DOI: 10.3901/JME.2014.07.199

考虑返修的模具剩余工期估计*

王小明 陈庆新 毛 宁 刘建军 黎展滔

(广东工业大学广东省计算机集成制造系统重点实验室 广州 510006)

摘要: 模具生产过程中充满了不确定性,尤其是返修的工序和次数不确定,使得准确估计和控制模具的生产周期成为一个世界性难题。为了解决这一问题,分别采用考虑返修的串联和混联制造排队系统来描述模具制造过程,在假定订单按先到先服务(First come first served, FCFS)规则进行加工且正常加工和返修时间均服从负指数分布的情况下,分析制造排队系统基于事件的状态转移过程和事件间隔时间,提出了返修强度的概念并将事件间隔时间近似为负指数分布,在此基础上结合独立伽马随机变量之和推导出模具剩余工期的近似数学分布模型。设计计算实例,将不同返修强度和初始状态下的数值计算结果与仿真结果进行对比分析,验证了剩余工期近似模型在不同返修强度环境下均具有良好可靠性。

关键词: 模具; 排队系统; 返修; 剩余工期; 数学模型

中图分类号: TP391

Estimation of Mold Remaining Duration Considering Reworks

WANG Xiaoming CHEN Qingxin MAO Ning LIU Jianjun LI Zhantao

(Guangdong Provincial Key Laboratory of Computer Integrated Manufacturing System,
Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006)

Abstract: Mold production process is fraught with uncertainty, especially the uncertainty of process and number of reworks which has made accurate estimates and control mold production cycle to become a worldwide problem. To address this issue, tandem and hybrid manufacturing queuing system considering reworks is used to presents the mold manufacturing process, respectively. Under the assumption that the orders are processing under the first come first served principal and both the normal processing and rework time are exponential distributed, the event-based state transition process of the manufacturing queuing system has been analyzed, meanwhile, the concept of the rework strength is proposed and the event interval is approximately exponential distribution. On that basis, the mold remaining duration approximate mathematical distribution model is deducted by combining the sum of independent gamma random variables. A comparative analysis of the numerical results and simulation results under different rework strength and initial states verified the reliability of proposed approximate model of remaining duration.

Key words: mold; queuing system; reworks; remaining duration; mathematical models

0 前言

球模具的生产工期是模具企业的核心竞争力之一,订单能否按期交货直接关系企业的经济利益,同时影响着企业与客户的关系。在市场竞争激烈的今天,对模具企业的订单工期进行有效管理,使其

满足交货期要求显得尤为重要^[1]。

由于模具制造系统通常比较复杂,要对订单工期进行有效管理则需要对制造系统本身进行分析,这一点在过去几十年时间里得到了大量研究。在制造系统建模方面,排队网络理论被应用的最广泛。JACKSON^[2]首次提出利用排队网络理论对制造系统建模,建立了 Jackson 定理,也即排队系统极限概率的乘积形式解,满足这个定理的网络通常称为开放 Jackson 网络。GORDON 等^[3]则将其应用从开

* 国家自然科学基金(51175094, 51205068, 51305083)、广东省部产学研结合(2010A090200054)和广东省教育部产学研结合示范基地(2010B091101007)资助项目。20130605 收到初稿,20131211 收到修改稿

放 Jackson 网络扩展到封闭 Jackson 网络模型,但是从应用的角度来说开放 Jackson 网络更适用于制造实际。BITRAN 等^[4-6]先后对排队网模型在制造系统中的研究进行了综述性回顾和分类整理,分析认为制造过程中的设计和计划问题非常适合使用排队网模型进行建模,同时也认为应该研究将现有模型应用于制造系统设计中并拓宽模型范围。

在研究制造系统时,部分学者也考虑了返修的情况。YU 等^[7-11]分别使用马尔可夫链模型对不同类型带返修的制造系统进行建模,分析了系统中工件的平均加工工时、平均逗留时间、平均产出率、平均设备利用率等性能问题。ZARGAR 等^[12]针对批量制造过程中存在返修的情况,利用排队理论进行建模仿真以研究两种返修策略对制造周期的影响。AGNIHOTRI 等^[13]考虑了一种包含一个加工中心一个检测中心和一个返修中心且缓存无限容量的单级制造系统,通过假定返修数量是一个几何分布随机变量来分析其对制造系统的产量、生产提前期的影响。CONNORS 等^[14-15]以半导体制造为背景,考虑晶圆存在返修和报废的情况下,利用开放排队网络理论对制造系统性能进行了分析。LI 等^[16-20]分别提出了重叠分解法、平均值分析法、统计过程控制法以及参数分解法等近似方法来研究带返修的制造系统的性能分析问题。

尽管上述部分学者在研究排队系统性能时涉及了平均工时问题,然而工时和工期是两个不同的概念,工期包含加工工时和等待时间两部分。通常情况下,等待时间对工期的影响更大。关于这方面的研究,WHITT^[21]最早研究了在先到先服务(First come first served, FCFS)规则下单级多服务排队系统中每个顾客的剩余等待时间。而 KEVIN 等^[22]研究在允许顾客来到时间间隔和服务时间为一般分布的情况下,利用位相型分布提出了一种基于状态的近似模型以获得顾客在多级多服务排队系统中的逗留时间概率分布。但是,这两位学者所研究的排队系统均未考虑返修的情况。

国内学者在相关研究方面则主要偏向于制造工时问题,而很少涉及制造工期的研究。杨青海等^[23-24]利用基于零件特征的方法来估算工件工时。朱海平等^[25]利用神经网络集成方法来预测产品完工期,王小明等^[1]利用马尔科夫链理论进行状态演化得到订单交货期的分布。

综上所述可知,排队网络理论非常适合制造系

统建模,然而当前大部分关于制造排队系统的研究主要针对制造系统的性能评估和设计问题,而极少对制造排队系统中工件或订单的剩余工期进行分析,且仅有的几份关联度较高的研究也未考虑返修的情况。为此,本文将以具有高随机返修特点的模具制造系统为研究对象,利用排队网络理论对其进行建模分析,探索准确估计系统中模具的剩余工期。

全文结构安排如下:首先,在第 1 节以模具制造为背景分别描述考虑返修的多级多服务串联和混联制造排队系统;在第 2 节,对这两类系统进行建模分析,研究其基于事件的系统状态转移过程及事件间隔时间,并据此推导出指定订单在系统中的剩余工期近似分布模型;接着,为了验证该近似模型的可靠性,在第 3 节将设计一个计算实例,对不同返修强度环境和不同节点位置对应的模具剩余工期近似计算结果与仿真结果进行对比分析;最后,在第 4 节对全文进行总结,并对未来可进一步研究的内容进行展望。

1 问题描述

由于模具制造属于典型的单件小批量制造模式,产品的加工过程差异化较大,操作者无法使用先验知识进行生产加工,加之模具工艺要求高,使得生产过程中经常出现质量问题并导致工件需要返修,这一随机因素已经成为影响模具生产工期的主要原因。因此,在对模具制造系统进行相关分析研究时需要强调随机返修这一特征。

在进行模具生产进度管理的时,往往需要获得在制模具订单的大致完工期。这就要求我们能够准确估计制造排队系统中各个模具订单从当前时刻到加工完成所需要的时间,也即模具订单的剩余工期(Remaining duration, RD),它包含了模具订单的加工时间和等待时间两部分。然而,一方面如前所述,由于模具生产过程中存在大量返修的可能,使得订单的等待时间和加工时间均具有较大的不确定性。另一方面,现有大多数制造排队模型无论是有限能力还是无限能力均极少考虑工件返修的情况,无法直接使用这些现有模型对应的结论来计算考虑返修的制造排队系统中的模具剩余工期。为此,本节将首先以模具项目制造为背景,分别采用带工件返修的多级多服务串联和混联制造排队系统来描述模具制造过程,并在文章后续部分分析这两类制造排队

系统中模具订单的剩余工期。

模具制造项目网络往往因产品结构的不同而

图1 一类典型的模具制造项目网络图

通过对模具制造过程分析,可以发现尽管在每一个项目网络任务节点都可能发生随机返修事件,但是对模具订单工期产生重大影响的往往是一些涉及企业关键资源的核心任务节点。这些核心任务节点的共同特征是:占用企业关键资源、对应的任务队列长、订单开工时间随机性较大、订单等待和加工时间长。因此,在对模具制造系统进行分析时通常是抽取其中的核心任务节点组成一个新的简化网络加以重点分析。

如图2所示,对于核心任务节点 i ,其对应一个拥有 c_i 台设备的加工中心,假定该中心前的等待场地是无限的。订单以速度为 λ 的泊松过程进入制造系统,并按照FCFS规则进行加工,受设备故障及操作工熟练程度的影响,假定订单的加工时间服从参数为 μ_i 的指数分布。由于模具加工过程中可能出现质量问题,因此,在加工中心加工完成一个订单之后暂时不安排下一订单而是对加工完成的订单进行质检,若质量合格则安排下一订单并将合格订单转至下一加工中心,而如果检查出质量问题则立即对订单进行返修。假定加工中心加工完成的订单经质检后需要返修的概率为 p_i ,其返修时间服从参数为 μ'_i 的指数分布,返修完成后转至下一道工序继续加工。订单在最后一个中心完成加工后离开系统。

图2 模具制造核心任务节点示意图

考虑不同模具制造类型,可以由上述制造节点构造出分别如图3和图4所示的串联和混联两类制造系统。

图3 模具制造串联排队系统

有所差异,一类典型的模具制造项目网络如图1所示。

图4 模具制造混联排队系统

需要说明的是,串联系统中的加工中心缓存存放的是订单,而由于混联制造系统中存在同一订单下的部件拆分加工和最终组合装配,因此部分加工中心队列中存放的是订单,而部分加工中心存放的是订单部件,装配中心拥有多个缓存,以存放订单不同部件。此外,系统各中心缓存中属于同一订单的不同类型部件数之和是相同的,也即任一时刻系统中是存在整数个在制订单。

2 排队系统建模分析

针对上一节所描述的两类模具制造排队系统,本节将分析其基于事件的状态转移过程及事件间隔的分布情况,提出制造系统返修强度的概念,通过近似假定并利用伽马组合分布的方法来建立模具订单剩余工期的近似分布模型。

2.1 基于事件的状态转

2.1.1 串联系统状态转移

由于订单是按FCFS规则进行加工,因此对于某一指定订单来说,后续到来的订单对其剩余工期不会产生影响,而只需要考虑系统中先于其到来的订单。记 n_i 为系统中第 i 个加工中心任务队列先于指定订单到来的订单数量,若第 i 个加工中心有机台处于空闲状态则 $n_i=0$,以向量 $\mathbf{x}=(n_1, n_2, \dots, n_i, n_{i+1}, \dots, n_R)$ 表达串联系统状态信息。某一加工中心完成一个订单的加工将导致系统状态发生变化,我们称之为事件。总体来说串联系统有以下两种基于事件的状态转移形式。

形式一:订单从第 i 个加工中心加工完成并质检合格后转至第 $i+1$ 个加工中心,这时第 i 个加工中心任务队列中的订单数量减少一个,而第 $i+1$ 个加工中心的订单数量增加一个。因此,这种情况下

系统的状态矢量变为 $x'=(n_1, n_2, \dots, n_{i-1}, n_{i+1}+1, \dots, n_R), 1 \leq i < R$ 。

形式二：订单从第 R 级加工中心加工完成并质检合格后离开制造系统，这种情况下状态矢量将变为 $x'=(n_1, n_2, \dots, n_{R-1})$ 。

系统在初始时刻处于状态 $x_0=(n_1, n_2, \dots, n_R)$ ，之后每隔一段时间发生一次事件，状态矢量也随之发生变化。当指定订单完成加工离开系统之后，系统将一直停留在状态 $x_n=(0, 0, \dots, 0)$ ，该状态也称为吸收状态。一个包含 R 个加工中心的串联排队系统事件发生过程如图 5 所示。

图 5 串联排队系统事件发生示意图

从图中可以看出，指定订单在各中心逗留时间分别为 $Y_1, Y_2, \dots, Y_R$ 。其剩余工期即为所有逗留时间总和。由于各中心的加工是相互独立的，因此每当指定订单在某一中心完成加工后，我们都需要对后续中心队列长度进行评估。令 $\Delta n_{i,j}$ 为 Y_j 时间段内中心 i 队列增长量，其包含订单从中心 $i-1$ 到来及离开中心 i 所引起的数量变化。当订单在中心 i 完成加工时，其他中心的队列长度为 $q_k^i = n_k + \sum_{l=1}^i \Delta n_{k,l}, i < k \leq R$ 。中心 i 在 Y_j 时间段内完成的订单数近似为 $c_i E(Y_j) / E(T_i)$ ，其中， $E(Y_j)$ 为中心 j 的平均逗留时间， $E(T_i)$ 为中心 j 的平均加工时间。则有 $\Delta n_{i,j}$ 如式(1)所示

$$\Delta n_{i,j} = \begin{cases} q_{i-1}^{j-1} - \frac{c_i E(Y_j)}{E(T_i)} & i = j+1 \\ \frac{c_{i-1} E(Y_j)}{E(T_{i-1})} - \frac{c_i E(Y_j)}{E(T_i)} & i > j+1 \end{cases} \quad (1)$$

因时间段 Y_j 由中心 j 中的多个事件间隔 s 组成，故串联系统指定订单剩余工期为

$$\begin{aligned} RD &= Y_1 + Y_2 + \dots + Y_R = \\ & s_{1,1} + \dots + s_{1,n_1} + s_{2,1} + \dots + s_{2,n_2 + \Delta n_{2,1}} + \dots + \\ & s_{R,1} + \dots + s_{R,n_R + \sum_{k=1}^{R-1} \Delta n_{R,k}} \end{aligned} \quad (2)$$

2.1.2 混联系统状态转移

与串联系统相比，混联系统主要在状态定义形式及状态转移形式上有所区别。

首先，在状态定义上的主要区别源于部分中心缓存存放订单而部分缓存存放订单部件，与串联系统相同的记 n_i 为中心 i 订单缓存队列长度，而记 $n_i^{(j)}$ 为中心 i 第 j 类部件缓存队列长度，若混联系统包含 m 条并行路线，则装配中心缓存可表示为 $(n_R^{(1)}, n_R^{(2)}, \dots, n_R^{(m)})$ 。据此，可利用矢量 $x=(n_1, n_2^{(1)}, \dots, n_{A_2}^{(1)}, \dots, n_{m+1}^{(m)}, \dots, n_{A_{m+1}}^{(m)}, n_R^{(1)}, n_R^{(2)}, \dots, n_R^{(m)})$ 来表达混联系统状态信息，其中 A_k 为第 k 条并行路线上的中心总数，在该状态下系统在制订单数 N 如下所示

$$N = n_1 + \sum_{i=k+1}^{A_k} n_i^{(k)} + n_R^{(k)} \quad 1 \leq k \leq m$$

其次，在状态转移形式上的区别源于订单部件拆分和装配，当订单通过分叉线路时将拆分成多个部件转至不同并行路线加工，系统状态变为 $x'=(n_1-1, n_2^{(1)}+1, \dots, n_{A_2}^{(1)}, \dots, n_{m+1}^{(m)}+1, n_{A_{m+1}}^{(m)}, \dots, n_R^{(1)}, n_R^{(2)}, \dots, n_R^{(m)})$ 。而当订单在最后装配中心完成装配并离开系统时，相应的系统状态将转变为 $x'=(n_1, n_2^{(1)}, \dots, n_{A_2}^{(1)}, \dots, n_{m+1}^{(m)}, \dots, n_{A_{m+1}}^{(m)}, n_R^{(1)}-1, n_R^{(2)}-1, \dots, n_R^{(m)}-1)$ 。经过一系列状态转移后，混联系统最终也将停留在吸收状态 $(0, 0, \dots, 0)$ ，系统事件发生过程如图 6 所示。

图 6 混联排队系统事件发生示意图

订单在混联系统串联路线上的加工中心逗留

时间 Y 分析与前述串联系统相同, 而到达并联路线时则将其视为多条独立的串联线路进行分析, 并从各并行线路中取总和最大的逗留时间, 每条并行线路逗留时间最大的概率由该线路逗留时间均值决定, 如第 k 条并行线路逗留时间最大的概率

$$p_k = \frac{\sum_{i=k+1}^{A_k} E(Y_i^{(k)})}{\sum_{j=1}^m \sum_{i=j+1}^{A_j} E(Y_i^{(j)})}$$

订单在中心 i 完成加工时, 其他中心第 k 类部件缓存长度 $q_{j,k}^i = n_j^{(k)} + \sum_{l=1}^i \Delta n_{j,l}^{(k)}$, $i < j \leq R$ 。装配中心各部件缓存在各并行路线最大逗留时间内增量为 $\Delta n_{R,\pi}^{(k)}$, 其计算方式同样如式(1)所示, 但稍有区别的是该值存在上限, 也即最大可装配数, $\Delta n_{R,\pi}^{(k)} \leq q_{R,k}^{i-1}$, $k \in [1, m]$ 。

此外, 由于只有当同一订单下的所有部件都到达装配中心时才可以进行装配, 而各部件到达装配中心的时间可能不同, 因此装配中心各部件缓存中的每一个部件装配前还存在同订单部件等待时间 H , 我们将其视为各并行线路最后一个中心附加加工时间。对于 m 条并行路线中各部件的等待时间, 可以通过将各并行线路最后一个中心分别放置首位构造一条 m 个无缓存中心组成的串联路线, 参照 PAPADOPOULOS^[26]的研究结论, 得到部件 k 的等待时间均值 $E(H_k)$, 计算参数为 $\mu_k'' = E(Y_k)/n_k$, $1 \leq k \leq m$ 。

综上所述, 可以得到混联系统指定订单剩余工期为

$$\begin{aligned} RD = Y_1 + \sum_{k=1}^m p_k \left(\sum_{j=k+1}^{A_k} Y_j + Y_{R,k} \right) = \\ s_{1,1} + \cdots + s_{1,n_1} + p_1 \left(s_{2,1} + \cdots + s_{2,n_2^{(1)} + \Delta n_{2,1}^{(1)}} + \cdots + \right. \\ s_{A_1,1} + \cdots + s_{A_1,n_{A_1}^{(1)} + \Delta n_{A_1,1}^{(1)} + \cdots + \Delta n_{A_1,A_1-1}^{(1)}} + \\ s_{R,1} + \cdots + s_{R,n_R^{(1)} + \Delta n_{R,1}^{(1)} + \sum_{k=2}^{A_1} \Delta n_{R,k}^{(1)}} \left. \right) + \cdots + \\ p_m \left(s_{m,1} + \cdots + s_{m,n_m^{(1)} + \Delta n_{m,1}^{(1)}} + \cdots + \right. \\ s_{A_m,1} + \cdots + s_{A_m,n_{A_m}^{(1)} + \Delta n_{A_m,1}^{(1)} + \cdots + \Delta n_{A_m,A_m-1}^{(1)}} + \\ s_{R,1} + \cdots + s_{R,n_R^{(m)} + \Delta n_{R,1}^{(m)} + \sum_{k=m+1}^{A_m} \Delta n_{R,k}^{(m)}} \left. \right) \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 事件间隔时间分析

从式(2)、(3)可以看出, 获得剩余工期的关键是要获得事件发生间隔时间 s , 而这正是每次加工完一个订单或部件所需时间, 它由服从负指数分布的正常加工时间 w 、返修加工时间 b 以及返修概率 p 共

同决定的。令 $v_i = p_i b_i$, 则有 $s_i = w_i + v_i$, $1 \leq i \leq R$ 。

订单或部件在加工中心的正常加工时间随机变量 w 和返修加工时间随机变量 v 的概率密度函数和累积分布函数分别为

$$f_w(w) = \begin{cases} \frac{1}{\mu} \exp(-w/\mu) & w \geq 0 \\ 0 & w < 0 \end{cases}$$

$$F_w(w) = \begin{cases} 1 - \exp(-w/\mu) & w \geq 0 \\ 0 & w < 0 \end{cases}$$

$$f_v(v) = \begin{cases} \frac{1}{p\mu'} \exp(-v/p\mu') & v \geq 0 \\ 0 & v < 0 \end{cases}$$

$$F_v(v) = \begin{cases} 1 - \exp(-v/p\mu') & v \geq 0 \\ 0 & v < 0 \end{cases}$$

据此可以推导出事件间隔时间随机变量 s 的概率密度函数和累积分布函数如下所示

$$\begin{aligned} F_s(s) = P(W + V \leq s) = \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f_v(v) F_w(s-v) dv = \\ \int_0^s \frac{\exp\left(\frac{-v}{p\mu'}\right) - \exp\left(\frac{-v}{p\mu'} - \frac{s-v}{\mu}\right)}{p\mu'} dv = \\ 1 - \frac{\mu \exp(-s/\mu) - p\mu' \exp(-s/p\mu')}{\mu - p\mu'} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} f_s(s) = \frac{d}{ds} F_s(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_v(v) f_w(s-v) dv = \\ \int_0^s \frac{\exp(-v/p\mu' - s/\mu + v/\mu)}{p\mu\mu'} dv = \\ \frac{\exp(-s/\mu) - \exp(-s/p\mu')}{\mu - p\mu'} \end{aligned} \quad (5)$$

从式(4)、(5)可以看出, 事件间隔时间随机变量的精确分布与负指数分布相似, 但并非严格意义上的负指数分布且处理起来显得十分复杂。为此, 我们试图将事件间隔时间随机变量进行一定近似, 使其变得更加容易处理。

在进行事件间隔时间近似之前, 首先提出制造系统返修强度的概念, 并将其定义为实际返修工时相对于正常加工工时的比例, 返修强度指标为

$$R_s = \sum_{i=1}^n p_i \mu_i' / \sum_{i=1}^n \mu_i$$

若制造系统实际返修工时相对正常加工工时较小, 则称系统具有弱返修性, 反之则具有强返修性。

为考虑返修对事件间隔时间的影响, 这里将同一中心内的事件间隔时间 s 近似为具有如下参数的负指数分布

$$\bar{\mu}_i = \begin{cases} (\mu_i + p\mu'_i) / c_i & n_i > c_i \\ (\mu_i + p\mu'_i) / n_i & n_i \leq c_i \end{cases} \quad (6)$$

在此基础上, 结合 Little's-law 可得到式(1)中的 $E(T_i) = \mu_i + p\mu'_i$, 而 $E(Y_i)$ 则如下所示

$$E(Y_i) = \begin{cases} \sum_{k=c_i}^{n_i} \frac{\bar{\mu}_i}{c_i} + \sum_{k=1}^{c_i-1} \frac{\bar{\mu}_i}{k} & n_i > c_i \\ \sum_{k=1}^{n_i} \frac{\bar{\mu}_i}{k} & n_i \leq c_i \end{cases} \quad (7)$$

2.3 剩余工期近似分布模型

在将事件间隔时间随机变量 s 近似为服从负指数分布的基础上, 再根据伽马分布的定义可知 k 个独立同参数的指数分布随机变量之和为伽马随机变量, 故可以将式(2)中的串联系统剩余工期和式(3)中的混联系统剩余工期视为多个服从不同参数的伽马随机变量之和。假定中心 i 的事件间隔随机变量个数为 n_i , 则其中有 c_i 个变量是服从参数为 $(1, j(\mu_i + p_i\mu'_i))$ 的伽马分布, 而另外 $n_i - c_i$ 个变量则是服从参数为 $(n_i - c_i, c_i(\mu_i + p_i\mu'_i))$ 的伽马分布。据此, 我们希望进一步获得 RD 的数学期望和概率密度函数等相关性质。

对于 RD 的期望值, 由于订单在各中心的逗留时间随机变量 Y_i 是相互独立的, 因此有

$$E(RD) = \sum_{i=1}^R E(Y_i).$$

$$G(w) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{\beta_i}{\beta_1} \right)^{\alpha_i} \sum_{k=0}^{\infty} \delta_k \int_0^w \frac{z^{\rho+k-1} \exp(-z/\beta_1)}{\Gamma(\rho+k)\beta_1^{\rho+k}} dz =$$

$$\prod_{i=1}^n \left(\frac{\beta_i}{\beta_1} \right)^{\alpha_i} \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \delta_k \left[\beta_1^{\rho+k-1} (\rho+k-1)! - \sum_{i=0}^{\rho+k-1} \left(\frac{\beta_1^i w^{\rho+k-1-i} (\rho+k-1)! \exp(-w/\beta_1)}{(\rho+k-1-i)!} \right) \right] \right\} / \Gamma(\rho+k)\beta_1^{\rho+k-1} \quad (9)$$

定理的推导和证明过程详见相应文献。

在计算过程中发现, 由于以上计算式涉及指数运算, 直接代入制造系统的工时等参数可能存在因规模太大而无法求解的问题。因此, 建议将所有工时参数统一按比例缩小之后再进行计算, 缩放比例系数通常取值为剩余工期的期望, 缩放前后计算结果之间的关系分析如下。

取缩放比例系数 c , 则有 $c\bar{z} = z$, $c\bar{\beta} = \beta$, 显然参数 ρ, δ, γ 均不变, 代入式(8)得到

$$\begin{aligned} g(z) &= \prod_{i=1}^n \left(\frac{c\bar{\beta}_i}{c\bar{\beta}_1} \right)^{\alpha_i} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta_k (c\bar{z})^{\rho+k-1} \exp(-c\bar{z}/c\bar{\beta}_1)}{\Gamma(\rho+k)(c\bar{\beta}_1)^{\rho+k}} = \\ &= c^{-1} \prod_{i=1}^n \left(\frac{\bar{\beta}_i}{\bar{\beta}_1} \right)^{\alpha_i} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta_k \bar{z}^{\rho+k-1} \exp(-\bar{z}/\bar{\beta}_1)}{\Gamma(\rho+k)\bar{\beta}_1^{\rho+k}} = \\ &= c^{-1} g(\bar{z}) \end{aligned}$$

对于 RD 的概率密度函数和累积分布函数, 我们可以利用 MOSCHOPOULOS 等^[27-28]关于多个独立伽马变量之和分布情况的研究所给出的如下定理获得。

定理 1: 假定 $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n$ 是分别服从参数为 $\alpha_i > 0, \beta_i > 0$ 的独立伽马随机变量, 则随机变量

$Z = \sum_{i=1}^n \zeta_i$ 的概率密度函数为

$$g(z) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{\beta_i}{\beta_1} \right)^{\alpha_i} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta_k z^{\rho+k-1} \exp(-z/\beta_1)}{\Gamma(\rho+k)\beta_1^{\rho+k}} \quad (8)$$

$$\rho = \sum_{i=1}^n \alpha_i$$

$$\beta_1 = \min(\beta_i)$$

$$\delta_{k+1} = \begin{cases} 0 & k = 0 \\ \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} i \gamma_i \delta_{k+1-i} & k = 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$\gamma_k = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{k} \left(1 - \frac{\beta_i}{\beta_1} \right)^k \quad k = 1, 2, \dots$$

$$\Gamma(\rho+k) = (\rho+k-1)!$$

而 Z 的累积分布函数可以通过对式(8)求积分得到, 即

同样道理可以推导出 $G(w) = G(\bar{w})$ 。

3 计算实例

为了验证本文针对考虑返修的制造排队系统所建立的模具剩余工期近似模型的可靠性, 本节我们设计了对应的试验算例。考虑两个影响因素——系统返修强度指标 R_s 和初始状态 $\mathbf{x}_0$ 。利用 Matlab R2013a 编程实现近似模型计算, 得到一组剩余工期数值计算结果, 同时使用 Matlab SimEvents 构建仿真模型, 对不同参数下的制造排队系统各进行 5 000 次仿真得到剩余工期仿真结果。最后对这两组结果进行对比分析, 以验证近似模型的可靠性。

3.1 实例数据

以某大型模具企业为应用背景, 简化抽取如

图 7 所示包含 3 个核心任务节点(灰色节点)的串联排队系统以及包含两条并行路线 5 个核心任务节点的混联排队系统。

图 7 计算实例模具制造排队系统(灰色为串联)

为了对比剩余工期近似模型在不同返修强度下的表现,在此设定了一般返修和强返修两种环境,其中一般返修环境与该模具企业实际情况较接近,而在强返修环境中则令返修工时均值等于正常加工工时均值,返修概率为一般返修环境的四倍,系统各项参数如表 1 所示。

对于串联系统,在两种返修环境下,分别令指定订单处于 3 个不同加工中心位置,且在每个加工中心位置设定 2 种对应不同在制规模的初始状态,这样在总共 $2 \times 3 \times 3 = 18$ 种情形下分别进行试验。而对于混联系统,则类似的设定了 4 种初始状态,也即 $2 \times 4 = 8$ 种情形。

表 1 系统参数

返修强度	加工中心序号	设备数量/台	正常 μ/h	返修 μ/h	返修概率 p
一般返修 串: $R_s=0.003\ 7$ 并: $R_p=0.004\ 5$	1	3	24	4	0.03
	2	6	36	3	0.02
	3	3	20	4	0.03
	4	2	15	3	0.03
	5	4	10	2	0.04
强返修 串: $R_s=0.105\ 1$ 并: $R_p=0.110\ 1$	1	3	24	24	0.12
	2	6	36	36	0.08
	3	3	20	20	0.12
	4	2	15	15	0.12
	5	4	10	10	0.16

3.2 结果分析

基于上述系统参数,使用近似模型和仿真模型计算得到 $18+8=26$ 种情形下指定模具订单的剩余工期计算值和仿真值,所得结果及误差分析统计分别如表 2 和表 3 所示。其中近似值为近似模型计算得到的期望值,而仿真值则为仿真所得剩余工期样本均值。

表 2 串联系统模具剩余工期均值对比

初始状态 x_0	$R_s=0.003\ 7$			$R_s=0.105\ 1$		
	近似值/h	误差(%)	仿真值/h	近似值/h	误差(%)	仿真值/h
(12,15,20)	233.04	0.48	231.92	249.74	-1.05	252.35
(6,8,8)	153.55	-3.79	159.37	168.76	-3.68	174.96
(0,10,16)	122.47	-1.84	124.72	132.78	-3.23	137.06
(0,7,5)	104.44	-1.57	106.08	113.34	-2.35	116.00
(0,0,9)	33.60	0.22	33.53	38.67	0.64	38.42
(0,0,1)	10.08	-1.22	10.20	11.60	0	11.60

表 3 混联系统模具剩余工期均值对比

初始状态 x_0	$R_s=0.004\ 5$			$R_s=0.110\ 1$		
	近似值/h	误差(%)	仿真值/h	近似值/h	误差(%)	仿真值/h
(10,14 ⁽¹⁾ ,7 ⁽²⁾ ,8 ⁽²⁾ ,6 ⁽¹⁾ ,5 ⁽²⁾)	240.48	1.81	236.13	263.12	1.53	259.08
(3,5 ⁽¹⁾ ,3 ⁽²⁾ ,4 ⁽²⁾ ,4 ⁽¹⁾ ,2 ⁽²⁾)	136.05	-3.52	140.84	151.21	-2.48	154.96
(0,12 ⁽¹⁾ ,8 ⁽²⁾ ,8 ⁽²⁾ ,8 ⁽¹⁾ ,4 ⁽²⁾)	157.05	-2.26	160.60	172.82	-1.69	176.02
(0,5 ⁽¹⁾ ,0 ⁽²⁾ ,7 ⁽²⁾ ,5 ⁽¹⁾ ,3 ⁽²⁾)	105.83	1.49	104.26	115.66	0.13	115.51

从以上计算结果分析来看,无论在一般返修还是强返修环境下,本文所构建的串联和混联制造排队系统模具剩余工期近似模型计算结果与仿真结果均非常接近,误差均在 $\pm 5\%$ 以内。

图 8 和图 9 分别对比了串联制造排队系统在一般返修及强返修环境下部分初始状态对应的订单剩余工期近似结果与仿真结果的概率密度函数和累积

分布函数。而图 10 和图 11 则分别为两种返修环境下混联系统中指定订单剩余工期的概率函数对比。

此外,我们还利用 A-D 检验方法对部分状态下剩余工期的近似分布和仿真分布进行了一致性检验,结果如表 4 所示,在一般、强返修环境下串联和混联系统所有状态下的剩余工期检验统计量均具有显著性水平 $\alpha = 5\%$ 。

(a) $x_0=(12,15,20)$ (b) $x_0=(0,10,16)$ (c) $x_0=(0,0,9)$ 图 8 一般返修($R_s=0.0037$)下串联系统概率函数对比 (a) $x_0=(12,15,20)$ (b) $x_0=(0,10,16)$ (c) $x_0=(0,0,9)$ 图 9 强返修($R_s=0.1051$)下串联系统概率函数对比 (a) $x_0=(10,14^{(1)},7^{(2)},8^{(2)},(6^{(1)},5^{(2)}))$ (b) $x_0=(0,5^{(1)},0^{(2)},7^{(2)},(5^{(1)},3^{(2)}))$ 图 10 一般返修($R_s=0.0045$)下混联系统概率函数对比 (a) $x_0=(10,14^{(1)},7^{(2)},8^{(2)},(6^{(1)},5^{(2)}))$ (b) $x_0=(0,5^{(1)},0^{(2)},(7^{(2)},5^{(1)},3^{(2)}))$ 图 11 强返修($R_s=0.1101$)下混联系统概率函数对比

表 4 剩余工期 A-D 检验

返修强度	初始状态 x_0	A-D 值	决策
一般返修	(12,15,20)	1.35	接受
	(0,10,16)	1.14	接受
	(0,0,9)	1.13	接受
	$(10,14^{(1)},7^{(2)},8^{(2)},(6^{(1)},5^{(2)}))$	1.75	接受
	$(0,5^{(1)},0^{(2)},7^{(2)},(5^{(1)},3^{(2)}))$	0.59	接受
强返修	(12,15,20)	1.40	接受
	(0,10,16)	0.67	接受
	(0,0,9)	1.43	接受
	$(10,14^{(1)},7^{(2)},8^{(2)},(6^{(1)},5^{(2)}))$	0.74	接受
	$(0,5^{(1)},0^{(2)},7^{(2)},(5^{(1)},3^{(2)}))$	0.44	接受

4 结论

(1) 针对模具制造过程因随机返修而导致的订单工期难以准确估计和控制的问题, 本文分别采用了考虑返修的多级多服务串联和混联制造排队系统来描述模具制造过程。

(2) 建模并分析了串联和混联系统中基于事件的状态转移过程。提出了返修强度的概念, 将加工中心事件间隔近似为负指数分布, 再结合独立伽马随机变量之和推导出了指定订单的剩余工期分布数学模型。

(3) 设计了剩余工期计算实例, 通过对不同因素组合下的计算结果对比分析, 验证了本文所构建的模具剩余工期近似模型在不同返修强度环境下均具有良好的可靠性。

(4) 尽管本文对考虑返修的模具剩余工期估计进行了一定研究, 但是后续还有大量值得进一步深入的研究内容。首先, 可以将单类产品扩展成多类产品模式。其次, 可以研究在更贴近实际的加工规则下的订单剩余工期估计模型。

参 考 文 献

- [1] 王小明, 陈庆新, 毛宁, 等. 随机环境下的模具项目交货期预测方法[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(2): 405-414.
WANG Xiaoming, CHEN Qingxin, MAO Ning, et al. Mould projects due-date forecast methods under random environment[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2012, 18(2): 405-414.
- [2] JACKSON J R. Jobshop-like queueing systems[J]. Management Science, 1963, 10(1): 131-142.
- [3] GORDON W J, NEWLL G F. Closed queueing systems with exponential servers[J]. Operations Research, 1967, 15(2): 254-265.
- [4] BITRAN G R, DASU S. A review of open queueing network models of manufacturing systems[J]. Queueing Systems, 1992, 12(1-2): 95-134.
- [5] PAPADOPOULOS H T, HEAVEY C. Queueing theory in manufacturing systems analysis and design: A classification of models for production and transfer lines[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 92(1): 1-27.
- [6] GOVIL M K, FU M C. Queueing theory in manufacturing: A survey[J]. Journal of Manufacturing Systems, 1999, 18(3): 214-240.
- [7] YU KY, BRICKER D L. Analysis of a Markov chain model of a multistage manufacturing system with inspection, rejection, and rework[J]. IIE Transactions, 1993, 25(1): 109-112.
- [8] PILLAI V M, CHANDRASEKHARAN M P. An absorbing Markov chain model for production systems with rework and scrapping[J]. Computers & Industrial Engineering, 2008, 55(3): 695-706.
- [9] KAO J F. Optimal recovery strategies for manufacturing systems[J]. European Journal of Operational Research, 1995, 80(2): 252-263.
- [10] ABEDI S, HMIDI N, MOSAKHANI M, et al. Using Markov chain and simulation to analysis and optimization production lines systems with layout constraints[C]//The 40th International Conference on Computers & Industrial Engineering, 2010, Awaji, Japan, 2010: 1-6.
- [11] CAO Y, SUBRAMANIAM V, CHEN R. Performance evaluation and enhancement of multistage manufacturing systems with rework loops[J]. Computers & Industrial Engineering, 2012, 62(1): 161-176.
- [12] ZARGAR A M. Effect of rework strategies on cycle time[J]. Computers & Industrial Engineering, 1995, 29(1-4): 239-243.
- [13] AGNIHOTRI S R, KENETT R S. The impact of defects on a process with rework[J]. European Journal of Operational Research, 1995, 80(2): 308-327.
- [14] CONNORS D P, FEIGIN G E, YAO D D. A queueing network model for semiconductor manufacturing[J]. IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, 1996, 9(3): 427-437.
- [15] NARAHARI Y, KHAN L M. Modeling reentrant manufacturing systems with inspection stations[J]. Journal of Manufacturing Systems, 1996, 15(6): 367-378.
- [16] LI J. Performance analysis of production systems with rework loops[J]. IIE Transactions, 2004, 36(8): 7557-7565.
- [17] KIM S, PARK Y, JUN C H. Performance evaluation of re-entrant manufacturing system with production loss using mean value analysis[J]. Computers & Operations Research, 2006, 33(5): 1308-1325.
- [18] VUUREN M V. Performance analysis of manufacturing systems: Queueing approximations and algorithms[D]. Eindhoven: Eindhoven University of Technology, 2007.
- [19] COLLEDANI M, TOLIO T. Performance evaluation of production systems monitored by statistical process control and off-line inspections[J]. International Journal

- of Production Economics, 2009, 120(2): 348-367.
- [20] HULETT M, DAMODARAN P. Analytical approximations to predict performance measures of markovian type manufacturing systems with job failures and parallel processing[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 212(1): 89-99.
- [21] WHITT W. Predicting queueing delays[J]. Management Science, 1999, 45(6): 870-888.
- [22] GUE K R, KIM H H. Predicting departure times in multi-stage queueing systems[J]. Computers & Operations Research, 2012, 39(7): 1734-1744.
- [23] 杨青海, 祁国宁, 黄哲人, 等. 基于案例推理和事物特性表的零件工时估算方法[J]. 机械工程学报, 2007, 43(5): 99-105.
- YANG Qinghai, QI Guoning, HUANG Zheren, et al. Evaluation method of machine hour of part based on case-based reasoning and SML[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(5): 99-105.
- [24] 刘长青, 李迎光, 王伟, 等. 基于特征的飞机结构件数控加工工时预测模型[J]. 计算机集成制造系统, 2011, 17(10): 2156-2162.
- LIU Changqing, LI Yingguang, WANG Wei, et al. Feature based man-hour forecasting model for aircraft structure parts NC machining[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2011, 17(10): 2156-2162.
- [25] 朱海平, 赵玉, 吴军, 等. 神经网络集成方法在产品完工期预测中的应用[J]. 计算机集成制造系统, 2007, 13(11): 2140-2144.
- ZHU Haiping, ZHAO Yu, WU Jun, et al. Application of neural network ensemble in prediction of product due date[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2007, 13(11): 2140-2144.
- [26] PAPADOPOULOS H T. An approximate method for calculating the mean sojourn time of K-station production lines with no intermediate buffers[J]. International Journal of Production Economics, 1998, 54(3): 297-305.
- [27] MOSCHOPOULOS P. The distribution of the sum of independent gamma random variables[J]. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 1985, 37(1): 541-544.
- [28] ALOUINI M S, ABDI A, KAVEH M. Sum of gamma variates and performance of wireless communication systems over Nakagami-fading channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2001, 50(6): 1471-1480.
-
- 作者简介: 王小明(通信作者), 男, 1986 年出生, 博士研究生。主要研究方向为制造系统随机优化控制和机器学习。
- E-mail: qlzj86@126.com
- 陈庆新, 男, 1963 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为模具制造系统的设计与运行控制、网络化制造系统、模具设计与工艺知识管理等制造业信息化。
- E-mail: qxchen@gdut.edu.cn
- 毛宁, 女, 1962 年出生, 教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为模具制造系统规划、生产运作管理、企业知识管理。
- E-mail: maoning@gdut.edu.cn
- 刘建军, 男, 1982 年出生, 博士, 讲师。主要研究方向为制造系统数字化、生产计划与控制、CIMS 关键技术。
- E-mail: jianjun33@163.com
- 黎展滔, 男, 1983 年出生, 博士研究生。主要研究方向为智能车间调度、算法分析。
- E-mail: lzt0@163.com