DOI: 10.3901/JME.2019.19.043

由涂层引入失谐的整体叶盘集中参数建模与振动特性分析*

李然^{1,2} 孙伟^{1,2}

(1. 东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110819;
2. 东北大学航空动力装备振动及控制教育部重点实验室 沈阳 110819)

摘要: 为了研究涂层参数失谐对整体叶盘振动特性的影响, 创建含涂层的两自由度扇区集中参数模型, 引入四种常见的主动失谐形式, 详细分析了涂层质量、刚度、阻尼等参数失谐对系统振动特性的影响规律。创建含涂层参数失谐的整体叶盘集中参数模型, 并由涂层引入常用的谐波、交替、线性及伪谐波四种形式的主动失谐。建立失谐后整体叶盘结构的运动方程, 确定求解其固有频率及振动响应的方法, 并给出了评价失谐程度的量化参数。通过实例分析了由涂层引入主动失谐后叶盘结构的振动特性。研究表明, 叶盘系统发生由涂层引起的主动失谐后, 系统最大响应随失谐量的增大呈现先上升后下降的趋势, 有“阈值”现象。

关键词: 失谐振动; 硬涂层; 整体叶盘; 集中参数建模; 振动特性

中图分类号: V231; TB535

Lumped-parametric Modeling and the Analysis of Vibration Characteristics of the Mistuned Blisk Introduced by Hard Coating

LI Ran^{1,2} SUN Wei^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819;
2. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion System Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819)

Abstract: In order to study the influence of mistuned coating parameters on the vibration characteristics of the blisk, a lumped-parametric model with two-degree-of-freedom sector is created. Four common types of intentional mistuning are introduced, and the influence of mistuned parameters such as the coating mass, stiffness and damping on the vibration characteristics of the system are analyzed in detail. The lumped parameter model with mistuned coating parameters is provided, and four common types of intentional mistuning such as harmonic, alternating, linear, and pseudo-harmonic are introduced by the coating. The equation of motion of the mistuned hard-coating blisk is established, and the method of solving the natural frequency and vibration response of the blisk is determined. The quantitative parameters for evaluating the strength of mistuning were given. Vibration characteristics of mistuned blisk introduced by hard coating is analyzed by an example. The results show that after the intentional mistuning produced by the coating, the maximum response of the blisk rapidly increases with increasing mistuning up to a certain value, but the response decrease with a further increase in mistuning, so the “threshold” phenomenon exist for this mistuning system.

Key words: mistuned vibration; hard coating; blisk; lumped-parametric model; vibration analysis

0 前言

叶盘结构理论上是循环对称结构, 但由于加工

误差、运行磨损等因素的影响, 使得叶盘结构不可避免会出现失谐现象。失谐现象会导致叶盘结构振动产生局部化, 使一些叶片具有比谐调时更大的振动, 从而导致结构过早出现疲劳失效^[1-3]。硬涂层减振是一种新兴的减振方法, 其特别适用于高温、高腐蚀环境下薄壳结构的减振^[4-7]。考虑航空发动机构

* 国家自然科学基金资助项目(51775092)。20181023 收到初稿, 20190529 收到修改稿

件所处的环境,可以将这种减振技术应用到航空发动机整体叶盘上,实际上一些学者^[8-9]已经在这方面进行了实践。在整体叶盘的各个叶片涂敷硬涂层后,理论上各个叶片上的涂层具有完全相同的几何参数和物理参数,但由于涂敷工艺、材料性质等原因,各叶片上的涂层不可避免存在偏差,对系统的振动特性产生影响。因此研究由涂层引起的失谐对叶盘复合结构的影响至关重要。

迄今为止,众多学者采用各种模型和方法对叶盘的失谐问题进行了大量的研究。LEE 等^[10]采用连续环模型和摄动法对随机失谐叶盘的振动进行了分析。MIGNOLET 等^[11-12]采用集中参数模型研究了随机失谐以及部分失谐时叶盘的振动响应特性。此外,国内外学者对确定失谐的叶盘结构振动问题也进行了进一步的研究。SCHOENENBORN 等^[13]分析了主动失谐叶盘的振动特性,发现主动失谐后的叶盘阻尼增大,响应降低。CASTANIER 等^[14]设计了一种主动谐波失谐,并用集中参数模型及有限元模型分别分析了刚度失谐量对整体叶盘系统振动响应的影响,发现引入主动谐波失谐时的系统响应放大因子比随机失谐时小得多。YU 等^[15]在叶盘中同样引入了谐波失谐形式的刚度失谐,研究了叶片刚度失谐、耦合刚度失谐以及阻尼等对系统振动特性的影响。NIKOLIC 等^[16]进行了降低结构最大失谐强迫响应幅值的设计,并研究了交替、线性以及谐波形式的失谐,发现主动失谐的最大强迫响应幅值明显降低,说明主动失谐设计有较好的鲁棒性。于长波等^[17-18]以典型的压气机叶盘结构为例,建立了实际“错频”结构的有限元模型,讨论了失谐形式和失谐参数的影响规律,分析研究了“错频失谐”情况下叶盘结构振动模态特性和模态局部化性质。JONES 等^[19]在整体叶盘系统中引入一种主动线性失谐,并且发现该线性失谐的形式可以降低随机失谐叶盘系统振动响应的幅值。CHAN 等^[20]同样也采用了主动线性失谐,分析了线性失谐对整体叶盘系统振动响应幅值的影响。但是,由于整体叶盘涂层减振是一种全新的减振模式,含涂层的整体叶盘失谐建模与分析迄今为止还未被深入研究,因而建立涂层失谐叶盘模型以及研究涂层失谐的影响,对于指导涂层叶盘结构的减振设计有着重要的意义。

这里以涂层的刚度、质量、阻尼等作为失谐参数,建立了含涂层失谐的整体叶盘集中参数模型,并以涂层叶盘结构为例,引入谐波失谐、交替失谐、线性失谐和伪谐波失谐这四种失谐形式,分析了涂层的刚度、质量、阻尼等的失谐对结构振动特性的

影响规律,为叶盘结构的涂层主动失谐设计提供了参考。

1 涂层失谐整体叶盘集中参数建模

1.1 失谐集中参数建模

图 1 所示为所提出的涂层整体叶盘的集中参数模型,每个扇区有两个自由度 $x_{1,i}$ 和 $x_{2,i}$, 分别描述轮盘和叶片振动。为了描述方便,将系统中的集中参数分为两部分,分别是涂层前整体叶盘的参数和附加的涂层参数。其中涂层前整体叶盘的参数如下, m_1 和 m_2 分别表示扇区轮盘和叶片的等效质量, k_1 和 k_2 分别表示轮盘和叶片的等效刚度, k_c 表示各扇区间的耦合刚度,而 c_1 和 c_2 分别表示轮盘和叶片的等效阻尼。设涂层涂敷在叶片上,则附加的与涂层相关的参数包括:涂层质量 m_{ai} 以及由涂层产生的附加刚度 k_{ai} 和阻尼 c_{ai} 。这里假定涂层产生刚度及阻尼叠加在叶片的等效刚度 k_2 及阻尼 c_2 上,因而图 1 中用并联来表达。

图 1 集中参数扇区模型

对于具有 N 个扇区的涂层叶盘结构系统,其运动方程式可表达为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad (1)$$

式中, M 、 K 、 C 分别为涂层整体叶盘的质量、刚度、阻尼矩阵。

当系统为谐调状态时,各个叶片上涂层的质量、刚度、阻尼等各参数相同,即: $m_{ai} = m_a$, $k_{ai} = k_a$, $c_{ai} = c_a$ 。当系统发生由涂层引起的失谐后,涂层的各参数可表示为

$$m_{ai} = m_a + \Delta m_i \quad k_{ai} = k_a + \Delta k_i \quad c_{ai} = c_a + \Delta c_i \quad (2)$$

式中, Δm_i 、 Δk_i 、 Δc_i 分别为第 i 个叶片上涂层的质量、刚度、阻尼失谐量。

这里引入的涂层的质量、刚度、阻尼失谐量为确定值, $\Delta m_i = \delta_i m_a$, $\Delta k_i = \delta_i k_a$, $\Delta c_i = \delta_i c_a$ 。其中, δ_i 表示涂层参数的失谐程度。

具体地,质量矩阵的表达式为

$$\mathbf{M} = \begin{Bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{M}_N \end{Bmatrix} \quad (3a)$$

$$\mathbf{M}_i = \begin{Bmatrix} m_2 + (m_a + \delta_i m_a) & 0 \\ 0 & m_1 \end{Bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3b)$$

刚度矩阵的表达式为

$$\mathbf{K} = \begin{Bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_c & 0 & \dots & \mathbf{K}_c \\ \mathbf{K}_c & \mathbf{K}_2 & \mathbf{K}_c & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_c & \mathbf{K}_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{K}_c & 0 & 0 & \dots & \mathbf{K}_N \end{Bmatrix} \quad (4a)$$

$$\mathbf{K}_i = \begin{Bmatrix} k_2 + (k_a + \delta_i k_a) & -k_2 - (k_a + \delta_i k_a) \\ -k_2 - (k_a + \delta_i k_a) & k_1 + k_2 + (k_a + \delta_i k_a) + 2k_c \end{Bmatrix} \quad (4b)$$

$$\mathbf{K}_c = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -k_c \end{Bmatrix} \quad (4c)$$

阻尼矩阵的表达式为

$$\mathbf{C} = \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_N \end{Bmatrix} \quad (5a)$$

$$\mathbf{C}_i = \begin{Bmatrix} c_2 + (c_a + \delta_i c_a) & -c_2 - (c_a + \delta_i c_a) \\ -c_2 - (c_a + \delta_i c_a) & c_1 + c_2 + (c_a + \delta_i c_a) \end{Bmatrix} \quad (5b)$$

所考虑的失谐为由涂层参数变化引起的失谐，失谐模式主要为谐波失谐、交替失谐、线性失谐以及伪谐波失谐四种，如图 2 所示。

图 2 涂层参数失谐形式

1.2 振动特性求解

在分析叶盘受迫振动响应时，采用在叶片上施加简谐激振力，设载荷幅值为 A ，有

$$\mathbf{F} = A \cos(\omega t + \theta_j) \quad (6)$$

式中，下标 j 表示所施加激振力的叶片位置 ($j=0, 1, \dots, N-1$)， ω 为激振频率， $\theta_j = (2\pi E j)/N$ 为相角， E 为激振力阶次。

硬涂层整体叶盘以模态坐标表达的运动方程为

$$(\boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_r + i \omega \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi}_r - \omega^2) x_{Nr} = \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{F} = f_{Nr} \quad (7)$$

式中括号内第一项、第二项分别为

$$\boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_r = \omega_r^2 \quad \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi}_r = 2\xi_r \omega_r \quad (8)$$

式中， ω_r^2 和 $\boldsymbol{\varphi}_r$ 分别为第 r 阶特征值和特征矢量， ξ_r 为系统的第 r 阶模态阻尼比。

将式(8)代入式(7)可将方程转换到模态坐标下，整理后可得

$$x_{Nr} = \frac{f_{Nr}}{\omega_r^2 + i 2 \omega \xi_r \omega_r - \omega^2} \quad (9)$$

由此可获得结构的振动响应为

$$\mathbf{X} = \sum_r^n x_{Nr} \boldsymbol{\varphi}_r \quad (10)$$

1.3 评价失谐程度的量化参数

为了研究涂层参数失谐对涂层叶盘系统振动特性的影响，需要有一个能够较为准确的描述系统失谐程度的量化参数，通过该参数，不同失谐形式的失谐系统可以进行定量比较。

1.3.1 模态局部化因子

许多研究人员对失谐系统的振动局部化进行了研究，给出了振动局部化的描述方式^[21-23]。系统模态局部化现象的主要特征是：在系统模态中，只有几个叶片的振动位移较大，而其他叶片的振动位移均相对较小。而我们主要关心最大叶片振动能量大于其他叶片振动能量的程度，所以参考文献[21]，可将模态局部化参数用式(11)表示

$$R = \sqrt{\frac{|X|_{\max}^2 - \frac{1}{N-1} \sum_{i=1, i \neq j}^n X_i^2}{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1, i \neq j}^n X_i^2}} \quad (11)$$

式中， N 为叶片数， j 为具有最大模态振幅的叶片序号，其最大模态振幅为 $|X|_{\max}$ 。 R 值越大，则振动局部化程度越大，表示失谐程度越大。

1.3.2 响应放大因子

失谐会影响叶盘系统的受迫振动响应，因此为了比较不同失谐形式时的系统受迫响应幅值的变

化,这里还引入了响应幅值放大因子,如式(12)所示

$$L = \frac{u_{\max}}{v_{\max}} \quad (12)$$

式中, $u_{\max}$ 为失谐时叶片振动响应最大幅值, $v_{\max}$ 为谐振状态下叶片振动响应最大幅值。 L 值越大表示失谐程度越大。

2 涂层失谐对叶盘振动特性的影响

2.1 谐调叶盘系统

以涂敷 NiCrAlCoY+YSZ 硬涂层的整体叶盘为例(图 3)进行研究,建模所需的集中参数可由试验辨识获得,具体为: $m_1 = 0.0556 \text{ kg}$, $m_2 = 0.0116 \text{ kg}$, $k_1 = 1320000 \text{ N/m}$, $k_2 = 500000 \text{ N/m}$, $k_c = 80000 \text{ N/m}$, $m_a = 0.001522 \text{ kg}$, $k_a = 6781.82 \text{ N/m}$, $c_1 = 0.005$, $c_2 = 0.002$, $c_a = 0.05$ 。

图 3 锤击试验现场图

整体叶盘是由钢制成,各材料参数已知。为验证所建模型及所选取参数的正确性,对涂层后的整体叶盘建立了有限元模型,如图 4 所示,整体叶盘基体采用 SOLID185 单元,涂层采用 SHELL181 单元,单元大小均为 2 mm。同时,集中参数模型分析结果也将与图 3 所描述的模式测试试验结果进行对比。测试试验所用仪器和设备见表 1。

图 4 单扇区有限元模型

表 1 所用测试仪器和设备

序号	名称
1	PCB(086C01)模态力锤
2	B&K 4517 轻质加速度传感器
3	LMS Testlab 笔记本工作站

利用所建立的集中参数模型求解涂层叶盘的固有频率,并将计算结果与试验获得的固有频率以及基于 ANSYS 的有限元计算结果进行比对。图 5 是三种方法得到的前 12 阶固有频率对比(不包括重频),从获得的结果可以看出用集中参数获得的固有频率与试验及有限元的结果基本一致,这证明了所建立的涂层整体叶盘集中参数模型是合理的,同时所选取的各个参数也是正确的。

图 5 涂层叶盘固有频率对比图

进一步,假设整体叶盘承受阶次激励,最大激励幅度为 1 N,激励阶次选择 0~8 阶次(以下简称 0E~8E)利用所建立的集中参数模型对谐调叶盘系统进行振动响应求解,得到的各阶次响应如图 6 所示。从图 6 中可以看出,谐调叶盘系统在各激励阶次的作用下叶片振动响应的最大振幅只有一个峰值,且发生共振的频率对应阶次数节径的频率。叶盘系统的振幅在激励阶次为 0 时最大,也说明在该阶次时的失谐最为敏感,便于分析失谐系统的振动特性。因此,在以下分析系统失谐情况时所用的激励阶次均为 0。

图 6 谐调系统的振动响应

图 7 为激励阶次为 0 时叶盘系统响应幅值, 最大幅值为 2.214×10^{-2} m, 此时的共振频率为 651.40 Hz。

图 7 0 阶次激励时系统的振动响应

2.2 失谐叶盘系统

2.2.1 涂层刚度失谐

考虑涂层的刚度失谐对整体叶盘振动特性的影响, 失谐量通过第 2.1 节所述的 4 种失谐形式引入。分析不同的涂层刚度失谐量对其的影响规律, 这里选取不同刚度失谐量(0% ~ 40%), 求解各失谐系统的最大响应幅值, 计算其响应放大因子如图 8 所示。从图 8 中可以看出, 叶盘系统对涂层刚度的敏感性较低, 响应放大因子最大仅为 1.1。发生刚度失谐后, 在所选取的失谐量范围内, 谐波、线性以及伪谐波失谐形式的响应放大因子随失谐量增大都呈现了先增大后减小的趋势, 有“阈值”现象; 而交替失谐形式的响应放大因子随失谐量增大而缓慢增大, 在 0% ~ 40% 失谐范围内还没有出现“阈值”现象。同时谐波与伪谐波这两种主动失谐形式的系统响应放大因子在大的失谐量(25% ~ 40%)下开始小于 1, 说明此时的涂层主动失谐后的响应幅值小于谐调系统, 抑制了系统的振动, 具有减振效果。且交替失谐形式时的响应放大因子明显比其他失谐形式小, 由此可以说明叶盘系统对刚度交替失谐形式最不敏感。

这里选取刚度失谐量为 20%, 因为失谐量为 20% 时各个失谐形式的系统响应放大因子都较大, 说明系统对 20% 的涂层刚度失谐量较为敏感, 便于分析不同涂层失谐形式时整体叶盘系统的振动特性。

图 8 不同刚度失谐量的响应放大因子

对失谐量为 20% 的不同失谐形式时的系统求解得到固有频率后, 将失谐频率值与谐调系统的固有频率做差, 得到如图 9 所示的系统前 18 阶固有频率差值散点图。从图 9 中可以得到: 刚度失谐后对系统固有频率产生了影响, 出现重特征值分裂现象, 且“两端大, 中间小”, 即在模式族的首尾两端, 频率差值明显比谐调大。同时线性失谐形式时的频率差值最大, 伪谐波次之, 然后是谐波失谐, 交替失谐形式时的频率差值最小, 可以发现系统的固有频率对涂层刚度的线性失谐形式最敏感, 而对交替失谐形式最不敏感。

图 9 不同刚度失谐时的失谐与谐调系统固有频率差值

图 10 为不同失谐形式时的系统前 18 阶模态局部化因子的变化规律, 图 10 中可以看出除交替失谐外, 其他失谐形式的模态局部化因子曲线规律类似, 均为“两端大, 中间小”, 即在模式族的首尾两端, 模态局部化因子明显比谐调大, 这是因为系统的前 18 阶处于第 1 模态族, 属于轮盘主导模态, 性质相对稳定, 没有发生频率转向, 而第 1 阶和第 18 阶分别对应于叶盘结构的 0 节径和 9 节径振动, 谐调时各扇区能量分布最为均匀, 且各扇区的振幅完全相等, 对失谐相对更加敏感。而发生交替失谐时, 各个叶片上涂层的刚度失谐分布较其他分布形式均匀的多, 更类似于谐调系统, 故失谐系统的模态局部

化因子曲线形状与谐调类似。这与不同失谐形式时系统固有频率的变化规律是一致的,由此可见,叶片上涂层的刚度失谐分布越均匀,系统失谐敏感性越低。

图 10 不同刚度失谐形式的模态局部化因子

同样,在激励阶次为 0、激振力幅度为 1 N 的阶次激励下,求解刚度失谐量为 20% 时的不同失谐形式系统各个叶片的振动响应,如图 11 所示为各个失谐形式的响应幅值最大的叶片的响应曲线。从图 11 中可以看出,失谐后叶盘的响应曲线会出现“侧峰”现象,同时失谐量为 20% 时,刚度伪谐波形式的失谐系统响应幅值最大,谐波失谐次之,然后是线性失谐,交替失谐形式时的响应幅值最小,可以发现系统对交替失谐形式最不敏感,这与上述求解所得的规律是一致的。

图 11 不同刚度失谐形式的系统最大振动响应幅值

2.2.2 涂层质量失谐

考虑涂层的质量失谐对整体叶盘振动特性的影

响,失谐量同样通过第 2.1 节所述的失谐形式引入。由于系统对质量失谐比对刚度失谐敏感的多,故涂层质量失谐的失谐量范围选择 0 ~ 3% (小失谐),求解各失谐系统的最大响应幅值并计算响应放大因子,如图 12 所示。从图 12 中可以发现,发生涂层质量失谐后,四种失谐形式的系统响应放大因子随失谐量的变化规律与发生刚度失谐时的规律大致相同,同时质量失谐时的系统响应放大因子值大小与刚度失谐时的也基本一致,均为 1.1。说明涂层的刚度和质量这两个单一因素失谐对系统的振动特性的影响规律基本相同。

图 12 不同质量失谐量的响应放大因子

2.2.3 涂层阻尼参数变化

选取一定失谐量的涂层阻尼失谐来研究其对整体叶盘振动特性的影响后发现,系统对阻尼失谐的敏感性极低,阻尼的失谐对整体叶盘振动特性影响不大。故这里选取固定的刚度失谐量与质量失谐量(即 20% 的刚度失谐以及 1% 的质量失谐),变化涂层的阻尼参数范围求解系统的振动响应,研究涂层阻尼参数对失谐系统的振动特性影响。涂层阻尼参数的范围选择 0 ~ 0.05,求解失谐系统的最大响应幅值及对应阻尼值的谐调系统的最大响应幅值并计算相应的响应放大因子,如图 13 所示。从图 13 中可以看出,不同失谐形式的失谐系统的响应放大因子均

图 13 不同涂层阻尼系数时的响应放大因子

随着阻尼系数的不断增大而减小,同时当阻尼增大到一定程度时,响应幅值放大因子的减小趋势越来越缓慢并趋近于1。这也说明,当涂层的阻尼系数越来越大时,涂层质量和刚度的失谐对系统振动响应的影响也越来越小,而当阻尼系数足够大时,涂层质量和刚度失谐对系统振动响应的影响甚至可以忽略不计。

3 结论

本文以涂层的刚度、质量、阻尼作为失谐参数,对谐调和常见的主动失谐叶盘的振动特性进行了详细地分析,得到如下结论。

(1) 整体叶盘发生涂层刚度失谐后,系统的频率、响应都发生变化。在0%~40%的失谐范围内,谐波、线性及伪谐波形式的主动失谐系统的响应放大因子均随刚度失谐量的增加而先增大后减小,出现“阈值”。同时谐波、伪谐波形式的失谐系统的响应放大因子在大的失谐量(25%~40%)下开始小于1,说明涂层主动失谐具有一定的减振效果。同时,不同失谐形式的系统响应放大因子的变化并不相同,交替失谐时最小。

(2) 选取0%~3%的涂层质量失谐范围对叶盘系统进行了分析,分析结果表明,发生质量失谐时对系统的振动特性的影响规律与刚度失谐时一致。

(3) 当固定涂层的刚度失谐量与质量失谐量,变化阻尼系数(0~0.05)后发现,系统响应放大因子随阻尼系数的增大而逐渐减小,且阻尼系数大到一定程度时,响应放大因子越来越趋近于1。

(4) 系统对交替失谐并不敏感,而谐波与伪谐波这两种失谐形式在大的失谐量下可以抑制系统的振动,可以考虑这两种形式的硬涂层主动失谐设计。

参 考 文 献

- [1] CHAN Y J, EWINS D J. Prediction of vibration response levels of mistuned integral bladed disks (blisks): Robustness studies[J]. *Journal of Turbomachinery*, 2012, 134(4): 044501.
- [2] LAXALDE D, THOUVEREZ F, SINOUE J J, et al. Qualitative analysis of forced response of blisks with friction ring dampers[J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2007, 26(4): 676-687.
- [3] BAI bin, BAI Guangchen, LI Chao. Application of improved hybrid interface substructural component modal synthesis method in vibration characteristics of mistuned blisk[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 27(6): 1219-1231.
- [4] BLACKWELL C, PALAZOTTO A, GEORGE T J, et al. The evaluation of the damping characteristics of a hard coating on titanium[J]. *Shock and Vibration*, 2007, 14(1): 37-51.
- [5] IVANCIC F, PALAZOTTO A. Experimental considerations for determining the damping coefficients of hard coatings[J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2005, 18(1): 8-17.
- [6] 孙伟,刘营,李晖. 硬涂层参数对基础激励作用下悬臂梁振动特性的影响分析[J]. *机械工程学报*, 2014(19): 105-111.
- [7] SUN Wei, LIU Ying, LI Hui. Analysis of the influence of hard-coating parameters on vibration characteristics for the cantilever beam under base excitation[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014(19): 105-111.
- [7] 蔡振兵,王璋,朱旻昊. 硬质涂层冲击、冲蚀性能的研究进展[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(24): 12-24.
- [8] CAI Zhenbing, WANG Zhang, ZHU Minhao. Review on impact and erosion wear research of hard coatings[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(24): 12-24.
- [8] CHEN Y, ZHAI J, HAN Q. Vibration and damping analysis of the bladed disk with damping hard coating on blades[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2016, 58: 248-257.
- [9] BRUCE R W, SCHELL J D. Process for depositing a coating on a blisk: U.S., 12/241, 678[P]. 2008-09-30.
- [10] LEE K C, LI K C, YU H H, et al. Forced response of harmonic mistuned blade disks[J]. *Key Engineering Materials*, 2006, 324-325: 145-148.
- [11] MIGNOLET M P, HU W, JADIC I. On the forced response of harmonically and partially mistuned bladed disks. Part I: Harmonic mistuning[J]. *International Journal of Rotating Machinery*, 2000, 6(1): 29-41.
- [12] MIGNOLET M P, HU W, JADIC I. On the forced response of harmonically and partially mistuned bladed disks. Part II: Partial mistuning and applications[J]. *International Journal of Rotating Machinery*, 2000, 6(1): 43-56.
- [13] SCHOENENBORN H, JUNGE M, RETZE U. Contribution to free and forced vibration analysis of an intentionally mistuned blisk[C]// ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition. American Society of Mechanical Engineers, 2012: 1111-1120.
- [14] CASTANIER M P, PIERRE C. Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors[J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(10): 2077-2086.
- [15] YU C, WANG J, LI Q. On the individual and combined

- effects of intentional mistuning , coupling and damping on the forced response of bladed disks[C]// ASME Turbo Expo 2008 : Power for Land , Sea , and Air. American Society of Mechanical Engineers , 2008 : 493-499.
- [16] NIKOLIC M , PETROV E P , EWINS D J. Robust strategies for forced response reduction of bladed disks based on large mistuning concept[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines & Power , 2008 , 130 : 022501.
- [17] 于长波 , 王建军 , 李其汉. 错频叶盘结构的概率模态局部化特性分析[J]. 航空动力学报 , 2009 , 24(9) : 2040-2045.
YU Changbo , WANG Jianjun , LI Qihan. Probability characteristics for vibratory mode of detuned bladed disk assemblies[J]. Journal of Aerospace Power , 2009 , 24(9) : 2040-2045.
- [18] 王建军 , 于长波 , 李其汉. 错频叶盘结构振动模态局部化特性分析[J]. 航空动力学报 , 2009 , 24(4) : 788-792.
WANG Jianjun , YU Changbo , LI Qihan. Localization characteristics of vibratory mode for bladed disk assemblies[J]. Journal of Aerospace Power , 2009 , 24(4) : 788-792.
- [19] JONES K W. Minimizing maximum modal force in mistuned bladed disk forced response[J]. Journal of Turbomachinery , 2008 , 130(1) : 011011.
- [20] CHAN Y J , EWINS D J. Management of the variability of vibration response levels in mistuned bladed discs using robust design concepts. Part 2 : Tolerance design[J]. Mechanical Systems and Signal Processing , 2010 , 24(8) : 2792-2806.
- [21] 王红建 , 贺尔铭 , 赵志彬. 频率转向特征对失谐叶盘模态局部化的作用[J]. 中国机械工程 , 2009 , 20(1) : 82-85.
WANG Hongjian , HE Erming , ZHAO Zhibin. Effects of frequency veering features on mode localization of mistuned bladed disks[J]. China Mechanical Engineering , 2009 , 20(1) : 82-85.
- [22] CASTANIER M P , PIERRE C. Modeling and analysis of mistuned bladed disk vibration : Status and emerging directions[J]. Journal of Propulsion and Power , 2006 , 22(2) : 384-396.
- [23] KWON S M , YOO H H. Vibration localization of a mistuned rotating multi-packet blade system undergoing external cyclic harmonic force[J]. Journal of Mechanical Science and Technology , 2011 , 25(11) : 2769-2774.

作者简介: 李然, 女, 1994 年出生。主要研究方向为硬涂层叶盘集中参数建模与分析。

E-mail : ranli_2016@163.com

孙伟(通信作者), 男, 1975 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机械系统动力学分析及振动控制。

E-mail : weisun@mail.neu.edu.cn