

DOI: 10.3901/JME.2019.19.001

# 基于虚拟传感器内插法的叶片高倍频振动辨识方法\*

陈康<sup>1,2</sup> 张娅<sup>1</sup> 王维民<sup>2</sup> 张旭龙<sup>1,2</sup> 户东方<sup>2</sup>

(1. 北京化工大学化工安全教育部工程研究中心 北京 100029;

2. 北京化工大学高端机械装备健康监控与自愈化北京市重点实验室 北京 100029)

**摘要:** 叶片的振动及其导致的高周疲劳断裂问题是当前高性能透平机械研发与运行中面临的主要问题,高负荷叶片的流动参数在尾迹的干扰下发生周期性脉动造成高倍频振动是造成高周疲劳的主要因素,因此叶片高倍频振动的监测对高周疲劳的诊断预警具有重要意义。提出了基于虚拟传感器内插法的旋转态叶片高倍频信号重构及辨识方法,可实现高倍频的求解。在传感器安装夹角为 $6^\circ$ 的情况下可实现高达60倍频以内的振动辨识,理论上只需2支传感器即可进行倍频的识别,实际应用中采用4支传感器即可保证辨识精度,且只需一次启车或停车就可实现叶片振动频率的识别,简化了测试步骤。所提出的辨识方法可应用于航空发动机等静叶片数量较多、振动形式为高阶次高倍频的高端旋转机械的振动监测识别,模拟仿真和试验结果验证了该方法的有效性及其准确性。

**关键词:** 叶尖计时(BTT); 叶片振动; 参数辨识; 倍频

**中图分类号:** TK14; V216

## Identification Method of Blade Vibration with High EO Based on Virtual Sensor Interpolation

CHEN Kang<sup>1,2</sup> ZHANG Ya<sup>1</sup> WANG Weimin<sup>2</sup> ZHANG Xulong<sup>1,2</sup> HU Dongfang<sup>2</sup>

(1. Chemical Safety Engineering Research Center of Ministry of Education,  
Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029;

2. Beijing Key Laboratory of Health Monitoring Control and Self-recovery for High-end Machinery,  
Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029)

**Abstract:** The vibration of blades and the corresponding high-cycle fatigue fracture are the main problems in the development and operation of high-performance turbomachinery. High engine order (EO) vibration caused by the periodic pulsation of the flow parameters of high-load blades under the disturbance of wakes which is the main factors for high-cycle fatigue. Therefore, the high EO vibration monitoring is important for the diagnosis and early warning of high-cycle fatigue. A method is proposed for reconstruction and identification of high EO signals in rotating blades based on virtual sensor interpolation method, which can be a good solution for the vibration of blades with high EO, and can achieve vibrations up to 60EO when the angle of sensor installation is 6 degrees. Theoretically, only two sensors are needed for this method and four sensors can be used to ensure the identification accuracy in practical applications. What's more, only one start up or stop of the turbomachinery is needed to identify the vibration of blade, which simplifies the test steps. The method can be used for the vibration monitoring and identification of high-end rotating machinery such as aircraft engine, which has a large number of stationary blades and vibrates in high order mode and high-EO. The comparison between the experimental data and the simulation results indicates the effectiveness and accuracy of this method.

**Key words:** blade tip-timing (BTT); blade vibration; parameter identification; engine order (EO)

## 0 前言

振动问题一直是限制风机向大型高参数化方向

发展的主要障碍,而叶片振动导致的疲劳断裂故障和事故尤为突出,因此,对叶片的状态参数进行监测极为必要。对于航空发动机及汽轮机的高端透平机械而言,其静叶数高达60甚至更高,其尾迹扰流导致的高倍频振动是造成高周疲劳的主要因素。然而,由于倍频数较高,在转速变化过程中,往往会以极快的速度通过共振区,难以捕捉。多年来,高

\* 国家自然科学基金(51775030, 91860126)和中央高校基本科研业务费(BHYC1703A, JD1807)资助项目。20181101 收到初稿,20190509 收到修改稿

阶次高倍频的叶片振动监测辨识一直是航空发动机等叶片数目众多的旋转机械叶片振动参数识别及叶片性能测试的重点及难点。

在基于叶尖计时原理<sup>[1]</sup>非接触式叶片同步振动监测识别中,要实现叶片振动频率的辨识主要需要两个参数,即振动中心频率及对应的振动倍频,目前大量文献及试验已经证明单参数法(又称为非线性最小二乘拟合法或速矢端迹法)在叶片振动中心频率的求解上具有极好的精度及抗干扰能力,但叶片同步振动的倍频特别是高倍频的测量辨识一直是叶片振动参数识别的难点<sup>[2]</sup>。目前已公开的叶片同步振动辨识算法具备倍频识别能力的主要有双参数法<sup>[3-4]</sup>(又称椭圆拟合法)、自回归法<sup>[4-5]</sup>(AR 法以及基于其发展而来的 GAR 法及 GARIV 法)以及天津大学开发的几种基于速矢端迹法及传感器“5+2”分布的振动倍频识别方法<sup>[6-7]</sup>等。双参数法对信号质量要求较高,实际应用困难;基于单参数法及“5+2”法的倍频识别方法其倍频求解范围由于方法自身限制及测量误差等因素有较大的限制<sup>[8]</sup>;现有基于自回归法的倍频求解方法也受到传感器安装角度限制,若要求解高倍频则需要较小的传感器均布夹度,6 度的安装夹角对应的有效求解范围为 1~30 倍频<sup>[9-14]</sup>。

基于此,通过利用叶尖定时传感器采集的叶片同步振动曲线的可预测性,本文提出了基于自回归法及最小二乘拟合法的倍频识别原理的叶片振动倍频辨识方法,并结合提出的虚拟传感器内插法提高了辨识的精度及有效辨识范围。通过理论分析及改进算法实现了高倍频振动的辨识,同时理论上只需安装 2 支叶尖计时传感器,且只需一次启车或停车就可实现叶片振动倍频的识别,简化了测试步骤,模拟仿真及试验证明在采用 4 支传感器以安装夹角为 6 度均布的情况下可实现 60 倍频以内的精确辨识。所得研究结果对于航空发动机等单级叶片数量较多,振动形式为高阶次高倍频的高端旋转机械的振动监测识别具有极大的意义,可为后续的长周期恒速监测提供必要的先验条件<sup>[15-16]</sup>。

## 1 基于自回归法及 LM 拟合法的变速扫频倍频辨识原理

在文献[9]所述的基于 LM 拟合法及自回归法相结合的叶片参数完整辨识方法的基础上,本节通过一定的改进,简化了测试步骤,无需恒速运转即可使用自回归法求解振动倍频,可直接采用 LM 拟合法的拟合参数进行求解,具体推导如本节所述。

将叶片振动简化为无阻尼单自由度单倍频振动模型,则其动力系统响应为正弦运动,对应的微分方程如下式所示

$$\ddot{\tilde{x}} + \omega_n^2 \tilde{x} = 0 \quad (1)$$

式中  $\tilde{x}$ ——正弦曲线上的振动位移;

$\omega_n$ ——振动中心频率值。

对图 1 所示的单一正弦曲线上 3 个等间距分布的采样点,由自回归(AR)法原理得

$$\tilde{x}_{i+1} - a_1 \tilde{x}_i + \tilde{x}_{i-1} = 0 \quad (2)$$

$$a_1 \equiv 2\cos(\omega_n \Delta t_p) \quad (3)$$

$$\Delta t_p = \frac{\Delta \alpha}{\Omega} \quad (4)$$

$$n_{EO} = \frac{\omega_n}{\Omega} \quad (5)$$

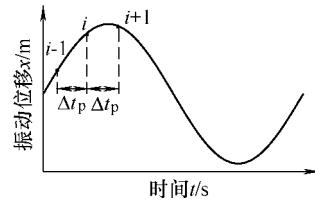


图 1 正弦曲线等时间间距( $\Delta t_p$ )分布的采样点

$\Delta \alpha$  为弧度制下的传感器夹角,在没有特别指出的情况下本文角度单位均为弧度制; $\Omega$  为振动中心频率。当式(5)中  $\Omega$  发生微小变化时,  $n_{EO}$  也仅会发生微小变化,同时考虑到理想状态下  $n_{EO}$  的识别结果为整数,故为提高计算的准确性,  $\Omega$  可为振动中心频率附近的一系列转速频率值,即在  $(\Omega - \Delta_1, \Omega + \Delta_2)$  范围内进行多次求解以避免结果的偶然性误差。若第  $b$  个叶片的振动位移中存在振动恒偏直流分量  $D_b$ , 则有

$$x = \tilde{x} + D_b \quad (6)$$

由单参数 LM 拟合法原理可知在同步振动区间上传感器采集得到的数据可用式(7)拟合获得叶片同步振动参数

$$x(\Omega) = H(\Omega)(\eta(\Omega) \cos \varphi_n + \sin \varphi_n) + D_b \quad (7)$$

$$H(\Omega) = \frac{A_0 Q}{\Omega / f_n (1 + \eta^2)} \quad (8)$$

$$\eta(\Omega) = Q \frac{1 - (\Omega / f_n)^2}{\Omega / f_n} \quad (9)$$

式中,记  $Q = 1/(2\xi)$  表示品质因数; $f_n$  称为谐振中心频率。式(7)中共有 5 个待求解未知量,即  $A_0$ 、 $f_n$ 、 $Q$ 、 $\varphi_n$ 、 $D_b$ ,通过变速扫频过程可以获得叶尖振动位移随转频的变化关系  $x(\Omega)$ ,由式(7)可根据 LM 法来求解上述未知量。

对图 1 所示的三个采样点在同步振动区间内采

集到的数据进行上述拟合，则有

$$\begin{cases} x_{i-1}(\Omega) = H(\Omega)^{i-1}(\eta(\Omega)^{i-1} \cos \varphi_n^{i-1} + \sin \varphi_n^{i-1}) + D_b^{i-1} \\ x_i(\Omega) = H(\Omega)^i(\eta(\Omega)^i \cos \varphi_n^i + \sin \varphi_n^i) + D_b^i \\ x_{i+1}(\Omega) = H(\Omega)^{i+1}(\eta(\Omega)^{i+1} \cos \varphi_n^{i+1} + \sin \varphi_n^{i+1}) + D_b^{i+1} \end{cases} \quad (10)$$

将式(10)代入式(6)得

$$\begin{cases} \tilde{x}_{i-1}(\Omega) = H(\Omega)^{i-1}(\eta(\Omega)^{i-1} \cos \varphi_n^{i-1} + \sin \varphi_n^{i-1}) \\ \tilde{x}_i(\Omega) = H(\Omega)^i(\eta(\Omega)^i \cos \varphi_n^i + \sin \varphi_n^i) \\ \tilde{x}_{i+1}(\Omega) = H(\Omega)^{i+1}(\eta(\Omega)^{i+1} \cos \varphi_n^{i+1} + \sin \varphi_n^{i+1}) \end{cases} \quad (11)$$

在理想情况下有

$$\begin{cases} H(\Omega)^{i-1} = H(\Omega)^i = H(\Omega)^{i+1} \\ \eta^{i-1} = \eta^i = \eta^{i+1} \end{cases} \quad (12)$$

式中，下标  $i$  表示第  $i$  号传感器采集的数据及拟合的数据， $i-1$  及  $i+1$  同理。但考虑到测量误差带来的各个传感器采集的数据的拟合结果存在一定的相对误差，为了保持拟合曲线与原始采样数据间的对应关系，确保后续计算的准确性，这里不做进一步的简化。

通过以上的分析可知，采用本方法所需求解的式(2)中仅存在一个未知数即  $a_1 = 2 \cos(n_{EO} \Delta \alpha)$ ，故理论上仅需 3 个传感器就可实现包含振动恒偏量的振动信号的倍频的识别。

## 2 基于虚拟传感器内插法的倍频辨识原理

由扫频过程中叶片的振动导致传感器有特定的输出<sup>[14]</sup>，各个传感器所采集数据可用于推测其他位置传感器采集的数据的形态，进行拟合后所得振动相位在理想状态下具有如下性质

$$\varphi_n^i = \varphi_n^{i-1} + n_{EO} \Delta \alpha \quad (13)$$

结合式(11)，可知在理想状态下，可通过一个传感器拟合参数来完美还原出与它在周向呈一定角度安装的传感器的拟合曲线，实际应用中可采用安装夹角为  $2\Delta\alpha$  两支传感器进行信号采集，并依据其中一个所得的拟合参数进行两传感器中间的虚拟传感器拟合曲线的构建，如图 2 所示。

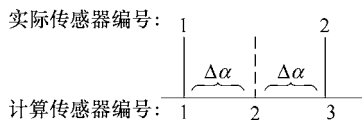


图 2 虚拟传感器内插示意图

虚拟传感器拟合参数由如下公式计算得到

$$\begin{cases} H(\Omega)^i = H(\Omega)^{i-1} \\ \eta(\Omega)^i = \eta(\Omega)^{i-1} \\ \varphi_n^i = \varphi_n^{i-1} + n_{EO} \Delta \alpha \end{cases} \quad (14)$$

式中， $n_{EO}$  为所需求解的振动倍频。将式(14)代入式(10)中，并进行化简得

$$\tilde{x}_{i-1} + \tilde{x}_{i+1} = 2 \cos(n_{EO} \Delta \alpha) H^{i-1}(\eta^{i-1} \cos \varphi_n^i + \sin \varphi_n^i) \quad (15)$$

故理论上仅需 2 个传感器就可实现振动信号的倍频的识别。

### 2.1 内插法的解析解法

对式(15)右边利用和差化积公式得

$$\begin{cases} \cos(\varphi_n^{i-1} + n_{EO} \Delta \alpha) = \\ \cos \varphi_n^{i-1} \cos(n_{EO} \Delta \alpha) - \sin \varphi_n^{i-1} \sin(n_{EO} \Delta \alpha) \\ \sin(\varphi_n^{i-1} + n_{EO} \Delta \alpha) = \\ \sin \varphi_n^{i-1} \cos(n_{EO} \Delta \alpha) + \cos \varphi_n^{i-1} \sin(n_{EO} \Delta \alpha) \end{cases} \quad (16)$$

故有

$$\begin{aligned} & 2 \cos(n_{EO} \Delta \alpha) (\eta^{i-1} \cos \varphi_n^i + \sin \varphi_n^i) = \\ & 2 \eta^{i-1} [\cos \varphi_n^{i-1} \cos^2(n_{EO} \Delta \alpha) - \\ & \sin \varphi_n^{i-1} \cos(n_{EO} \Delta \alpha) \sin(n_{EO} \Delta \alpha)] + \\ & 2 [\sin \varphi_n^{i-1} \cos^2(n_{EO} \Delta \alpha) + \\ & \cos \varphi_n^{i-1} \sin(n_{EO} \Delta \alpha) \cos(n_{EO} \Delta \alpha)] \end{aligned} \quad (17)$$

结合 2 倍角公式得

$$\begin{aligned} & 2 \cos(n_{EO} \Delta \alpha) (\eta^{i-1} \cos \varphi_n^i + \sin \varphi_n^i) = \\ & \eta^{i-1} [\cos \varphi_n^{i-1} (\cos(2n_{EO} \Delta \alpha) + 1) - \sin \varphi_n^{i-1} \sin(2n_{EO} \Delta \alpha)] + \\ & [\sin \varphi_n^{i-1} (\cos(2n_{EO} \Delta \alpha) + 1) + \cos \varphi_n^{i-1} \sin(2n_{EO} \Delta \alpha)] \end{aligned} \quad (18)$$

将式(18)代入式(14)右边并结合式(11)得

$$\begin{aligned} & H^{i-1} [\eta^{i-1} (\cos \varphi_n^{i-1} (\cos(2n_{EO} \Delta \alpha) + 1) - \\ & \sin \varphi_n^{i-1} \sin(2n_{EO} \Delta \alpha)) + (\sin \varphi_n^{i-1} (\cos(2n_{EO} \Delta \alpha) + 1) + \\ & \cos \varphi_n^{i-1} \sin(2n_{EO} \Delta \alpha))] = \\ & \cos(2n_{EO} \Delta \alpha) \tilde{x}_{i-1}(\Omega) + \tilde{x}_{i+1}(\Omega) + \\ & \sin(2n_{EO} \Delta \alpha) H^{i-1} (\eta^{i-1} \sin \varphi_n^{i-1} + \cos \varphi_n^{i-1}) \end{aligned} \quad (19)$$

将式(19)回代到式(15)并进行化简得

$$\begin{aligned} & \tilde{x}_{i+1} = \cos(2n_{EO} \Delta \alpha) \tilde{x}_{i-1} + \\ & \sin(2n_{EO} \Delta \alpha) H^{i-1} (-\eta^{i-1} \sin \varphi_n^{i-1} + \cos \varphi_n^{i-1}) \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)用矩阵形式表示为

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_{i+1} \\ \tilde{x}_{i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2n_{EO} \Delta \alpha) \\ \sin(2n_{EO} \Delta \alpha) \end{pmatrix} H^{i-1} (\eta^{i-1} \sin \varphi_n^{i-1} + \cos \varphi_n^{i-1}) \quad (21)$$

令  $b_1 = \cos(2n_{EO} \Delta \alpha)$ ， $b_2 = \sin(2n_{EO} \Delta \alpha)$ ，解出  $b_1$  并结合  $b_1 = \cos(2n_{EO} \Delta \alpha)$  可求解出  $n_{EO}$

$$n_{EO} = \frac{\arccos(b_1)}{2\Delta\alpha} \quad (22)$$

对式(22)所得结果进行取整，得到解析解法的

倍频结果。由于  $[0 + 2k\pi, \pi + 2k\pi] (k = 0, 1, \dots)$  区间上  $\arccos$  函数单调且连续, 同时  $\arccos$  函数求解结果默认为在  $[0, \pi]$  区间上的值, 由式(22)可知, 仅使用该方法所求倍频值的区间为  $[0, \pi / 2\Delta\alpha]$ , 试验台使用的安装角为  $2\Delta\alpha = \pi / 30$ , 故有效识别范围为  $n_{EO} \in [0, 30]$ 。

同时求解过程中可通过计算  $b = b_1^2 + b_2^2$  的值作为求解的精度, 依据三角函数性质, 若  $b$  越接近 1, 则结果越可靠。

## 2.2 内插法的数值解法

由第 2.1 节可知

$$\tilde{x}_i = H^{i-1}(\eta^{i-1} \cos(\varphi_n^{i-1} + \tilde{n}_{EO}\Delta\alpha) + \sin(\varphi_n^{i-1} + \tilde{n}_{EO}\Delta\alpha)) \quad (23)$$

其中假设  $\tilde{n}_{EO}$  为所求的倍频, 为在一定范围内的整数, 故可假设一系列  $\tilde{n}_{EO}$  值依次代入式(23)中, 此时  $\tilde{x}_i$  就变为已知量, 代入式(14)得

$$\tilde{x}_{i-1} + \tilde{x}_{i+1} = 2 \cos(n_{EO}\Delta\alpha) \tilde{x}_i \quad (24)$$

则此时所需求解的方程仅有  $a_1 = 2 \cos(n_{EO}\Delta\alpha)$  一个未知数, 故可轻易求解出  $a_1$ , 并使用式(25)进行  $n_{EO}$  的求解

$$n_{EO} = \frac{\arccos(a_1 / 2)}{\Delta\alpha} \quad (25)$$

对求解得到的  $n_{EO}$  与代入式(23)的值进行对比, 若  $n_{EO} \approx \tilde{n}_{EO}$ , 即  $\Delta_{EO} = n_{EO} - \tilde{n}_{EO} \approx 0$ , 则可认为所设的  $\tilde{n}_{EO}$  为所求倍频值。

此时, 求解范围为  $[0, \pi / \Delta\alpha]$ , 对于本文试验台使用的安装角为  $2\Delta\alpha = \pi / 30$ , 故有效识别范围为  $n_{EO} \in [0, 60]$  极大地扩张了求解范围。

## 2.3 虚拟传感器内插法解决方案

对式(18), 依据二倍角公式可改写为

$$n_{EO} = \frac{\arccos\left(\sqrt{\frac{b_1+1}{2}}\right)}{\Delta\alpha} \quad (26)$$

假设式(20)及式(21)中  $a_1, b_1$  求解结果存在一定的误差  $\Delta$ , 则有

$$n_{EO} = \frac{\arccos[(a_1 + \Delta) / 2]}{\Delta\alpha} = \frac{\arccos(a_1 / 2 + \Delta / 2)}{\Delta\alpha} \quad (27)$$

$$n_{EO} = \frac{\arccos\left[\sqrt{\frac{(b_1 + \Delta) + 1}{2}}\right]}{\Delta\alpha} \quad (28)$$

对比式(27)及式(28), 有

$$\sqrt{\frac{(b_1 + \Delta) + 1}{2}} \leq \sqrt{\frac{b_1 + 1}{2}} + \sqrt{\frac{\Delta}{2}} < \sqrt{\frac{b_1 + 1}{2}} + \frac{\Delta}{2} \quad (29)$$

故在相同条件下, 解析解法比数值解法的结果受误差干扰更小, 所得结果更稳定。综合上文可知:

解析解法更准确, 但有效范围相对较小, 而数值解法有效范围更大, 但抗干扰性弱于解析解法。

$\cos x$  的函数曲线如图 3 所示。

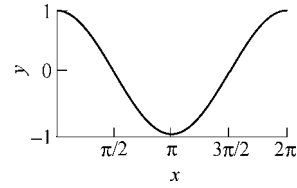


图 3  $\cos x$  在  $[0, 2\pi]$  上的图像

由图 3 可知其图像在  $[0, \pi]$  与  $[\pi, 2\pi]$  上是关于  $x = \pi$  镜像对称的, 故当  $2n_{EO}\Delta\alpha \in (\pi, 2\pi]$  也就是  $n_{EO} \in (30, 60]$  时, 使用解析解法也能解出结果, 但其结果应修正为

$$n_{EO} = \frac{\pi}{\Delta\alpha} - \frac{\arccos b_1}{2\Delta\alpha} \quad (30)$$

此时存在的  $n_{EO} \in (30, 60]$  还是  $n_{EO} \in (0, 30]$  的问题可由数值解法来解决, 即先使用解析解法求解, 分别使用式(22)及式(30)求得  $\tilde{n}_{EO}^1, \tilde{n}_{EO}^2$  (显然二者关系为  $\tilde{n}_{EO}^1 + \tilde{n}_{EO}^2 = \pi / \Delta\alpha$ ), 再将二者作为数值解法的  $\tilde{n}_{EO}$  代入式(23)求解, 通过比较式(25)所得  $n_{EO}$  与  $\tilde{n}_{EO}$  的差值即  $\Delta_{EO} = n_{EO} - \tilde{n}_{EO}$  来最终确定倍频值, 从而最大程度上确保结果的准确性及辨识范围。

具体实施框图如图 4 所示。

## 3 模拟仿真

利用文献[13-14]所述模拟仿真模型进行以上算法的验证。为保证求解精度, 采用同试验台相同的传感器布局, 4 支传感器均布, 安装夹角为  $2\Delta\alpha = \pi / 30 \text{ rad} = 6^\circ$ , 传感器安装及辨识方案示意图如图 5 所示。

对应于图 5 所示辨识方案, 采用解析解法的方程矩阵形式表示为

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_{\Omega_1,2} \\ \tilde{x}_{\Omega_1,3} \\ \tilde{x}_{\Omega_1,4} \\ \tilde{x}_{\Omega_2,2} \\ \vdots \\ \tilde{x}_{\Omega_R,2} \\ \tilde{x}_{\Omega_R,3} \\ \tilde{x}_{\Omega_R,4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_{\Omega_1,1} & H^{\Omega_1,1}(\eta^{\Omega_1,1} \sin \varphi_n^1 + \cos \varphi_n^1) \\ \tilde{x}_{\Omega_1,2} & H^{\Omega_1,2}(\eta^{\Omega_1,2} \sin \varphi_n^2 + \cos \varphi_n^2) \\ \tilde{x}_{\Omega_1,3} & H^{\Omega_1,3}(\eta^{\Omega_1,3} \sin \varphi_n^3 + \cos \varphi_n^3) \\ \tilde{x}_{\Omega_2,1} & H^{\Omega_2,1}(\eta^{\Omega_2,1} \sin \varphi_n^1 + \cos \varphi_n^1) \\ \vdots & \vdots \\ \tilde{x}_{\Omega_R,1} & H^{\Omega_R,1}(\eta^{\Omega_R,1} \sin \varphi_n^1 + \cos \varphi_n^1) \\ \tilde{x}_{\Omega_R,2} & H^{\Omega_R,2}(\eta^{\Omega_R,2} \sin \varphi_n^2 + \cos \varphi_n^2) \\ \tilde{x}_{\Omega_R,3} & H^{\Omega_R,3}(\eta^{\Omega_R,3} \sin \varphi_n^3 + \cos \varphi_n^3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \quad (31)$$

式中,  $\tilde{x}_{\Omega_R,i}$  为第  $i$  个实际传感器的 LM 拟合曲线在转速为  $\Omega_R$  下的拟合值, 其他参数对应的下标或上理。

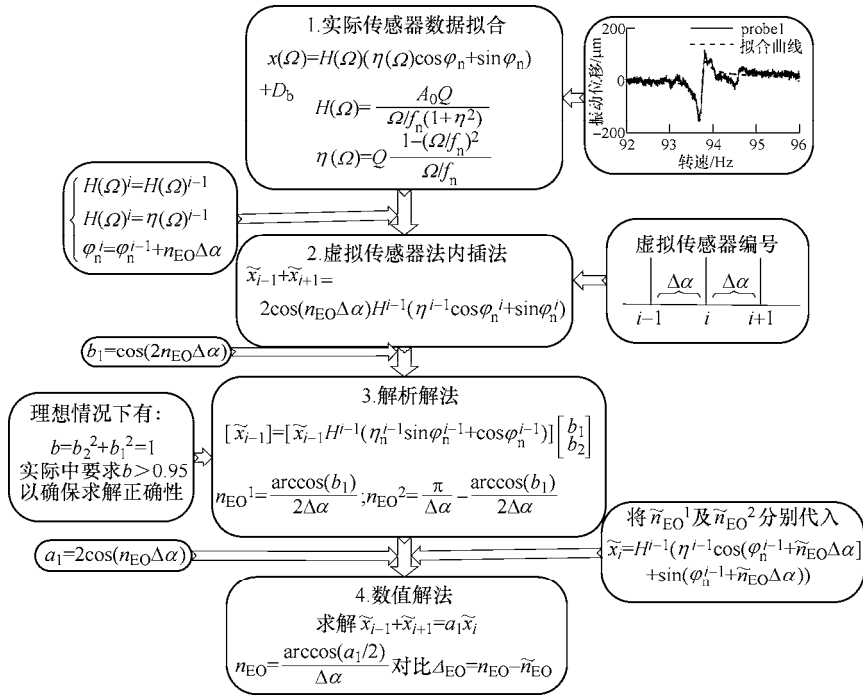
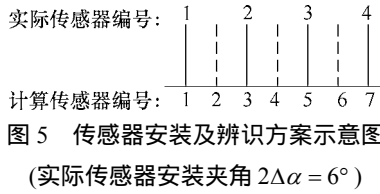


图 4 虚拟传感器内插法解决方案



采用数值解法对应的方程矩阵形式表示为

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_{\Omega_{1,1}} + \tilde{x}_{\Omega_{1,3}} \\ \tilde{x}_{\Omega_{1,3}} + \tilde{x}_{\Omega_{1,5}} \\ \tilde{x}_{\Omega_{1,5}} + \tilde{x}_{\Omega_{1,7}} \\ \tilde{x}_{\Omega_{2,1}} + \tilde{x}_{\Omega_{2,3}} \\ \vdots \\ \tilde{x}_{\Omega_{R,1}} + \tilde{x}_{\Omega_{R,3}} \\ \tilde{x}_{\Omega_{R,3}} + \tilde{x}_{\Omega_{R,5}} \\ \tilde{x}_{\Omega_{R,5}} + \tilde{x}_{\Omega_{R,7}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_{\Omega_{1,2}} \\ \tilde{x}_{\Omega_{1,4}} \\ \tilde{x}_{\Omega_{1,6}} \\ \tilde{x}_{\Omega_{2,2}} \\ \vdots \\ \tilde{x}_{\Omega_{R,2}} \\ \tilde{x}_{\Omega_{R,4}} \\ \tilde{x}_{\Omega_{R,6}} \end{pmatrix} (a_1) \quad (32)$$

式中,  $\tilde{x}_{\Omega_{R,i}}$  为第  $i$  个计算传感器的 LM 拟合曲线在转速为  $\Omega_R$  下的值。

对倍频值分别为 4, 17, 29, 30, 31, 43, 56 的振动信号分别进行模拟仿真及验证, 设置信噪比为 0.8<sup>[13]</sup>, 依据第 2.3 节所述辨识方案进行模拟仿真, 通过式(22)及式(30)求出解析解法结果  $\tilde{n}_{EO}^1$  及  $\tilde{n}_{EO}^2$ , 分别作为式(23)的  $\tilde{n}_{EO}$  代入式(24)进行数值法求解, 所得结果及余差  $\Delta_{EO} = n_{EO} - \tilde{n}_{EO}$ , 如表 1 所示。

表 1 所示结果显示, 所设倍频使用解析法得到的两个值在作为假设值代入数值解法中所得倍频值与代入值的余差有明显的区别, 即当所代入的  $\tilde{n}_{EO}$

表 1 内插法模拟仿真辨识结果

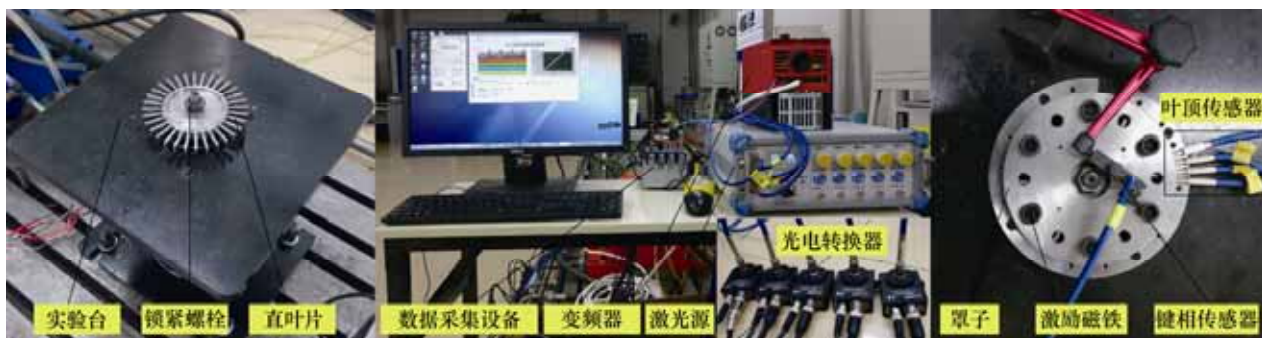
模拟设置值	解析解法 结果取整		数值解法辨识 余差 $\Delta_{EO}$		辨识 结果
	$\tilde{n}_{EO}^1$	$\tilde{n}_{EO}^2$	$\tilde{n}_{EO}^1$	$\tilde{n}_{EO}^2$	
4	4	56	0.291 0	8.011 0	4
17	17	43	0.315 9	19.560 0	17
29	29	31	0.145 1	1.848 0	29
30	30	30	0.021 5	0.021 5	30
31	29	31	1.890 0	0.108 8	31
43	17	43	18.790 0	0.184 5	43
56	4	56	6.448 0	0.246 2	56

为真实倍频值时, 余差  $\Delta_{EO}$  十分接近于零, 而非真实倍频值时所得余差较大, 往往是真实倍频值处的 10 倍以上, 即使在解析法的辨识边界, 也能够将真实倍频与其关于 30 镜像对称的值很明显地区分出来。仿真结果表明, 本文所述方法在对含有噪声的叶尖振动信号的振动倍频的识别是有效的, 且具有极高的准确性。

## 4 试验验证及分析讨论

### 4.1 试验台

本文试验验证所用试验台为北京化工大学高端机械装备健康监控与自愈化北京市重点实验室自主开发设计的高速转子叶片振动监测试验台及整套监测系统, 试验台介绍在文献[11, 13]中有详细介绍, 此处不做赘述。

图 6 高速直叶片试验台和测试系统<sup>[11, 13]</sup>

## 4.2 试验结果及分析

试验中, 试验台周向均布安装 6 个磁铁激励, 分析的运转转频范围为 45 ~ 130 Hz, 扫频过程中升速速率为 2 Hz/s。

通过四个叶顶传感器监测的 10 号叶片振动位移随转频的变化情况如图 7 所示。

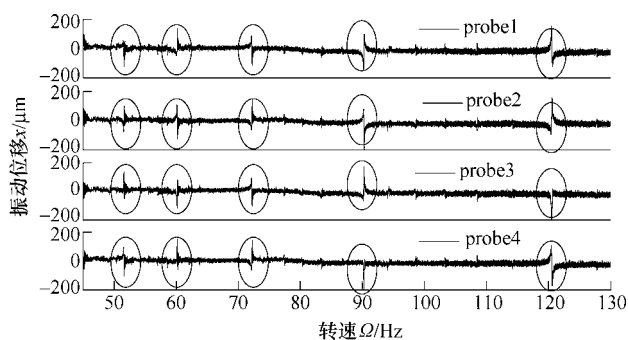


图 7 10 号叶片在各个传感器下的响应曲线

对图中椭圆圈所标注出的共振区间采用本文所述解决方案进行分析, 结果如表 2 所示。

表 2 内插法试验数据辨识结果

振动中心 频率 /Hz	解析法 结果		数值法 余差 $\Delta_{E0}$		辨识 结果 $n_{E0}$	固有 频率 /Hz
	$\tilde{n}_{E0}^1$	$\tilde{n}_{E0}^2$	$\tilde{n}_{E0}^1$	$\tilde{n}_{E0}^2$		
51.562 0	18	42	15.38	0.173 3	42	216 5.604
60.144 7	24	36	10.86	0.061 2	36	216 5.2092
72.205 4	30	30	0.25	0.250 0	30	216 6.162
90.260 9	24	36	1.196	9.451 0	24	216 6.2616
120.537 0	18	42	0.907 7	15.350	18	216 9.666

依据表 2 绘制坎贝尔图(图 8)。

结合表 2 及依据辨识结果绘制的叶片在该工况下的坎贝尔图可知, 振动倍频的求解是正确的, 采用本文所述的结合解析解法与数值解法的虚拟传感器内插法解决方案能准确地辨识旋转叶片同步振动的倍频值, 与模拟仿真结果一致, 同时注意到数值解法在 24 倍频及 18 倍频的求解余差  $\Delta_{E0}$  相对较大, 但由于其与代入  $\tilde{n}_{E0}^2$  时所得余差相差明显, 故而并

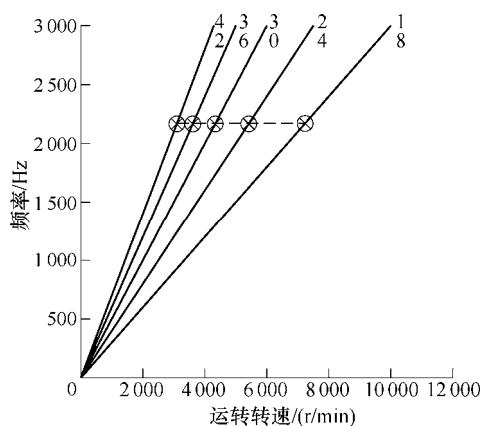


图 8 试验台坎贝尔图

不影响最终倍频值的确定, 显示出该方法所具有的稳定性及抗干扰性。

## 5 结论

本文通过理论推导, 给出了基于虚拟传感器内插法的旋转态叶片高倍频信号重构及辨识方法的理论基础及两种对应的求解方法即解析解法和数值解法, 通过误差分析及理论分析确定了该方法应用于高噪声高误差条件下的解决方案, 并通过模拟仿真及试验台试验, 验证了该解决方案的有效性及其可靠性。结果表明该方法能有效且精确识别高倍频振动信号, 提高了固定传感器安装夹角下的转子叶片同步振动倍频辨识的范围及精度, 将安装夹角为  $6^\circ$  时的辨识范围由先前研究<sup>[9-10]</sup>的 1 ~ 30 提高到了 1 ~ 60。可用于解决航空发动机等单级叶片众多的叶片参数识别及振动信号还原重构上, 具有极高的应用价值。

## 参 考 文 献

- [1] 张玉贵, 段发阶, 方志强, 等. 基于叶尖定时的非接触式旋转叶片异步振动分析[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 147-150.  
ZHANG Yugui, DUAN Fajie, FANG Zhiqiang, et al.

- Analysis of non-contact asynchronous vibration of rotating blades based on tip-timing[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 147-150.
- [2] 萨勃洛斯基. 涡轮机叶片振动的非接触测量[M]. 北京: 国防工业出版社, 1986.
- ЗАБЛОЦКИЙ ИЕ. The non-contact vibration measurement of turbine[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1986.
- [3] 欧阳涛, 段发阶, 闫明, 等. 双参数法辨识叶片同步振动的研究[J]. 传感器与微系统, 2010, 29(3): 42-45.
- OUYANG Tao, DUAN Fajie, YAN Ming, et al. Research on identifying synchronous blade vibration using two-parameter-plot method[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2010, 29(3): 42-45.
- [4] CARRINGTON, IAN B. Development of blade tip timing data analysis techniques[J]. Journal of Dental Education, 2002, 47(2): 947-951.
- [5] GALLEGOGARRIDO J, DIMITRIADIS G, WRIGHT J R. A class of methods for the analysis of blade tip timing data from bladed assemblies undergoing simultaneous resonances — Part I: Theoretical development[J]. International Journal of Rotating Machinery, 2007(591): 981-1077.
- [6] 郭浩天, 段发阶, 汪猛. 基于叶尖定时单参数法的叶片共振倍频数辨识[J]. 天津大学学报, 2016, 49(9): 951-955.
- GUO Haotian, DUAN Fajie, WANG Meng. Engine order identification based on blade tip-timing single parameter method[J]. Journal of Tianjin University, 2016, 49(9): 951-955.
- [7] 欧阳涛, 郭文力, 段发阶, 等. 基于叶尖定时的旋转叶片同步振动辨识新方法[J]. 振动与冲击, 2011, 30(8): 249-252.
- OUYANG Tao, GUO Wenli, DUAN Fajie, et al. A new method for identifying rotating blades synchronous vibration based on tip-timing [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(8): 249-252.
- [8] 李孟麟, 段发阶, 欧阳涛, 等. 基于叶尖定时的旋转机械叶片振动信号重建[J]. 机械工程学报, 2011, 47(13): 98-103.
- LI Menglin, DUAN Fajie, OUYANG Tao, et al. Reconstruction of the blade vibration signal from rotating machinery based on blade tip-timing measurement[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(13): 98-103.
- [9] 王维民, 任三群, 陈立芳, 等. 涡轮机叶片同步振动参数辨识方法研究(建模仿真)[J]. 振动与冲击, 2017, 36(17): 120-126.
- WANG Weimin, REN Sanqun, CHEN Lifang, et al. Investigation on the method of blade synchronous vibration parameter identification (simulation)[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(17): 120-126.
- [10] 王维民, 任三群, 陈立芳, 等. 涡轮机叶片同步振动参数辨识方法研究(实验研究)[J]. 振动与冲击, 2017, 36(17): 127-133.
- WANG Weimin, REN Sanqun, CHEN Lifang, et al. Investigation on the method of blade synchronous vibration parameter identification (experimental)[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(17): 127-133.
- [11] WANG W, REN S, HUANG S, et al. New step to improve the accuracy of blade synchronous vibration parameters identification based on combination of GARIV and LM algorithm[C]// ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. American Society of Mechanical Engineers, June 26-30, 2017, Charlotte, North Carolina, USA, 2017: V07BT35A017.
- [12] 王维民, 任三群, 陈立芳, 等. 基于键相插值法的叶片振动测量研究[J]. 振动、测试与诊断, 2017, 37(2): 361-365.
- WANG Weimin, REN Sanqun, CHEN Lifang, et al. The blade vibration measurement research based on the key phase interpolation method (KPIM)[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017, 37(2): 361-365.
- [13] 任三群. 基于数据融合的涡轮机叶片振动测量方法研究[D]. 北京: 北京化工大学, 2017.
- REN Sanqun. Investigation on method of turbine blade vibration measurement based on data fusion method[D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2017.
- [14] 张娅, 陈康, 王维民, 等. 叶片裂纹故障早期监测预警方法研究[J]. 风机技术, 2017, 59(4): 45-50.
- ZHANG Ya, CHEN Kang, WANG Weimin, et al. Early monitoring and warning method for crack faults in blades[J]. Compressor, Blower & Fan Technology, 2017, 59(4): 45-50.
- [15] RIGOSI G, BATTIATO G, BERRUTI T M. Synchronous vibration parameters identification by tip timing measurements[J]. Mechanics Research Communications, 2017, 79: 7-14.
- [16] KHARYTON V, DIMITRIADIS G, DEFISE C, et al. A discussion on the advancement of blade tip timing data

processing[C]// ASME Turbo Expo 2017 :  
Turbomachinery Technical Conference and Exposition.  
American Society of Mechanical Engineers , June 26-30 ,  
2017 , Charlotte , North Carolina , USA. 2017 :  
V07BT35A002.

---

作者简介:陈康,男,1995 年出生。主要研究方向为涡轮叶片振动辨识及重构算法。

E-mail: chen kang\_1995@foxmail.com

王维民(通信作者),男,1978 年出生,博士,教授,博士研究生导师。主要研究方向为旋转机械动力学及故障诊断。

E-mail: wwmbuct@163.com