DOI: 10.3901/JME.2019.18.125

基于非线性 Drive-shaft 模型的车辆传动系 扭振稳定性分析*

何 仁 韩清振

(江苏大学汽车与交通工程学院 镇江 212013)

摘要: 在车辆传动系统 Drive-shaft 模型的基础上通过引入非线性刚度和非线性阻尼,探究非线性项对传动系统扭振行为及其稳定性的影响。采用试验方法验证非线性项的存在性。建立考虑非线性刚度和非线性阻尼的传动系统 Drive-shaft 模型,采用 Lagrange 方法建立相应的当量化模型,采用分岔理论获得恒定激励下导致 Drive-shaft 模型稳定性发生改变的 fold 和 Hopf 分岔条件。采用多尺度方法得到 Drive-shaft 模型发生共振时的平均方程和幅频响应方程,进而采用分岔理论获得导致共振曲线失稳的 fold 和 Hopf 分岔条件。仿真分析非线性项对共振稳定性的影响,结果表明非线性阻尼的存在可能会引起 Hopf 分岔进而改变共振响应曲线的稳定性,非线性刚度的存在可能会引起 fold 分岔进而改变共振响应曲线的稳定性,同时避免 Hopf 和 Fold 分岔的发生可保证共振响应曲线的稳定性。

关键词: 传动系; Drive-shaft; 非线性; 稳定性; 分岔

中图分类号: U463

Stability Analysis of Torsional Vibration of Vehicle Powertrain Based on the Nonlinear Drive-shaft Model

HE Ren HAN Qingzhen

(School of Automotive and Traffic Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013)

Abstract: The influence of the nonlinear terms on the torsional dynamics of the powertrain is studied by adding nonlinear stiffness and nonlinear damping on the traditional linear Drive-shaft model of the powertrain. The existence of the nonlinear stiffness is verified by experimental method. Based on the nonlinear Drive-shaft model, the quantified model is obtained by using Lagrange method. The stability condition and bifurcation condition, fold bifurcation and Hopf bifurcation, of the torsional vibration system with constant excitation are deduced. The averaged equations and the amplitude-frequency response equation of the torsional vibration system during resonance are obtained by using the method of multi-scale. The stability condition and the bifurcation condition, fold bifurcation and Hopf bifurcation, of the resonance curve of the torsional vibration system are also deduced by using bifurcation theories. The influence of the nonlinear stiffness and nonlinear damping on the torsional dynamics are studied by simulation. It is shown that the nonlinear damping coefficient can lead to Hopf bifurcation which can cause instability of the resonance response, and the nonlinear stiffness coefficient can lead to fold bifurcation which can also cause instability of the resonance response. It is also shown that the instability of the resonance response can be suppressed by avoiding the occurrence of fold and Hopf bifurcation.

Key words: powertrain; Drive-shaft; nonlinear; stability; bifurcation

0 前言

半轴是车辆传动系统的重要组成部分,由于变速器(或电机减速器)和主减速器的减速增扭作用,来自发动机或电动机的转矩将会被放大之后作用在

驱动轴上,半轴受到的转矩要比传动系统的其他部件高出数倍,是传动系统中主要的扭振部分之一^[1]。因此,研究半轴的扭转振动稳定性对于确保整个传动系统的可靠性有着重要作用^[2],迫切需要选用涵盖半轴柔性特征的传动系统模型研究相关的扭振稳定性。

在诸多的传动系统模型当中,Drive-shaft 模型是一种涵盖半轴柔性性质的简单模型,该模型中包含了半轴的刚度和阻尼特性以及变速器和主减速器

* 国家自然科学基金(51275212)、江苏省高校自然科学研究重大(13KJA580001)和 2016 年度江苏省普通高校研究生科研创新计划(KYZZ16_0332)资助项目。20180627 收到初稿,20190120 收到修改稿

的传动比等,是一种传动系统的简单模型,也可称之为二惯量驱动模型。

在诸多的传动系统模型之中,二惯量模型为虽然为最为基础的一种简化模型,但是在传动系统相关特性的分析和控制方面依然得到应用。如 Pettersson 等以驱动轴连接两个惯量(其中一个为发动机、离合器和变速器的转动惯量的等效惯量,另一个为车轮和整车的等效转动惯量),将传动系统简化为 Drive-shaft 模型^[3]。BERRIRI 等忽略了变速箱、传动轴等零部件的转动惯量,将车辆传动系统简化为 Drive-shaft 模型,简化后两端的惯量分别为车体的等效惯量和飞轮的转动惯量。简化后连接轴的刚度为离合器、传动轴、齿轮箱和轮胎的等效刚度之和^[4]。BAUMANN 等将传统内燃机汽车的传动系统简化为 Drive-shaft 模型,其中一端的惯量为发动机转动惯量、变速器转动惯量和主减速器转动惯量三者之和,另一端的惯量为整车和车轮的等效惯量^[5]。傅洪等将电机和变速器简化为一个等效惯量,车体简化为一个等效惯量,最终将电机变速器集成驱动型电动汽车简化为 Drive-shaft 模型^[6]。在混合动力电动汽车动力传动系统的相关研究过程中,为了便于研究,学者们也将其简化为 Drive-shaft 模型^[7]。通过以上文献分析可以发现,传统的 Drive-shaft 模型是以驱动轴连接两个惯量,两个惯量分别表示驱动端和负载端相关零部件等的转动惯量,该模型能够充分体现半轴的柔性特性。因此,可用于分析包含半轴扭振特性的传动系统扭振稳定性。

同时,传统的 Drive-shaft 模型为线性模型,即在简化过程中,采用线性刚度和线性阻尼代表中间连接轴(或半轴)的刚度和阻尼,但是实际轴系为对称性弹性元件,存在材料非线性和结构非线性等非线性因素^[8-9]。针对传动系统非线性问题目前学者们主要围绕齿轮非线性和轴承非线性等问题展开研究^[10-12]。关于动力传动系统的非线性扭振的研究主要集中在曲轴和曲轴减振器等部件,如 TALEBITOOTI 等通过建立有限元模型计算了发动机曲轴在受到不同扭矩时的扭转角,并应用一次和二次方刚度项拟合了曲轴的刚度,获得了二次方刚度项的系数^[13]。El-BASSIOUNY 等建立了具有二次和三次刚度系数的阻尼器,研究了非线性系数对曲轴振荡行为的影响和稳定性问题^[14]。但是目前针对由于半轴非线性导致的相关扭振问题则鲜有研究,故有必要基于突出半轴非线性项的传动系统模型,开展扭振问题的研究。

对称性弹性轴的非线性特性可以用线性和三次非线性项近似表达^[13,15],同时,在工程实践当中,

对于传动轴的非线性因素也采用线性项和三次非线性项之和近似表达^[16]。

综上,本文将在传统 Drive-shaft 模型的基础上,引入半轴的非线性刚度和非线性阻尼,研究非线性项对传动系统扭振稳定性的影响。

1 半轴非线性刚度存在性验证

为了证明半轴非线性刚度的存在性,将半轴加工成标准试件,并采用 MTS809 测试半轴的刚度,如图 1。试验中记录扭转角与加载扭矩的对应关系,并采用最小二乘法拟合,所选拟合函数

$$T = k_1 \Delta\theta + k_3 (\Delta\theta)^3$$

图 1 半轴刚度测试

通过拟合,由图 2 可知,其线性及非线性刚度分别为 $11 \text{ kN} \cdot \text{m/rad}$ 、 $-119.6 \text{ N} \cdot \text{m/rad}^3$ 。可见实际半轴存在非线性刚度项,但是相比于线性刚度,其值要小很多,其非线性刚度仅为线性刚度的 1.087%。

图 2 半轴刚度拟合曲线

与线性刚度和非线性刚度类似,阻尼也存在线

性项和非线性项, 但是阻尼相对复杂, 难以测量, 故本文将在假设非线性阻尼存在的基础上, 研究半轴刚度项和阻尼项对车辆传动系统扭振稳定性的影响。

2 Drive-shaft 扭振模型建模

忽略齿轮和驱动轴等部件的惯量, 考虑半轴柔性的车辆传动系统 Drive-shaft 模型简图如图3所示。图中 J_m 为飞轮的转动惯量, J'_L 为车轮及整车等效到车轮上的转动惯量。 ϕ_m 、 ϕ'_L 分别为飞轮及车轮转角, T_m 、 T'_L 分别为发动机驱动转矩和车辆负载转矩, f_k 为半轴的刚度函数, 包含了线性刚度和三次非线性刚度, f_c 为半轴的阻尼函数, 包含了线性阻尼和三次非线性阻尼, i_0 和 i_1 分别为变速器和主减速器的速比。

图3 传动系统 Drive-shaft 模型简图

假设传动系统为连续系统, 即不考虑齿轮间隙等因素, 将传动系统中与飞轮旋转速度不同的部件参数转换成当量参数。 J_m 为飞轮转动惯量, J_L 为当量化后轮胎的转动惯量与整车等效到轮胎上的转动惯量之和。 T_m 、 T_L 分别为发动机输出转矩和当量化负载转矩, ϕ_m 、 ϕ_L 分别为发动机飞轮转角和当量化后负载转角。

扭振系统的动能

$$E = \frac{1}{2} J_m \dot{\phi}_m^2 + \frac{1}{2} J'_L \dot{\phi}_L'^2 = \frac{1}{2} J_m \dot{\phi}_m^2 + \frac{1}{2} \frac{J'_L}{i_0^2 i_1^2} \dot{\phi}_L^2 = \frac{1}{2} J_m \dot{\phi}_m^2 + \frac{1}{2} J_L \dot{\phi}_L^2 \quad (1)$$

扭振系统的势能

$$U = \frac{1}{2} k'_1 \left(\frac{1}{i_0 i_1} \phi_m - \phi'_L \right)^2 + \frac{1}{4} k'_3 \left(\frac{1}{i_0 i_1} \phi_m - \phi'_L \right)^4 = \frac{1}{2} \frac{k'}{i_0^2 i_1^2} (\phi_m - i_0 i_1 \phi'_L)^2 + \frac{1}{4} \frac{k'_3}{i_0^4 i_1^4} (\phi_m - i_0 i_1 \phi'_L)^4 = \frac{1}{2} k_1 (\phi_m - \phi_L)^2 + \frac{1}{4} k_3 (\phi_m - \phi_L)^4 \quad (2)$$

广义力为

$$Q_i = F_i^{(j)} \frac{\partial \phi_i}{\partial q_r} \quad (3)$$

式中, $F_i^{(j)} = F_i + F_i^C$, F_i 为广义外力, F_i^C 为广义阻尼力, q_r 为广义坐标, 下角标 r 为 m 或 L 。

$$\begin{aligned} F_1^C &= c'_1 \left(\dot{\phi}'_L - \frac{1}{i_0 i_1} \dot{\phi}_m \right) + c'_3 \left(\dot{\phi}'_L - \frac{1}{i_0 i_1} \dot{\phi}_m \right)^3 = \\ &= \frac{c'_1}{i_0 i_1} (\dot{\phi}_L - \dot{\phi}_m) + \frac{c'_3}{i_0^3 i_1^3} (\dot{\phi}_L - \dot{\phi}_m)^3 = \\ &= c_1 (\dot{\phi}_L - \dot{\phi}_m) - c_3 (\dot{\phi}_L - \dot{\phi}_m)^3 \\ F_2^C &= c'_1 \left(\frac{1}{i_0 i_1} \dot{\phi}_m - \dot{\phi}'_L \right) + c'_3 \left(\frac{1}{i_0 i_1} \dot{\phi}_m - \dot{\phi}'_L \right)^3 = \\ &= \frac{c'_1}{i_0 i_1} (\dot{\phi}_m - \dot{\phi}_L) + \frac{c'_3}{i_0^3 i_1^3} (\dot{\phi}_m - \dot{\phi}_L)^3 = \\ &= c_1 (\dot{\phi}_m - \dot{\phi}_L) + c_3 (\dot{\phi}_m - \dot{\phi}_L)^3 \end{aligned}$$

将式(1)~(3)代入具有耗散项的 Lagrange 方程

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial L}{\partial q_r} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_r} = Q_r$$

可得

$$J_m \ddot{\phi}_m + c_1 (\dot{\phi}_m - \dot{\phi}_L) + c_3 (\dot{\phi}_m - \dot{\phi}_L)^3 + k_1 (\phi_m - \phi_L) + k_3 (\phi_m - \phi_L)^3 = T_m \quad (4)$$

$$J_L \ddot{\phi}_L - c_1 (\dot{\phi}_m - \dot{\phi}_L) - c_3 (\dot{\phi}_m - \dot{\phi}_L)^3 - k_1 (\phi_m - \phi_L) - k_3 (\phi_m - \phi_L)^3 = T_L \quad (5)$$

为研究系统的扭振行为, 令式(4)乘上 $\frac{1}{J_m}$, 式

(5)乘上 $\frac{1}{J_L}$, 并令两式相减可得如下扭振系统模型

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + ax^3 + bx + d\dot{x}^3 = F \quad (6)$$

式中, $x = \phi_m - \phi_L$, $\omega_0^2 = \frac{J_m + J_L}{J_m J_L} k_1$, $a = \frac{J_m + J_L}{J_m J_L} k_3$, $b = \frac{J_m + J_L}{J_m J_L} c_1$, $d = \frac{J_m + J_L}{J_m J_L} c_3$, $F = \frac{1}{J_m J_L} (J_L T_m - J_m T_L)$ 。

3 稳定性及分岔行为分析

3.1 F 为定值时的稳定性及分岔

当扭转振动系统受到的激振扭矩为恒定值, 即 F 为定值时, 令 $y = \dot{x}$, 则式(6)可以写为状态空间形式为

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x - ax^3 - by - dy^3 + F \end{cases} \quad (7)$$

令 $\dot{x} = 0$, $\dot{y} = 0$ 可得式(7)的平衡点可以表示为 $(x_0, 0)$, 且 x_0 满足

$$-ax_0^3 - \omega_0^2 x_0 + F = 0 \quad (8)$$

平衡点处 Jacobian 矩阵

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 - 3ax_0^2 & -b - 3dy_0^2 \end{pmatrix}$$

平衡点处的特征方程为

$$\lambda^2 + b\lambda + \omega_0^2 + 3ax_0^2 = 0$$

相应的特征根为

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}b \pm \frac{1}{2}\sqrt{b^2 - 4\omega_0^2 - 12ax_0^2}$$

当 $b > 0$ 且 $\omega_0^2 + 3ax_0^2 > 0$ 时, 式(7)的平衡点为稳定平衡点。若平衡点失稳, 则将会产生不同形式的分岔。在诸多分岔中, fold 和 Hopf 分岔是常见的两种。

引理^[17]实系数一元三次方程 $y^3 + py + q = 0$, 有判别式 $\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$, 则有

- (1) 当 $\Delta < 0$ 时, 有 3 个不同的实根。
 - (2) 当 $\Delta = 0$ 时, 有 3 个实根, 且有重根。
 - (3) 当 $\Delta > 0$ 时, 只有 1 个实根和 1 对共轭复根。
- 根据引理, 对于式(8), 有

$$\Delta = \frac{1}{a^2} \left(\frac{F^2}{4} + \frac{\omega_0^6}{27a} \right)$$

当 $\Delta > 0$ 时, 一元三次方程有一个实根, 当 $\Delta < 0$ 时, 一元三次方程会出现三个不同的实根, 可见在临界条件 $\Delta = 0$ 时会产生分岔, 导致平衡点的数量发生了变化。若发生 fold 分岔, 则在平衡点处对应的特征方程存在零根, 进而可得

$$\begin{cases} \omega_0^2 + 3ax_0^2 = 0 \\ F^2/4 + \omega_0^6/27a = 0 \end{cases}$$

可见, 当出现负的非线性刚度时, 可能会出现 fold 分岔行为。在这种情形系将会产生两个无实际意义的平衡态, 这种平衡态可能会引起跳跃、混沌振荡等不稳定行为的发生。

当平衡点对应特征方程有一对纯虚根出现时, 平衡点可能因为 Hopf 分岔失稳, 结合特征方程和式(8)可知, 平衡点发生 Hopf 分岔的必要条件为

$$\begin{cases} b = 0 \\ b^2 - 4\omega_0^2 - 12ax_0^2 < 0 \\ -ax_0^3 - \omega_0^2x_0 + F = 0 \end{cases}$$

可见, 当代表线性阻尼的系数为零时, 平衡点才会发生 Hopf 分岔。

综上所述, 当 F 为固定值时, 发生分岔的条件比较苛刻。考虑 $F = 0$ 的情形, 则式(7)仅有一个具有实际意义的稳定平衡点(0,0), 可以保证运动的

稳定性。

3.2 共振响应稳定性及其分岔

当作用于扭振系统上的扭矩为时变激励时, 假设 F 仅包含扰动部分, 即令 $F = f_1 \cos \omega t$, 则式(6)变为

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + ax^3 + b\dot{x} + d\dot{x}^3 = f_1 \cos \omega t \quad (9)$$

为了分析扭振系统的共振行为, 令 $a = \varepsilon \alpha$, $b = \varepsilon \beta$, $d = \varepsilon \gamma$, 为使外激励力出现在摄动方程中, 设 $f_1 = \varepsilon f$, 则式(9)化为

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -\varepsilon(\alpha x^3 + \beta \dot{x} + \gamma \dot{x}^3 - f \cos \omega t)$$

采用多尺度法可得共振情形下极坐标形式的平均方程为

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= -\frac{1}{2}\beta\rho - \frac{3}{8}\gamma\omega_0^2\rho^3 + \frac{1}{2}\frac{f}{\omega_0}\sin\eta \\ \rho\dot{\eta} &= \rho\sigma - \frac{3}{8}\frac{\alpha\rho^3}{\omega_0} + \frac{1}{2}\frac{f}{\omega_0}\cos\eta \end{aligned} \quad (10)$$

当 $\dot{\rho} = \dot{\eta} = 0$ 时, 可以得到频响方程为

$$\left(\frac{1}{2}\beta\rho + \frac{3}{8}\gamma\omega_0^2\rho^3 \right)^2 + \left(\rho\sigma - \frac{3}{8}\frac{\alpha\rho^3}{\omega_0} \right)^2 = \frac{1}{4}\frac{f^2}{\omega_0^2} \quad (11)$$

为了分析非线性参数变换时共振曲线的稳定性及分岔行为, 令

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \quad \eta = \eta_0 + \eta_1$$

式中 ρ_0 、 η_0 为平衡点, ρ_1 、 η_1 为小扰动量。将 ρ 、 η 的表达式代入方程式(11)并保留 ρ 、 η 的线性部分得到

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_1 &= -\frac{1}{2}\beta\rho_1 - \frac{9}{8}\gamma\omega_0^2\rho_0^2\rho_1 - \rho_0\sigma\eta_1 + \frac{3}{8}\frac{\alpha\rho_0^3}{\omega_0}\eta_1 \\ \dot{\eta}_1 &= \frac{\sigma}{\rho_0}\rho_1 - \frac{9}{8}\frac{\alpha\rho_0}{\omega_0}\rho_1 - \frac{1}{2}\beta\eta_1 - \frac{3}{8}\gamma\omega_0^2\rho_0^2\eta_1 \end{aligned}$$

对应的特征方程为

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0$$

式中 $a_1 = \frac{1}{2}\beta + \frac{1}{2}\beta\rho_0 + \frac{3}{2}\gamma\omega_0^2\rho_0^2$;

$$a_2 = \frac{1}{4}\beta^2\rho_0 + \frac{3}{16}\beta\gamma\rho_0^3\omega_0^2 -$$

$$\begin{aligned} &\frac{3}{8}\frac{\alpha\sigma\rho_0^2}{\omega_0} + \frac{9}{16}\gamma\beta\rho_0^2\omega_0^2 + \\ &\frac{27}{64}\gamma^2\rho_0^4\omega_0^4 - \frac{9}{8}\frac{\sigma\alpha\eta_0\rho_0^2}{\omega_0} + \\ &\frac{27}{64}\frac{\alpha^2\rho_0^4}{\omega_0^2} + \eta_0\sigma^2. \end{aligned}$$

平衡点稳定的条件为

$$\frac{1}{2}\beta + \frac{1}{2}\beta\rho_0 + \frac{3}{2}\gamma\omega_0^2\rho_0^2 > 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4}\beta^2\rho_0 + \frac{3}{16}\beta\gamma\rho_0^3\omega_0^2 - \frac{3}{8}\frac{\alpha\sigma\rho_0^2}{\omega_0} + \\ & \frac{9}{16}\gamma\beta\rho_0^2\omega_0^2 + \frac{27}{64}\gamma^2\rho_0^4\omega_0^4 - \\ & \frac{9}{8}\frac{\sigma\alpha\eta_0\rho_0^2}{\omega_0} + \frac{27}{64}\frac{\alpha^2\rho_0^4}{\omega_0^2} + \eta_0\sigma^2 > 0 \end{aligned}$$

当平衡点产生 fold 分岔时, 对应特征方程将有零根出现, 平衡点发生 fold 分岔时必须满足

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4}\beta^2\rho_0 + \frac{3}{16}\beta\gamma\rho_0^3\omega_0^2 - \frac{3}{8}\frac{\alpha\sigma\rho_0^2}{\omega_0} + \\ & \frac{9}{16}\gamma\beta\rho_0^2\omega_0^2 + \frac{27}{64}\gamma^2\rho_0^4\omega_0^4 - \\ & \frac{9}{8}\frac{\sigma\alpha\eta_0\rho_0^2}{\omega_0} + \frac{27}{64}\frac{\alpha^2\rho_0^4}{\omega_0^2} + \eta_0\sigma^2 = 0 \end{aligned}$$

由 Hopf 分岔定理, 当系统发生 Hopf 分岔时必须满足

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4}\beta^2 + \frac{1}{2}\beta^2\rho_0 + \frac{3}{2}\beta\gamma\omega_0^2\rho_0^2 + \frac{1}{4}\beta^2\rho_0^2 + \\ & \frac{3}{2}\beta\gamma\rho_0^3\omega_0^2 + \frac{9}{4}\gamma^2\rho_0^4\omega_0^4 - \beta^2\rho_0 - \frac{3}{4}\beta\gamma\rho_0^3\omega_0^2 + \\ & \frac{3}{2}\frac{\alpha\sigma\rho_0^2}{\omega_0} - \frac{9}{4}\gamma\beta\rho_0^2\omega_0^2 - \frac{27}{24}\gamma^2\rho_0^4\omega_0^4 + \\ & \frac{9}{2}\frac{\sigma\alpha\eta_0\rho_0^2}{\omega_0} - \frac{27}{24}\frac{\alpha^2\rho_0^4}{\omega_0^2} - 4\eta_0\sigma^2 < 0 \end{aligned}$$

4 仿真分析

为了仿真分析, 选用某客车的参数如下, $J_m=2.9 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_L=81.6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $k'=11.5 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad}$, $c'=2.4 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$, 变速器传动比分别为 $i_1=5.82, 3.23, 1.79, 1$, 主减速器传动比 $i_0=4.875$ 。仿真过程中令 $i_1=1.79$, 通过选取不同的非线性参数获得不同的结果。

4.1 非线性刚度对共振行为的影响

图 4 中给出了非线性刚度系数和线性刚度的比值分别为 -1, -0.5, 0, 0.5, 1 时的共振响应曲线, 图中

图 4 不同非线性刚度下的共振曲线

实线表示稳定, 虚线表示不稳定。由图 4 可知, 当非线性刚度存在时共振响应曲线将发生弯曲, 同时 fold 分岔会导致共振曲线的稳定性发生变化。为了寻找 fold 分岔的边界, 图 5 中针对正非线性刚度情形绘制了 fold 分岔的参数条件, 由图可知, 当参数 $\alpha < 1.862$ 时, 不会存在 fold 分岔点, 即共振曲线不会发生因 fold 分岔导致的失稳。

图 5 参数 α 对 fold 分岔的影响

4.2 非线性阻尼对共振行为的影响

图 6 中给出了取不同非线性阻尼时的共振响应曲线, 图中实线表示稳定, 虚线表示不稳定, 由图可见, 相比于非线性阻尼为零的情形, 正的非线性阻尼有利于降低共振响应曲线的峰值, 负的非线性阻尼则相反。其原因在于阻尼为正则消耗能量, 阻尼为负则会向系统输入能量。负的非线性阻尼还会引起 Hopf 分岔的发生, 进而改变共振曲线的稳定性。为了寻找 Hopf 分岔发生的条件, 图 7 中采用数值延拓法获得了发生 Hopf 分岔的参数范围, 可见为了保证共振曲线的稳定性, 应将系数限定在大于 -0.000 155 的范围内。

图 6 不同非线性阻尼下的共振曲线

以上为变速器传动比为 1.79 时的扭振系统稳定性的分析结果。对于具有不同传动比的扭振稳定性

图 7 参数 γ 对 Hopf 分岔的影响

问题,也可以采用类似的方法判别,即通过判断 fold 和 Hopf 分岔发生的边界条件获得共振响应曲线稳定性的非线性参数区域。

5 结论

在车辆传动系统线性 Drive-shaft 模型的基础上,本文通过引入非线性项,分析了非线性项对传动系统扭振稳定性的影响,相关结论如下。

(1) 恒定扭矩激励下,扭振系统具有一个稳定的平衡态,可以保证扭振系统的稳定性。

(2) 在时变激励情况下,非线性刚度可能会导致共振曲线发生 fold 分岔,进而引起共振曲线失稳。为了避免失稳,可将非线性刚度限制在一定的范围内以避免 fold 分岔的发生。

(3) 在时变激励下,正的非线性阻尼有助于降低扭振系统共振响应的峰值,负的非线性阻尼会造成扭振系统共振峰值的增加,同时,负的非线性阻尼可能引起 Hopf 分岔进而导致共振响应曲线失稳。为了避免共振响应曲线失稳,应将非线性阻尼限定在一定区域内。

(4) 本文侧重采用理论模型定性研究考虑非线性项时传动系统扭振稳定性判别方法。如何采用试验方法定量地测试其具体影响以及如何设计非线性参数避免扭振失稳依然是有待解决的问题。

参 考 文 献

- [1] KIENCKE U, NIELSEN L. Automotive control systems for engine, driveline, and vehicle[M]. Heidelberg: Springer, 2005.
- [2] 王文阁, 赵晋, 刘再生, 等. 半轴、传动轴扭转刚度对传动系冲击的影响[C]// 2011 中国汽车工程学会年会论文集, 2011: 654-658.
WANG Wenge, ZHAO Jin, LIU Zaisheng, et al. Influence of the torsion stiffness of half shaft and propeller shaft on

the driveline impact[C]//SAE-C2011, 2011: 654-658.

- [3] PETTERSSON M, NIELSEN L. Diesel engine speed control with handling of driveline resonances[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(3): 319-328.
- [4] BERRIRI M, CHEVEREL P, LEFEBVRE D, et al. Active damping of automotive powertrain oscillations by a partial torque compensator[C]//American Control Conference. IEEE, 2007: 5718-5723.
- [5] BAUMANN J, TORKZADEH D D, RAMSTEIN A, et al. Model-based predictive anti-jerk control[J]. Control Engineering Practice, 2006, 14(3): 259-266.
- [6] 傅洪, 田光宇, 陈红旭, 等. 电机-变速器集成驱动系统扭转振动控制的研究[J]. 汽车工程, 2010, 32(7): 596-600.
FU Hong, TIAN Guangyu, CHEN Hongxu, et al. A study on the torsional vibration control of motor transmission integrated drive system[J]. Automotive Engineering, 2010, 32(7): 596-600.
- [7] WANG L, ZHANG Y, SHU J, et al. Coordinated control of a series-parallel hybrid electric bus during EV/HEV mode transition[J]. Wseas Transactions on Circuits & Systems, 2012, 11(6): 198-209.
- [8] 李永强, 刘杰. 非线性刚度不平衡转子径向碰摩动力学研究[J]. 应用力学学报, 2005, 22(3): 475-478.
LI Yongqiang, LIU Jie. Dynamics behavior of nonlinear rigid unbalanced rotor system supported oil film Bearing[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2005, 22(3): 475-478.
- [9] KHAN A A, VYAS N S. Nonlinear bearing stiffness parameter estimation in flexible rotor - bearing systems using Volterra and Wiener approach[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2001, 16(2): 137-157.
- [10] 吴光强, 栾文博. 汽车传动系相关 NVH 问题的动力学研究论述[J]. 机械工程学报, 2013, 49(24): 108-116.
WU Guangqiang, LUAN Wenbo. Review of dynamic research for NVH problems related to automotive driveline[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(24): 108-116.
- [11] 张立军, 司杨, 余卓平. 燃料电池轿车动力传动系统非线性动态特性仿真分析[J]. 机械工程学报, 2009, 45(2): 62-67.
ZHANG Lijun, SI Yang, YU Zhuoping. Numerical investigation into nonlinear dynamical characteristics of fuel cell vehicle powertrain system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(2): 62-67.
- [12] 周驰, 王琪, 丁炜琦, 等. 输入转矩对驱动桥系统动力学特性的影响[J]. 机械工程学报, 2016, 52(2): 134-143.
ZHOU Chi, WANG Qi, DING Weiqi, et al. Dynamics of

- drive axle system with effects of input torque[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(2): 134-143.
- [13] TALEBITOOTI R, MOROVATI M. Study on TVD parameters sensitivity of a crankshaft using multiple scale and state space method considering quadratic and cubic non-linearities[J]. Latin American Journal of Solids & Structures, 2014, 11(14): 2672-2695.
- [14] EL-BASSIOUNY A F. Effect of nonlinearities in elastomeric material dampers on torsional oscillation control[J]. Applied Mathematics and Computation, 2005, 162(2): 835-854.
- [15] 马建敏, 韩平畴. 柔性联轴器刚度非线性对扭转振动的影响[J]. 振动与冲击, 2005, 24(4): 6-8.
MA Jianmin, HAN Pingchou. Influence of nonlinear stiffness of flexible coupling on torsional vibration[J]. Journal of Vibration And shock, 2005, 24(4): 6-8.
- [16] 韩清振. 混合动力传动系统复杂动力学行为及其稳定性分析[D]. 镇江: 江苏大学, 2018.
HAN Qingzhen. Research on complicated dynamics and stability of hybrid powertrain transmission system[D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2018.
- [17] 陈章耀, 张晓芳, 毕勤胜. 周期激励下 Hartley 模型的簇发及分岔机制[J]. 力学学报, 2010, 42(4): 765-773.
CHEN Zhangyao, ZHANG Xiaofang, BI Qinsheng. Bursting phenomena as well as the bifurcation mechanism in periodically excited Hartley model[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2010, 42(4): 765-773.
-
- 作者简介: 何仁(通信作者), 男, 1962 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为汽车机电一体化技术。
E-mail: heren1962@163.com
韩清振, 男, 1989 年出生, 博士研究生。主要研究方向为车辆综合节能与新能源汽车技术。
E-mail: tsingen2009@163.com