOP R E D, JOHNSON D C. The mechanics of vibration[D]. Cambridge: Cambridge University Press, 1960.
- [13] O'HARA G J. Mechanical impedance and mobility concepts[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1967, 41(5): 1180-1184.
- [14] GUYAN R J. Reduction of stiffness and mass matrices[J]. *AIAA Journal*, 1965, 3(2): 380-380.
- [15] O'CALLAHAN J C. A procedure for an improved reduced system (IRS) model[C]// Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference, 1989, Las Vegas, USA. New York: Union College Press, 1989: 17-21.
- [16] KIDDER R L. Reduction of structural frequency equations[J]. *AIAA Journal*, 1973, 11(6): 892-899.
- [17] O'CALLAHAN J. System equivalent reduction expansion process (SEREP)[C]// Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference, 1989, Las Vegas, USA. New York: Union College Press, 1989: 29-37.
- [18] RAYNAUDJ L, BOUHADDI N, PERRIOT A, et al. Updating complex structures by a robust multilevel condensation approach[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 270(1-2): 403-416.
- [19] SUNG S H, NEFSKE D J. Component mode synthesis of a vehicle structural-acoustic system model[J]. *AIAA Journal*, 1986, 24(6): 1021-1026.
- [20] LEE J. Vibration analysis of a vehicle body and suspension system using a substructure synthesis method[J]. *International Journal of Vehicle Design*, 2000, 24(4): 360-371.
- [21] QIU J B, WILLIAMS F W, QIU R X. A new exact substructure method using mixed modes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 266(4): 737-757.
- [22] DONDEERS S, PLUYMERS B, RAGNARSSON P, et al. The wave-based substructuring approach for the efficient description of interface dynamics in substructuring[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329(8): 1062-1080.
- [23] BISHOP R E D, JOHNSON D C. The mechanics of vibration[D]. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
- [24] JETMUNDSEN B, BIELAWA R L, FLANNELLY W G. Generalized frequency domain substructure synthesis[J]. *Journal of the American Helicopter Society*, 1988, 33(1): 55-64.
- [25] REN Y, BEARDS C. A generalized receptance coupling technique[C]//Proceedings of the 11th International Modal Analysis Conference, January, 1993, Kissimmee, USA. 1993: 868-871.
- [26] IMREGUN M, ROBB D A. Structural modification and coupling dynamic analysis using measured FRF data[C]//Proceeding of the 5th International Modal Analysis Conference, 1987, London, England. 1987: 1136-1141.
- [27] EWINS D J. Modal test requirements for coupled structure analysis using experimentally derived component models[C]//Experimental Analytical Modeling of Dynamic Structural Systems, 1985, Albuquerque, USA. ASME, 1985: 31-47.
- [28] SANLITURK K Y, CAKAR O. Noise elimination from measured frequency response functions[J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2005, 19(3): 615-631.
- [29] EPHRAIM Y, TREES H L V. A signal subspace approach for speech enhancement[J]. *IEEE Trans Speech Audio*



- Process, 1995, 3(4): 251-266.
- [30] JOHNSON M T, POVINELLI R J. Generalized phase space projection for nonlinear noise reduction[J]. Physical D Nonlinear Phenomena, 2005, 201(3): 306-317.
- [31] HU Y, LOIZOU P C. A subspace approach for enhancing speech corrupted by colored noise[J]. Signal Processing Letters IEEE, 2002, 9(7): 204-206.
- [32] HERMUS K, WAMBACQ P, HAMME H V. A review of signal subspace speech enhancement and its application to noise robust speech recognition[J]. Eurasip Journal on Advance in Signal Processing, 2007, (1): 1-15.
- [33] KLERK D, RIXEN D J, VOORMEEREN S N, et al. Solving the R dof problem in experimental dynamic substructuring [C]//26th International Modal Analysis Conference (IMACXXVI), 2008, Orlando, USA, 2008: 1-15.
- [34] DUARTE M L, EWINS D J. Rotational degrees of freedom for structural coupling analysis via finite-difference technique with residual compensation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2000, 14(2): 205-227.
- [35] VAROTO P S, LOFRANO M, CICO GNA T R, et al. Moment mobility FRF measurement techniques[C]//IMAC-XXIV Conference & Exposition on Structural Dynamics, January, 2006, Louis, Missouri. 2006: 1-13.
- [36] BREGANT L, CASAGRANDE D. Rotational degrees of freedom data synthesis based on force excitation[C]//Proceedings of the International Seminar on Modal Analysis ISMA25, 2001, Leuven, Belgica. 2001: 981-988.
- [37] HELDERWEIRT S, AUWERAER H V D, MAS P, et al. Application of accelero- meter-based rotational degree of freedom measurements for engine subframe modelling [C]//Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference, 2001, Orlando, USA. 2001: 1298-1304.
- [38] AVITABILE P, O'CALLAHAN J. Frequency response function expansion for unmeasured translation and rotation DOFS for impedance modelling applications[J]. Mechanical System and Signal Processing, 2003, 17(4): 723-745.
- [39] SILVA J M M, MAIA N M M, RIBEIRO A M R. Indirect estimation of rotational frequency response functions[C]//Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference, February, 2001, Orlando, USA. 2001: 1535-1542.
- [40] MONTALVÃO D, RIBEIRO A M R, MAIA N M M, et al. Estimation of the rotational terms of the dynamic response matrix[J]. Shock and vibration, 2004, 11(3): 333-350.
- [41] 薛伟敏, 华宏星. 基于试验数据的频响函数综合法概述[J]. 噪声与振动控制, 2013, 33(4): 71-73.
- XUE Weimin, HUA Hongxing. An overview of frequency response function synthesis based on experimental data[J]. Noise and Vibration Control, 2013, 33(4): 71-73.
- [42] VAN DER SEIJS M V V D, KLERK D D, RIXEN D J, et al. Topics in experimental dynamic substructuring, volume 2 [D]. Switzerland: Springer Nature, 2014.
- [43] PANDEY P C, BARAYR S V. Multilayer pereception in damage detection of bridges structures[J]. Computers& Structures, 1992, 42(4): 649-659.
- [44] ATALLA M, INMAN D. On model updating using networks[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1998, 12(1): 135-161.
- [45] LEVIN R I, LIEVEN N A J, LOWENBERG M H. Measuring and improving neural network generalization for model updating[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 238(3): 401-424.
- [46] CHANG C C, CHANG T Y P, XU Y G, et al. Adaptive neural networks for model updating of structures[J]. Smart Materials and Structures, 2000, 9(1): 59-68.
- [47] CHANG C C, CHANG T Y P, XU Y G, et al. Selection of training samples for model updating using neural networks[J]. Journal of Sound and vibration, 2002, 249(5): 867-883.
- [48] VANIK M W, BECK J L, AU S K. Bayesian probabilistic approach to structural health monitoring[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(7): 738-751.
- [49] WU X, GHABOUSSI J, JR J H G. Use of neural networks in detection of structural damage[J]. Computers & Structures, 1992, 42(4): 649-659.
- [50] LU Y, TU Z. A two-level neural networks approach for dynamic FE model updating including damping[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 275(3): 931-952.
- [51] TSOU P, SHEN M H H. Structural damage detection and identification using neural networks[J]. AIAA Journal, 1994, 32(1): 176-183.
- [52] YUN C B, BAHNG E Y. Substructural identification using neural networks[J]. Computers & Structure, 2000, 77(1): 41-52.
- [53] XU B, WU Z S, CHEN G D, et al. Direct identification of structural parameters from dynamic responses with Neural networks[J]. Engineering Application of Artificial Intelligence, 2004, 17(8): 931-943.
- [54] FOX R L, KAPOOR M P. Rates of change of eigenvalues and eigenvectors[J]. AIAA Journal, 1968, 6(12): 2423-2428.
- [55] ROGERS L C. Derivatives of eigenvalues and eigenvectors[J]. AIAA Journal, 1970, 8(5): 944-945.
- [56] GARG S. Derivatives of eigensolutions for a general

- matrix[J]. AIAA Journal, 1973, 11(8): 1191-1193.
- [57] NELSON R B. Simplified calculation of eigenvector derivatives[J]. AIAA Journal, 1976, 14(9): 1201-1205.
- [58] LIM K B, JUNKINS J L, WANG B P. Re-examination of Eigenvector derivatives[J]. Journal of Guidance Control And Dynamics, 1987, 10(6): 581-587.
- [59] ZHANG Q W, CHANG C C, CHANG T Y P. Finite element modal updating for structures with parametric constrains[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2000, 29(7): 927-944.
- [60] FARHAT C, HEMEZ F M. Updating finite element dynamic models using an element-by-element sensitivity methodology[J]. AIAA Journal, 1993, 31(9): 1702-1710.
- [61] HEMEZ F, BROWN G. Improving structural dynamics models by correlating simulated to measured frequency response functions[C]//Aiaa/asme/asce/ahs/asc Structures, Structural Dynamics, & Materials Conference & Exhibit, April, 1998, Long Beach, USA. 1998: 772-779.
- [62] HU S L J, LI H, WANG S. Cross-model cross-mode method for model updating[J]. Mechanical Systems & Signal Processing, 2007, 21(4): 1690-1703.
- [63] NATKE H G. Die korrektur des rechenmodells eines elastomechanischen Systems mittels gemessener erzwungener schwingungen[J]. Ingenieur-Archiv, 1977, 46(3): 169-184.
- [64] FOSTER C D, MOTTERSHEAD J E. A method for improving finite element models by using experimental data: Application and implications for vibration monitoring[J]. International Journal of Mechanical Science, 1990, 32(3): 191-203.
- [65] LINK M. Identification and correction of errors in analytical models using test data: The pretical and practical bounds C]// Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference, 1990, Orlando, USA. New York: Society for Experimental Mechanics, 1990: 570-578.
- [66] FRISWELL M I, PENNY J E T. Updating model parameters from frequency domain data via reduced order model[J]. Mechanical Systems and Signal processing, 1990, 4(5): 377-391.
- [67] LARSSON P O, SAS P. Model updating based on forced vibration testing using numerically stable formulations [C]// 10th International Modal Analysis Conference, February, 1992, San Diego, USA. 1992: 968-974.
- [68] LIN R M, EWINS D J. Model updating using FRF data. [C]//Proceedings of the 15th International Seminar on Modal Analysis, 1990, Leuven, Belgium. 1990: 141-163.
- [69] VISSER W J, IMREGUN M. A technique to update finite element models using frequency response data[C]// Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference, 1991, Florence, USA. Kissimmee: Union College, 1991: 462-468.
- [70] IMREGUN M, VISSER W J, EWINS D J. Finite element model updating using frequency response function data-I: Theory and initial investigation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1995, 9(2): 187-202.
- [71] LINK M, ZHANG L. Experience with different procedures for updating structural parameter of analytical models using test data[C]//Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, February, 1992, San Diego, USA. 1992: 730-730.
- [72] ZANG C, GRAFE H, IMREGUN M. Frequency-domain criteria for correlating and updating dynamic finite element models[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2001, 15(1): 139-155.
- [73] KWON K S, LIN R M. Frequency selection method for FRF-based model updating[J]. Journal of sound and vibration, 2004, 278(1): 285-306.
- [74] M IMREGUN, K Y SANLITURK, D J EWINS. Finite element model updating using frequency response function data-II: Case study on a medium-size finite element model[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1995, 9(2): 203-213.
- [75] LIN R M, ZHU J. Finite element model updating using vibration test data under base excitation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 303(3-5): 596-613.
- [76] ADHIKARI S, FRISWELL M I. Distributed parameter model updating using the KL expansion[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(2): 326-339.
- [77] LARSSON P O. Model updating based on forced vibration testing using numerical stable formulations[C]// International Modal Analysis Conference. 10th International Modal Analysis Conference, February 3-7, 1992, San Diego, USA. 1992: 968-974.
- [78] STEENACKERS G, GUILLAUME P. Finite element model updating taking into account the uncertainty on the modal parameters estimates[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 296(5): 919-934.
- [79] MODAK S V, KUNDRA T K, NAKRA B C. Comparative study of model updating methods using simulated experimental data[J]. Computers & Structures, 2002, 80(5-6): 437-447.
- [80] TEUGHELS A, ROECK G D, SUYKENS J A K. Global optimization by coupled local minimizers and its application to FE model updating[J]. Computers & structures, 2003, 81(24): 2337-2351.
- [81] MARES C, SURACE C. An application of genetic algorithms to identify damage in elastic structures[J]. Journal of Sound & Vibration, 1996, 195(2): 195-215.

- [82] FRISWELL M I, PENNY J E T, GARVEY S D. A combined genetic and eigensensitivity algorithm for the location of damage in structures[J]. Computers & Structures, 1998, 69(5): 547-556.
- [83] DUNN S A. The use of genetic algorithms and stochastic hill-climbing in dynamic finite element model identification[J]. Computers & Structures, 1998, 66(4): 489-497.
- [84] ZIMMERMAN D C, YAP K, HASSELMAN T. Evolutionary approach for model refinement[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1999, 13(4): 609-625.
- [85] LEVIN R I, LIEVIN N A J. Dynamical finite element model updating using simulated annealing and genetic algorithms[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 12(1): 91-120.
- [86] CHOU J H, GHABOUSSI J. Genetic algorithm in structural damage detection[J]. Computers & Structures, 2001, 79(14): 1335-1353.
- [87] RAO M A, SRINIVA J, MURTHY B S N. Damage detection in vibrating bodies using genetic algorithms[J]. Computer & Structures, 2004, 82: 963-968.
- [88] AU F T K, CHENG Y S, THAM L G, et al. Structural damage detection based on a micro-genetic algorithm using incomplete and noisy modal test data[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 259(5): 1081-1094.
- [89] BERMAN A, NAGY E J. Improvement of a large analytical model using test data[J]. AIAA Journal, 1983, 21(8): 1168-1173.
- [90] HALEVI Y, BUCHER I. Model updating via weighted reference basis with connectivity constraints[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 265(3): 561-581.
- [91] DONDEERS S, PLUYMERS B, RAGNARSSON P, et al. The wave-based substructuring approach for the efficient description of interface dynamics in substructuring[J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(8): 1062-1080.
- [92] 吴仕超, 蔡国平. 考虑界面转角自由度的频域子结构方法研究 [J]. 振动工程学报, 2011, 24(3): 323-326.  
WU Shichao, CAI Guoping. FRF based substructuring technique considering rotational degrees of freedom of interface[J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(3): 323-326.
- [93] DROZGR A, GREGOR C, MIHA B. Full degrees of freedom frequency based substructuring[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 98(1): 570-579.
- [94] 游彩霞, 张光德, 何雪松, 等. 基于改进 FBS 理论的浮筏隔振系统计算方法[J]. 中国舰船研究, 2015, 10(1): 109-113.
- YOU Caixia, ZHANG Guangde, HE Xuesong, et al. The calculation method of the isolation system based on the improved FBS theory[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2015, 10(1): 109-113.
- [95] GUVENC C, NEVZAT H O. Model updating of nonlinear structures from measured FRFs[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 80(5): 282-301.
- [96] WANG Jutao, WANG Chunjie, ZHAO Junpeng. Frequency response function-based model updating using kriging model[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 87(3): 218-228.
- [97] 王乐, 牛智玲. 基于遗传算法的变截面梁模型修正方法研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2013(2): 60-63.  
WANG Le, NIU Zhiling. Study of non-uniform beam model updating method based on genetic algorithm[J]. Missiles and Space Vehicles, 2013(2): 60-63.
- [98] GAGLIANO C. A hybrid full vehicle model for structure borne road noise prediction[C]//SAE 2005 Noise and Vibration Conference and Exhibition, 2005, Michigan, USA. Society of Automotive Engineers, 2005: 01-2467.
- [99] MOTTERSHEAD J E, LINK M, FRISWELL M I. The sensitivity method in finite element model updating[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(7): 2275-2296.
- [100] KIM K S, KANG Y J. Local stiffness control for reducing vehicle interior noise by using FRF-based synthesis method[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2011, 25(1): 81-88.
- [101] TERADA M, ONO S, et al. Development procedure for Interior noise performance by virtual vehicle refinement, combining experimental and numerical component models[C]//SAE 2001 Noise and Vibration Conference and Exhibition, 2001, Michigan, USA. Society of Automotive Engineers, 2001: 283-284.

作者简介: 郑玲(通信作者), 女, 1963 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为振动与噪声控制。

E-mail: zling@cqu.edu.cn

苏锦涛, 男, 1983 年出生, 博士研究生。主要研究方向为振动噪声分析与控制。

E-mail: nvh2012@163.com

万鑫铭, 男, 1978 年出生, 博士, 研究员。主要研究方向为汽车动态结构设计。

E-mail: wanxinming@caeri.com.cn

王菲, 女, 1993 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为振动噪声分析。

E-mail: wangfei@163.com