DOI: 10.3901/JME.2018.02.159

高速客车抗蛇行减振器阻尼匹配的解析研究*

于曰伟 周长城 赵雷雷

(山东理工大学交通与车辆工程学院 淄博 255049)

摘要: 根据转向架 9 自由度蛇行运动模型, 通过车辆运动稳定性分析, 利用赫尔维茨稳定判据, 建立基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数解析计算数学模型; 根据车辆通过曲线轨道时车辆脱轨安全性的要求, 建立基于曲线通过性的抗蛇行减振器阻尼系数解析计算数学模型; 在此基础上, 利用黄金分割法, 建立基于运动稳定性和曲线通过性折中最优的抗蛇行减振器阻尼系数解析设计方法, 并对其主要影响因素进行分析。通过某高速客车抗蛇行减振器最优阻尼系数的设计实例、仿真分析及可靠性验证, 可知所设计抗蛇行减振器阻尼能够使车辆具有良好的运动稳定性和曲线通过性能, 结果表明, 所建立的高速客车抗蛇行减振器的阻尼匹配设计原理和方法是正确的。

关键词: 高速客车; 抗蛇行减振器; 最优阻尼系数; 蛇行运动稳定性; 曲线通过性能; 解析计算

中图分类号: U260

Analytical Research of Yaw Damper Damping Matching for High-speed Train

YU Yuewei ZHOU Changcheng ZHAO Leilei

(School of Transportation and Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049)

Abstract: According to the 9 degree-of-freedom hunting motion vibration model of bogie, by analysis of vehicle running stability and using the Hurwitz stability criterion, a mathematical model of yaw damper damping coefficient based on running stability is established; according to the vehicle derailment safety when vehicle drives on the curve track, a mathematical model of yaw damper damping coefficient based on curving performance is established. Based on this, using the golden-section adaptive, the compromise optimization design method of yaw damper in stability and curving performance is built, and its main influencing factors are analyzed. With a practical example of high-speed train, the optimal damping coefficient of yaw damper is designed and validated by simulation. The results show that the damping of yaw damper designed can make vehicle have good running stability and curving behaviors, thus, the optimal damping matching theory and design method of yaw damper for high-speed train is correct.

Key words: high-speed train; yaw damper; optimal damping coefficient; hunting stability; curving performance; analytical calculation

0 前言

如何提高高速客车动力学性能的三大指标: 运动稳定性、运行平稳性和曲线通过能力, 是高速客车研制的关键^[1]。抗蛇行减振器作为高速客车转向架系统的重要组成部件之一, 对转向架的蛇行运动稳定性和车辆的曲线通过性能具有重要的影响^[2-5], 然而在转向架设计中, 为了兼顾转向架蛇行运动稳定性和车辆曲线通过性能, 抗蛇行减振器阻尼参数

的选择往往是相互矛盾的。若阻尼参数选择过大, 则车体与转向架之间给予的回转阻力矩过大, 车辆的曲线通过性下降, 同时回转阻力矩过大使轨距变大, 可能导致列车脱轨; 反之, 不利于抑制转向架的蛇行运动, 使得车辆的运动稳定性下降, 因此, 如何合理选择抗蛇行减振器的阻尼参数是转向架设计中需要解决的重要问题。

近年来, 随着计算机技术的快速发展, 轨道车辆蛇行运动稳定性和曲线通过性的研究取得了显著进展, 为现代轨道车辆设计建立了良好的基础, 使设计进入了较高层次。然而, 目前国内外一直未曾给出高速客车抗蛇行减振器阻尼系数的解析设计方

* 国家自然科学基金(51575325)和山东省重点研发计划(2015GGX105006)资助项目。20170614 收到初稿, 20171102 收到修改稿

法, 大都是利用多体动力学仿真软件对轨道车辆的蛇行运动稳定性和曲线通过性能进行研究^[6-8], 进而对抗蛇行减振器的阻尼系数进行设计, 但抗蛇行减振器的初始阻尼参数值往往是未知的, 因此这种方法计算量太大, 耗时耗力。虽然也有学者利用常系数线性微分方程组特征值判稳法^[9-10]和数值积分方法^[11-13]对轨道车辆转向架系统的蛇行运动稳定性进行分析, 利用转向架回转阻力矩测试试验台对轨道车辆的曲线通过性进行分析^[14-17], 然而这些研究主要是针对给定阻尼参数的抗蛇行减振器进行的, 难以满足抗蛇行减振器阻尼参数正向设计的要求, 而且难以全面了解各因素对抗蛇行减振器阻尼系数的影响。

本文在高速客车结构参数、轴箱定位参数及车辆设计速度等参数给定的情况下, 根据转向架九自由度蛇行运动模型, 通过线性条件下的转向架蛇行运动稳定性和曲线通过性分析, 对基于运动稳定性和基于曲线通过性的抗蛇行减振器阻尼系数, 及基于运动稳定性和曲线通过性折中最优的抗蛇行减振器阻尼系数进行研究, 并结合实例, 对所设计抗蛇

行减振器阻尼系数进行仿真验证, 以期为高速客车抗蛇行减振器阻尼参数的初始设计提供有益参考。

1 转向架蛇行运动分析模型

1.1 蛇行运动模型及假定条件

实际的轨道车辆转向架系统是一个非常复杂的系统, 为了对转向架蛇行运动进行理论分析, 对基于运动稳定性的抗蛇行减振器的阻尼系数进行解析设计, 本文根据“三无结构”(无摇枕、无摇动台、无旁承)转向架的具体结构, 将其进行了合理的简化, 分别以转向架前轮对的质心 O_1 , 后轮对的质心 O_2 , 及转向架构架的质心 O 为坐标原点, 以垂直于车辆行驶方向向右及沿车辆行驶方向顺时针的方向为横摆运动和摇头运动的正方向, 建立了转向架九自由度蛇行运动模型, 如图 1 所示。其中, 模型中考虑了二系横向减振器和抗蛇行减振器的端部连接刚度, 每个轮对包括横摆与摇头 2 个自由度, 转向架构架包括横摆与摇头 2 个自由度, 坐标原点位于各自静平衡位置处。

图 1 转向架 9 自由度蛇行运动模型

图 1 中, M 为每台转向架构架的质量, 其中, 每台转向架构架的摇头转动惯量为 J_M ; m 为每一轮对的质量, 其中, 每一轮对的摇头转动惯量为 J_m ; W 为轴重; K_{1x} 、 K_{1y} 分别为每一轮对的纵向定位刚度和横向定位刚度; K_{2x} 、 K_{2y} 分别为每台转向架中央弹簧的纵向刚度和横向刚度; K_{ds} 为每台转向架单侧抗蛇行减振器的端部连接等效刚度, K_{dt} 为单支二

系横向减振器的端部连接等效刚度; C_t 为一对二系横向减振器的阻尼系数; C_s 为每台转向架待设计抗蛇行减振器的等效阻尼系数; a 为转向架轴距的一半, b 为车轮和钢轨接触点横向间距的一半, b_0 为二系横向减振器纵向安装间距的一半, b_1 为轮轴定位弹簧横向安装间距的一半, b_2 为每台转向架中央弹簧横向安装间距的一半, b_3 为抗蛇行减振器横向

安装间距的一半, r 为车轮滚动半径; v 为车辆运行速度; y_{m1} 、 φ_{m1} 分别为转向架前轮对的横摆位移和摇头位移, y_{m2} 、 φ_{m2} 分别为转向架后轮对的横摆位移和摇头位移, y_M 、 φ_M 分别为转向架构架的横摆位移和摇头位移, x 为抗蛇行减振器的活塞杆纵向位移, y_1 、 y_2 为二系横向减振器的活塞杆横摆位移。

在满足转向架蛇行运动研究要求的前提下, 为了避免繁琐的推导过程, 便于分析计算转向架的蛇行运动, 对基于运动稳定性的抗蛇行减振器的阻尼系数进行设计, 对转向架系统的物理模型作如下假定: ① 列车在平直轨道上等速运行, 且转向架及轮对都为刚体; ② 转向架与车体为弱耦合, 车体只给转向架垂直载荷, 在转向架发生蛇行运动时, 车体振动很小, 几乎处于静止状态^[18]; ③ 转向架构架的重心高度与车轴中心线一致, 忽略构架侧滚振动的影响^[18]; ④ 车轮与钢轨接触部位的滑动是线性弹性滑动, 轮轨间各方向弹性滑动系数相等, 忽略钢轨对轮缘的冲击作用; ⑤ 忽略轮轴绕 y 轴旋转产生的回转力矩及轮轨间自旋蠕滑力等微小因素的影响, 轮轨接触几何关系视为线性; ⑥ 不考虑各子系统之间的摩擦及转向架相对车体转动时所产生的摩擦力矩; ⑦ 在常规运行工况下悬挂及抗蛇行减振器的振动幅度及振动速度较小, 此时悬挂弹簧的刚度特性与二系横向及抗蛇行减振器的阻尼特性都处于线性特性段, 因此, 悬挂弹簧的刚度和二系横向及抗蛇行减振器的阻尼可视为线性。

1.2 转向架蛇行运动微分方程

1.2.1 轮轨间的蠕滑力

当踏面等效锥度为 λ 、滚动半径为 r 的轮对在直线轨道上以速度 v 行驶, 且发生正横摆位移 y 及正摇头位移 φ 时, 如图 2 所示。

图 2 轮对发生横摆位移 y 及摇头位移 φ

在轮轴振幅很小时, 轮轨间的蠕滑力可按线性蠕滑理论考虑^[18], 因此, 对于 A 轮, 其轮心的纵向速度为 $v - b\dot{\varphi}$, 横向速度为 $\dot{y} - v\varphi$, 转动速度为 $(r + \lambda y)\omega$, 因此可得 A 轮纵、横方向的蠕滑力分别为

$$\begin{cases} F_{Ax} = -f_{Ax} \frac{v - b\dot{\varphi} - (r + \lambda y)\omega}{r\omega} \\ F_{Ay} = -f_{Ay} \frac{\dot{y} - v\varphi}{r\omega} \end{cases} \quad (1)$$

式中, ω 为车轮滚动角速度, b 为车轮和钢轨接触点横向间距的一半, f_{Ax} 为 A 轮的纵向蠕滑系数, f_{Ay} 为 A 轮的横向蠕滑系数, $\lambda y \ll r$ 。

对于 B 轮, 其轮心的纵向速度为 $v + b\dot{\varphi}$, 横向速度为 $\dot{y} - v\varphi$, 转动速度为 $(r - \lambda y)\omega$, 因此, 可得 B 轮纵、横方向的蠕滑力分别为

$$\begin{cases} F_{Bx} = -f_{Bx} \frac{v + b\dot{\varphi} - (r - \lambda y)\omega}{r\omega} \\ F_{By} = -f_{By} \frac{\dot{y} - v\varphi}{r\omega} \end{cases} \quad (2)$$

式中, ω 为车轮滚动角速度, b 为车轮和钢轨接触点横向间距的一半, f_{Bx} 为 B 轮的纵向蠕滑系数, f_{By} 为 B 轮的横向蠕滑系数, $\lambda y \ll r$ 。

当不受牵引力和制动力作用时, 轮轴的蠕滑力和蠕滑力矩可表示为

$$\begin{cases} F_y = (F_{Ay} + F_{By}) + (F_{Ax} + F_{Bx})\varphi \\ M_z = -(F_{Ax} + F_{Bx})b \end{cases} \quad (3)$$

将式(1)、(2)代入式(3), 得到轮轴的蠕滑力和蠕滑力矩的具体表达式

$$\begin{cases} F_y = -(f_{Ay} + f_{By}) \frac{\dot{y} - v\varphi}{r\omega} + (f_{Ax} - f_{Bx}) \frac{(b\dot{\varphi} + \lambda y)\omega}{r\omega} \varphi - \\ \quad (f_{Ax} + f_{Bx}) \frac{v - r\omega}{r\omega} \varphi \\ M_z = - \left[(f_{Ax} + f_{Bx}) \frac{(b\dot{\varphi} + \lambda y)\omega}{r\omega} - (f_{Ax} - f_{Bx}) \frac{v - r\omega}{r\omega} \right] b \end{cases} \quad (4)$$

根据 $v = r\omega$, $f_{Ax} = f_{Bx}$, $f_{Ay} = f_{By}$ 及式(4), 可得不受牵引力和制动力作用且车轮摇头位移 φ 很小时, 轮轴的蠕滑力和蠕滑力矩为

$$\begin{cases} F_y = -f_1 \left(\frac{\dot{y}}{v} - \varphi \right) \\ M_z = -f_2 \left(\frac{b\lambda}{r} y + \frac{b^2}{v} \dot{\varphi} \right) \end{cases} \quad (5)$$

式中, f_1 为车轮的横向蠕滑系数, $f_1 = f_{Ay} + f_{By}$; f_2 为车轮的纵向蠕滑系数, $f_2 = f_{Ax} + f_{Bx}$ 。

1.2.2 转向架蛇行运动微分方程

在蛇行运动系统中, 由于蠕滑效应是以广义外力的形式作用在轮轨接触点处的, 因此, 根据式(5)及所建立的转向架 9 自由度蛇行运动模型, 在不计轨道耦合振动作用的影响及减振器质量情况下, 利用牛顿第二定律, 可建立转向架蛇行运动微分方程, 即

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{y}_{m1} + K_{1y}(y_{m1} - y_M - a\varphi_M) + W\lambda y_{m1}/b + \\ 2f_1(\dot{y}_{m1}/v - \varphi_{m1}) = 0 \\ m\ddot{y}_{m2} + K_{1y}(y_{m2} - y_M + a\varphi_M) + W\lambda y_{m2}/b + \\ 2f_1(\dot{y}_{m2}/v - \varphi_{m2}) = 0 \\ M\ddot{y}_M - K_{1y}(y_{m1} + y_{m2} - 2y_M) + K_{2y}y_M + \\ C_t(2\dot{y}_M - \dot{y}_1 - \dot{y}_2)/2 = 0 \\ J_m\ddot{\varphi}_{m1} + K_{1x}b_1^2(\varphi_{m1} - \varphi_M) - Wb\lambda\varphi_{m1} + \\ 2f_2(b\lambda y_{m1}/r + b^2\dot{\varphi}_{m1}/v) = 0 \\ J_m\ddot{\varphi}_{m2} + K_{1x}b_1^2(\varphi_{m2} - \varphi_M) - Wb\lambda\varphi_{m2} + \\ 2f_2(b\lambda y_{m2}/r + b^2\dot{\varphi}_{m2}/v) = 0 \\ J_M\ddot{\varphi}_M - K_{1x}b_1^2(\varphi_{m1} + \varphi_{m2} - 2\varphi_M) - \\ K_{1y}a(y_{m1} - y_{m2} - 2a\varphi_M) + K_{2x}b_2^2\varphi_M + \\ C_t b_0(\dot{y}_2 - \dot{y}_1 + 2b_0\dot{\varphi}_M)/2 + C_s b_3(b_3\dot{\varphi}_M - \dot{x}) = 0 \\ 2K_{dt}y_1 - C_t(\dot{y}_M - \dot{y}_1 + b_0\dot{\varphi}_M) = 0 \\ 2K_{dt}y_2 - C_t(\dot{y}_M - \dot{y}_2 - b_0\dot{\varphi}_M) = 0 \\ 2K_{ds}x - C_s(b_3\dot{\varphi}_M - \dot{x}) = 0 \end{array} \right. \quad (6)$$

利用式(6), 可对转向架蛇行运动稳定性和基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数进行分析。

2 抗蛇行减振器阻尼系数解析研究

2.1 基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数

抗蛇行减振器主要用于抑制高速客车转向架的蛇行运动, 提高产生蛇行运动时的临界速度, 因而对于车辆结构参数、轴箱定位参数及设计速度已知的高速客车, 可以转向架蛇行运动稳定性为目标, 对基于运动稳定性的抗蛇行减振器的阻尼系数进行分析研究。

虽然线性稳定性方法与非线性稳定性方法存在一定差异, 但考虑到线性稳定性方法具有计算速度快、容易考虑轮轨参数变化等特点, 非常适合于进行前期的规律性探索研究, 故本文在进行稳定性分析时, 借鉴文献[9]中利用赫尔维茨稳定判据分析

转向架蛇行运动临界速度的方法, 对基于运动稳定性的抗蛇行减振器的阻尼系数进行研究。根据式(6)对其进行拉氏变换, 并表示为矩阵形式

$$\begin{pmatrix} A_0 & 0 & A_1 & A_2 & 0 & A_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_0 & A_1 & 0 & A_2 & A_4 & 0 & 0 & 0 \\ A_1 & A_1 & A_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_6 & A_6 \\ A_7 & 0 & 0 & A_8 & 0 & A_9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_7 & 0 & 0 & A_8 & A_9 & 0 & 0 & 0 \\ A_3 & A_4 & 0 & A_9 & A_9 & A_{10} & A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{11} & A_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{15} & 0 & 0 & A_{16} & 0 & A_{17} & 0 \\ 0 & 0 & A_{15} & 0 & 0 & A_{18} & 0 & 0 & A_{17} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{m1} \\ y_{m2} \\ y_M \\ \varphi_{m1} \\ \varphi_{m2} \\ \varphi_M \\ x \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中, $A_0=ms^2+K_{1y}+2f_1s/v+W\lambda/b$, $A_1=-K_{1y}$, $A_2=-2f_1$, $A_3=-aK_{1y}$, $A_4=aK_{1y}$, $A_5=Ms^2+2K_{1y}+K_{2y}+C_t s$, $A_6=-C_t s/2$, $A_7=2f_2b\lambda/r$, $A_8=J_m s^2+K_{m\varphi}+2f_2b^2s/v-W\lambda b$, $A_9=-K_{m\varphi}$, $A_{10}=J_M s^2+C_{t\varphi} s+C_{s\varphi} s+2K_{m\varphi}+2a^2K_{1y}+K_{M\varphi}$, $A_{11}=-C_s b_3 s$, $A_{12}=-C_t b_0 s/2$, $A_{13}=C_t b_0 s/2$, $A_{14}=C_s s+2K_{ds}$, $A_{15}=-C_t s$, $A_{16}=-C_t b_0 s$, $A_{17}=C_t s+2K_{dt}$, $A_{18}=C_t b_0 s$; 其中, $K_{m\varphi}=b_1^2 K_{1x}$, $K_{M\varphi}=b_2^2 K_{2x}$, $C_{t\varphi}=b_0^2 C_t$, $C_{s\varphi}=b_3^2 C_s$ 。

根据式(7), 可得转向架 9 自由度蛇行运动微分方程的赫尔维茨特征行列式为

$$D(s) = \begin{vmatrix} A_0 & 0 & A_1 & A_2 & 0 & A_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_0 & A_1 & 0 & A_2 & A_4 & 0 & 0 & 0 \\ A_1 & A_1 & A_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_6 & A_6 \\ A_7 & 0 & 0 & A_8 & 0 & A_9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_7 & 0 & 0 & A_8 & A_9 & 0 & 0 & 0 \\ A_3 & A_4 & 0 & A_9 & A_9 & A_{10} & A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{11} & A_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{15} & 0 & 0 & A_{16} & 0 & A_{17} & 0 \\ 0 & 0 & A_{15} & 0 & 0 & A_{18} & 0 & 0 & A_{17} \end{vmatrix} \quad (8)$$

将式(8)展开, 得到赫尔维茨稳定判据的特征方程式, 即

$$a_0 s^{15} + a_1 s^{14} + a_2 s^{13} + a_3 s^{12} + a_4 s^{11} + a_5 s^{10} + a_6 s^9 + a_7 s^8 + a_8 s^7 + a_9 s^6 + a_{10} s^5 + a_{11} s^4 + a_{12} s^3 + a_{13} s^2 + a_{14} s + a_{15} = 0 \quad (9)$$

式中, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{15}$ 分别为以车辆参数及车辆运行速度表示的特征方程式的各阶系数, 其中, $a_0 > 0, a_1 > 0, \dots, a_{15} > 0$ 。

根据特征方程式(9), 得到赫尔维兹行列式

$$A_5 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & a_{11} & a_{13} & a_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & a_{10} & a_{12} & a_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & a_{11} & a_{13} & a_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & a_{10} & a_{12} & a_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & a_{11} & a_{13} & a_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & a_{10} & a_{12} & a_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & a_{11} & a_{13} & a_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & a_{11} & a_{13} & a_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & a_{11} & a_{13} & a_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & a_{11} & a_{13} & a_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & a_{11} & a_{13} & a_{15} \end{vmatrix} \quad (10)$$

根据赫尔维茨行列式(10), 利用赫尔维茨稳定判据^[19], 对转向架系统蛇行运动的稳定性进行判定, 即令赫尔维茨行列式及其所有的子列式

$$\Delta_1 = |a_1|, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}, \quad \dots, \quad \Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & a_{n-1} & a_n \end{vmatrix} \quad (11)$$

都为正数, 即 $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \dots, \Delta_n > 0$, 其中, $n=1, 2, \dots, 15$ 。

根据赫尔维茨稳定判据, 可知若 $a_0 > 0, a_1 > 0, \dots, a_{15} > 0$, 式(11)中的若干个不等式都是多余的, 此时根据稳定性临界条件 $\Delta_{15} = 0$, 可建立基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数解析计算数学模型, 即

$$\begin{aligned} & D_0 C_s^{27} + D_1 C_s^{26} + D_2 C_s^{25} + D_3 C_s^{24} + D_4 C_s^{23} + D_5 C_s^{22} + \\ & D_6 C_s^{21} + D_7 C_s^{20} + D_8 C_s^{19} + D_9 C_s^{18} + D_{10} C_s^{17} + \\ & D_{11} C_s^{16} + D_{12} C_s^{15} + D_{13} C_s^{14} + D_{14} C_s^{13} + D_{15} C_s^{12} + \\ & D_{16} C_s^{11} + D_{17} C_s^{10} + D_{18} C_s^9 + D_{19} C_s^8 + D_{20} C_s^7 + D_{21} C_s^6 + \\ & D_{22} C_s^5 + D_{23} C_s^4 + D_{24} C_s^3 + D_{25} C_s^2 + D_{26} C_s + D_{27} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

式中, $D_0, D_1, \dots, D_{27}$ 分别为以车辆参数及车辆运行速度表示的基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数解析计算数学模型的各阶常系数。

求解式(12)关于 C_s 的正实数根, 便可得到基于运动稳定性的抗蛇行减振器的阻尼系数, 即 C_{hs} 。

2.2 基于曲线通过性的抗蛇行减振器阻尼系数

在转向架设计优化中, 一般从减少转向架通过

曲线时的轮轨侧向力及磨损方面考虑, 转向架回转阻力矩不宜过大^[20], 因而对于车辆结构参数、轴箱定位参数及设计速度已知的高速客车, 可以车辆通过曲线轨道时车辆脱轨安全性为目标, 对基于曲线通过性的抗蛇行减振器的阻尼系数进行分析研究。

车辆在曲线轨道上行驶, 且转向架与车体间的相对转动角度为 θ 时, 转向架回转阻力矩是由抗蛇行减振器回转阻力矩、二系横向减振器回转阻力矩及中央弹簧回转阻力矩所提供的。

抗蛇行减振器的回转阻力矩

$$T_1 = C_s b_3^2 \dot{\theta} \quad (13)$$

式中, C_s 为每台转向架待设计抗蛇行减振器的等效阻尼系数, b_3 为抗蛇行减振器横向安装间距的一半。

二系横向减振器的回转阻力矩

$$T_2 = C_t b_0^2 \dot{\theta} \quad (14)$$

式中, C_t 为一对二系横向减振器的阻尼系数, b_0 为二系横向减振器纵向安装间距的一半。

中央弹簧的回转阻力矩

$$T_3 = K_{2x} b_2^2 \sin \theta \quad (15)$$

式中, K_{2x} 为每台转向架中央弹簧的纵向刚度, b_2 为每台转向架中央弹簧横向安装间距的一半。

根据转向架回转角度与轨道圆曲线半径间的关系, 如图3所示, 可得

$$\sin \theta = \frac{L}{2R} \quad (16)$$

式中, R 为轨道圆曲线半径, L 为车辆定距。

图3 转向架回转角度与轨道半径间的关系

根据转向架回转速度与车辆速度、缓和曲线长度、轨道圆曲线半径间的关系, 可得车辆通过曲线轨道最小半径时的转向架的回转速度

$$\dot{\theta} = \frac{LV_r}{2Rl} \quad (17)$$

式中, V_r 为车辆通过曲线轨道时的最高通过速度, l 为曲线轨道的缓和曲线长度。

在转向架设计优化中, 为保证轮对的脱轨安全

性和减载率,当车辆在通过最小半径曲线时,转向架回转阻力系数必须不大于 0.08^[21-22],即

$$\frac{T}{4Qa} \leq 0.08 \quad (18)$$

式中, T 为转向架回转阻力矩, Q 为转向架平均轴重, a 为转向架轴距的一半; 其中, $T=T_1+T_2+T_3$ 。

因此,根据式(13)~(18),可得轨道车辆在曲线轨道上运行所允许的抗蛇行减振器的阻尼系数

$$C_s \leq \frac{0.64QaRl - C_t b_0^2 LV_r - K_{2x} b_2^2 Ll}{b_3^2 LV_r} \quad (19)$$

将 $Q=W$, 代入式(19), 可求得基于曲线通过性的抗蛇行减振器的阻尼系数, 即

$$C_{cs} = \frac{0.64WaRl - C_t b_0^2 LV_r - K_{2x} b_2^2 Ll}{b_3^2 LV_r} \quad (20)$$

2.3 基于运动稳定性和曲线通过性折中最优的抗蛇行减振器阻尼系数

为了提高转向架在直线轨道上的蛇行运动稳定性, 通常将抗蛇行减振器的阻尼取大一些, 但是从提高轨道车辆曲线通过性能方面考虑, 抗蛇行减振器的阻尼系数不宜过大。因此, 为了获得理想的兼顾稳定性和曲线通过的性能指标, 抗蛇行减振器的阻尼系数须处于基于运动稳定性的阻尼系数和基于曲线通过性的阻尼系数之间。

本文借鉴文献[23]利用黄金分割法确定轨道车辆系统平衡位置失稳临界状态的思想, 对基于运动稳定性和基于曲线通过性折中最优的抗蛇行减振器的阻尼系数进行研究, 即根据式(12)确定的 C_{hs} 和式(20)确定的 C_{cs} , 利用黄金分割法, 建立抗蛇行减振器的等效阻尼系数计算数学模型

$$C_s = C_{hs} + (1 - 0.618)(C_{cs} - C_{hs}) \quad (21)$$

从而根据每台转向架上抗蛇行减振器的安装个数 n , 及式(21)所确定的抗蛇行减振器等效阻尼系数 C_s , 计算得到基于运动稳定性和曲线通过性折中最优的单支抗蛇行减振器的阻尼系数为

$$C_{os} = C_s / n \quad (22)$$

3 主要影响因素分析

抗蛇行减振器阻尼系数不仅受车辆结构参数的影响, 而且还受车辆运行速度、车轮踏面等效锥度、端部连接刚度及减振器安装间距等因素的影响。下面以某“三无结构”转向架的高速客车为例, 利用式(12)和式(20), 对抗蛇行减振器阻尼系数的主要影响因素进行分析。

3.1 基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数的主要影响因素分析

3.1.1 车辆运行速度的影响

当车辆结构参数和轨道参数一定时, 基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随着车辆运行速度 v 的增加先增大, 然后逐渐减小。在不同车辆运行速度下, 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随车辆运行速度 v 变化的曲线如图 4 所示。

图 4 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随车辆运行速度 v 的变化

3.1.2 车轮踏面等效锥度的影响

当车辆运行速度一定时, 基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随着车轮踏面等效锥度 λ 的增加而变化, 其中, 阻尼系数 C_{hs} 随着车轮踏面等效锥度 λ 的增加出现极大值和极小值。在不同车轮踏面等效锥度下, 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随车轮踏面等效锥度 λ 变化的曲线如图 5 所示。

图 5 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随车轮踏面锥度 λ 的变化

3.1.3 抗蛇行减振器端部连接刚度的影响

当车辆运行速度一定时, 在大刚度范围内, 基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随着端部连接刚度 K_{ds} 的增加先逐渐增大, 然后趋于稳定。在不同端部连接刚度下, 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随端部连接刚度 K_{ds} 变化的曲线如图 6 所示。

3.1.4 抗蛇行减振器横向安装间距的影响

当车辆运行速度一定时, 基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随着横向安装间距 b_3 的增加而减小。在不同横向安装间距下, 抗蛇行减振器

阻尼系数 C_{hs} 随横向安装间距 b_3 变化的曲线如图 7 所示。

图6 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随端部连接刚度 K_{ds} 的变化

图7 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{hs} 随横向安装间距 b_3 的变化

3.2 基于曲线通过性的抗蛇行减振器阻尼系数的主要影响因素分析

3.2.1 抗蛇行减振器横向安装间距的影响

当车辆运行速度一定时, 基于曲线通过性的抗蛇行减振器阻尼系数 C_{cs} 随着横向安装间距 b_3 的增加而减小。在不同横向安装间距下, 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{cs} 随横向安装间距 b_3 变化的曲线如图 8 所示。

图8 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{cs} 随横向安装间距 b_3 的变化

3.2.2 车辆通过曲线轨道的最高通过速度的影响

当车辆结构参数和轨道参数一定时, 基于曲线通过性的抗蛇行减振器阻尼系数 C_{cs} 随着最高通过速度 V_r 的增加而减小。在不同最高通过速度下, 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{cs} 随车辆通过曲线轨道的最高通过速度 V_r 变化的曲线如图 9 所示。

图9 抗蛇行减振器阻尼系数 C_{cs} 随最高通过速度 V_r 的变化

4 计算实例及正确性验证

4.1 计算实例

本文以某高速客车为例, 通过转向架蛇行运动稳定性和车辆曲线通过性能折中, 对抗蛇行减振器阻尼系数进行设计。该车辆的设计速度 $v=300$ km/h, 单台转向架构架的质量 $M=2\,758$ kg、摇头转动惯量 $J_M=4\,426$ kg·m²; 每一轮对的质量 $m=1\,721$ kg、摇头转动惯量 $J_m=900$ kg·m²; 轴重 $W=150\,000$ N; 每一轮对的纵向定位刚度 $K_{Lx}=13.739\times 10^6$ N/m、横向定位刚度 $K_{Ly}=4.892\times 10^6$ N/m; 每台转向架中央弹簧的纵向刚度 $K_{2x}=0.18\times 10^6$ N/m、横向刚度 $K_{2y}=0.18\times 10^6$ N/m; 每台转向架单侧抗蛇行减振器的端部连接等效刚度 $K_{ds}=100\times 10^6$ N/m, 单支二系横向减振器的端部连接等效刚度 $K_{dt}=50\times 10^6$ N/m; 一对二系横向减振器的阻尼系数 $C_t=90$ kN·s/m; 转向架轴距的一半 $a=1.35$ m, 车轮和钢轨接触点横向间距的一半 $b=0.746\,5$ m, 二系横向减振器纵向安装间距的一半 $b_0=0.67$ m, 轮轴定位弹簧横向安装间距的一半 $b_1=1.15$ m, 每台转向架中央弹簧横向安装间距的一半 $b_2=1.3$ m, 抗蛇行减振器横向安装间距的一半 $b_3=1.4$ m, 车轮滚动半径 $r=0.445$ m; 车轮的横向蠕滑系数 $f_1=16\,990$ kN、纵向蠕滑系数 $f_2=16\,990$ kN, 车轮踏面等效锥度 $\lambda=0.15$; 车辆定距 $L=19$ m, 曲线轨道的最小半径 $R=300$ m, 车辆通过曲线轨道时的最高通过速度 $V_r=75$ km/h, 曲线轨道的缓和曲线长度 $l=60$ m; 每台转向架待设计抗蛇行减振器的等效阻尼系数为 C_s , 每台转向架上安装有两支抗蛇行减振器, 即 $n=2$ 。

根据该高速客车的车辆结构参数、轴箱定位参数及设计速度, 利用所建立的抗蛇行减振器阻尼系数设计方法, 对该车辆抗蛇行减振器阻尼系数进行了实例计算, 所得到的抗蛇行减振器阻尼系数值如表 1 所示。

表 1 抗蛇行减振器阻尼系数设计值

阻尼系数	设计值
基于运动稳定性的阻尼系数 $C_{hs}/(\text{kN}\cdot\text{s}/\text{m})$	108.9
基于曲线通过性的阻尼系数 $C_{cs}/(\text{kN}\cdot\text{s}/\text{m})$	2 539.2
折中最优等效阻尼系数 $C_s/(\text{kN}\cdot\text{s}/\text{m})$	1 037.3
单支减振器折中最优阻尼系数 $C_{os}/(\text{kN}\cdot\text{s}/\text{m})$	518.7

由表 1 可知, 所设计的基于运动稳定性和曲线通过性折中最优的抗蛇行减振器阻尼系数 $C_{os}=518.7 \text{ kN}\cdot\text{s}/\text{m}$ 在抗蛇行减振器的可行性设计区间^[24-25]范围内, 表明所设计的抗蛇行减振器阻尼系数是可靠的。

4.2 正确性验证

根据计算实例中所给出的高速客车的车辆结构参数、轴箱定位参数、设计速度、设计得到的抗蛇行减振器阻尼系数及式(6), 利用 Matlab 软件的 Simulink 工具箱, 对该高速客车的转向架蛇行运动进行了模型仿真, 所得到的转向架构架的横摆位移及摇头位移随时间变化的曲线, 分别如图 10、11 所示。

图 10 转向架构架横摆位移随时间变化的曲线

图 11 转向架构架摇头位移随时间变化的曲线

由图 10、11 可见, 当所选取抗蛇行减振器的等效阻尼系数 $C_s=108.8 \text{ kN}\cdot\text{s}/\text{m}$, 小于基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数 $108.9 \text{ kN}\cdot\text{s}/\text{m}$ 时, 转向架构架横摆位移和摇头位移的幅值越来越大; 当所选取抗蛇行减振器的等效阻尼系数等于基于运动稳定

性和曲线通过性折中最优的抗蛇行减振器阻尼系数 $1 037.3 \text{ kN}\cdot\text{s}/\text{m}$ 时, 转向架构架横摆位移和摇头位移的幅值趋于稳定, 此时转向架的回转阻力系数等于 0.04 , 满足所规定的回转阻力系数小于 0.08 的要求^[21-22], 表明所建立的基于运动稳定性和基于曲线通过性的抗蛇行减振器阻尼系数解析计算数学模型, 及基于运动稳定性和曲线通过性折中最优的抗蛇行减振器阻尼系数解析计算数学模型是正确的。

5 阻尼匹配解析设计方法可靠性验证

对于建立的高速客车抗蛇行减振器阻尼匹配解析设计方法, 可通过仿真分析或实车试验检验其可靠性。然而由于实车试验受许多条件的限制, 因此, 本文通过仿真分析检验其可靠性。根据计算实例中所给出的车辆参数值, 利用 SIMPACK 多体动力学仿真分析软件建立高速客车 SIMPACK 整车仿真模型对其进行模型仿真。其中, 模型中的其他主要车辆参数见表 2, 所建立的仿真模型见图 12。

表 2 车辆参数

参数	数值
车体质量/kg	63 966
转向架中心距/m	19
构架质心距轨面高度/m	0.484
车体质心距轨面高度/m	1.7
车体总长度/m	26
车体总宽度/m	3.2
轮对的侧滚转动惯量(相对于车轴中心)/(kg·m ²)	900
轮对的点头转动惯量(相对于车轴中心)/(kg·m ²)	96
构架的侧滚转动惯量(相对于质心)/(kg·m ²)	2 212
构架的点头转动惯量(相对于质心)/(kg·m ²)	2 222
车体的侧滚转动惯量/(kg·m ²)	77 200
车体的点头转动惯量/(kg·m ²)	2 887 500
车体的摇头转动惯量/(kg·m ²)	2 887 500
一系轴箱弹簧的垂向刚度(每轴箱)/(MN/m)	2.74
转向架中央弹簧的垂向刚度(单个)/(MN/m)	0.57
一系垂向减振器的阻尼(单个)/(kN·s/m)	14.15
二系悬挂的垂向阻尼(单个)/(kN·s/m)	59.35

图 12 高速客车 SIMPACK 整车仿真模型

利用所建立的高速客车 SIMPACK 整车仿真模型, 对其进行仿真分析, 所得到的转向架构架的横摆位移及摇头位移时域信号见图 13、14。

图 13 转向架构架横摆位移时域信号

图 14 转向架构架摇头位移时域信号

从图 13、14 可以看出, 在单支抗蛇行减振器的阻尼系数为 $518.7 \text{ kN}\cdot\text{s/m}$ 情况下, 转向架构架横摆位移和摇头位移的幅值趋于稳定, 可知所设计的抗蛇行减振器的阻尼系数能够有效抑制转向架的蛇行运动; 此外, 仿真分析可知在该抗蛇行减振器阻尼系数下, 车辆具有良好的曲线通过性。结果表明, 所建立的高速客车抗蛇行减振器阻尼匹配解析设计方法是正确、可靠的。

6 结论

本文根据转向架九自由度蛇行运动模型, 通过车辆运动稳定性分析, 利用赫尔维茨稳定判据, 建立了基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数解析计算数学模型; 根据车辆通过曲线轨道时车辆脱轨安全性的要求, 建立了基于曲线通过性的抗蛇行减振器阻尼系数解析计算数学模型; 在此基础上, 利用黄金分割法, 建立了基于运动稳定性和曲线通过性折中最优的抗蛇行减振器阻尼系数解析设计方法, 并对其主要影响因素进行了分析。所得主要影响因素对抗蛇行减振器阻尼系数的影响主要体现在以下几个方面。

(1) 当车辆结构参数和轨道参数一定时, 基于运动稳定性的抗蛇行减振器的阻尼系数随着车辆运行速度的增加先增大, 然后逐渐减小; 基于曲线通过性的抗蛇行减振器的阻尼系数随着车辆通过曲线轨道的最高通过速度的增加而减小。

(2) 当车辆运行速度一定时, 基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数随着车轮踏面等效锥度的增加而变化, 其中, 抗蛇行减振器阻尼系数随着车轮踏面等效锥度的增加出现极大值和极小值; 在大刚度范围内, 基于运动稳定性的抗蛇行减振器阻尼系数随着端部连接刚度的增加先逐渐增大, 然后趋于稳定。此外, 基于运动稳定性和基于曲线通过性的抗蛇行减振器阻尼系数随着横向安装间距的增大而减小。

本文从理论推导出发, 以机车线性化模型为基础, 建立了高速客车抗蛇行减振器阻尼匹配解析设计方法, 可为高速客车抗蛇行减振器阻尼参数的初始设计提供有益参考, 也可为非线性条件下的高速客车抗蛇行减振器的阻尼匹配提供借鉴。然而, 实际轨道车辆运行时, 存有诸多非线性因素, 如非线性悬挂、非线性轮轨接触关系等, 对于非线性条件下的抗蛇行减振器的阻尼匹配方法, 将在后续研究中对其进行讨论。

参 考 文 献

- [1] 张卫华, 沈志云. 车辆系统非线性运动稳定性研究[J]. 铁道学报, 1996, 18(1): 29-34.
ZHANG Weihua, SHEN Zhiyun. Nonlinear stability analysis of railway vehicle system[J]. Journal of the China Railway Society, 1996, 18(1): 29-34.
- [2] CUI D B, LI L, JIN X S, et al. Influence of vehicle parameters on critical hunting speed based on ruzicka model[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2012, 25(3): 536-542.
- [3] 秦震, 周素霞, 孙晨龙, 等. 减振器特性参数对高速动车组临界速度的影响研究[J]. 机械工程学报, 2017, 53(6): 138-144.
QIN Zhen, ZHOU Suxia, SUN Chenlong, et al. Influence of hydraulic shock absorber characteristic parameters on the critical speed of high-speed trains[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(6): 138-144.
- [4] BRAGHIN F, BRUNII S, RESTA F. Active yaw damper for the improvement of railway vehicle stability and curving performances: simulations and experimental results[J]. Veh. Syst. Dyn., 2006, 44(11): 857-869.
- [5] 陆冠东. 抗蛇行减振器在高速客车上的应用[J]. 铁道车辆, 2006, 44(8): 6-8.
LU Guandong. Application of anti-hunting motion

- dampers on high speed trains[J]. Rolling Stock, 2006, 44(8): 6-8.
- [6] SPIRYAGIN M, SUN Y Q, COLE C, et al. Development of a real-time bogie test rig model based on railway specialised multibody software[J]. Veh. Syst. Dyn., 2013, 51(2): 236-250.
- [7] EOM B G, LEE H S. Assessment of running safety of railway vehicles using multibody dynamics[J]. Int. J. Precis. Eng. Man., 2010, 11(2): 315-320.
- [8] EICHBERGER A, HOFMANN G. TMPT: Multi-body package SIMPACK[J]. Veh. Syst. Dyn., 2007, 45(Suppl.): 207-216.
- [9] 陈秀东, 张万九. 高速转向架蛇行运动的理论分析[J]. 吉林师大学报, 1980(1): 8-19.
CHEN Xiudong, ZHANG Wanjiu. A theoretic analysis of hunting movements of high speed truck[J]. Journal of Jilin Normal University, 1980(1): 8-19.
- [10] 孟宏. 提速机车车辆横向运动稳定性研究及应用[D]. 成都: 西南交通大学, 2009.
MENG Hong. Research on lateral stability of speed-raising railway vehicles and its application[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2009.
- [11] TRYE H, CHR K P. A bifurcation analysis of nonlinear oscillations in railway vehicles[C]//Proceedings of 8th IAVSD Symposium on Vehicle System Dynamics. Netherlands: Swets & Zeitlunger, 1984: 655-665.
- [12] 曾京, 郭平波. 车辆系统稳态方程收敛解的数值求解[J]. 铁道学报, 1994, 16(增刊): 125-130.
ZENG Jing, WU Pingbo. Algorithm study for the convergent solution steady state equations of vehicle systems[J]. Journal of the China Railway Society, 1994, 16(Suppl.): 125-130.
- [13] 王开云, 刘鹏飞. 铁路货车通过曲线轨道时的非线性运动稳定性研究[J]. 中国铁道科学, 2011, 32(2): 85-89.
WANG Kaiyun, LIU Pengfei. Research on the nonlinear hunting stability of railway freight car on curved track[J]. China Railway Science, 2011, 32(2): 85-89.
- [14] ZHOU L, SHEN Z Y. Dynamic analysis of a high-speed train operating on a curved track with failed fasteners[J]. Journal of Zhejiang University-Science A(Applied Physics & Engineering), 2013, 14(6): 447-458.
- [15] GRASSIE S L, ELKINS J A. Traction and curving behaviour of a railway bogie[J]. Veh. Syst. Dyn., 2006, 44(Suppl.): 883-891.
- [16] 曹晓宁, 刘玉梅, 苏建, 等. 转向架与车体间的回转阻力矩测定[J]. 上海交通大学学报, 2013, 47(6): 979-983.
CAO Xiaoning, LIU Yumei, SU Jian, et al. Determination of rotation resistance moment between bogie and body[J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2013, 47(6): 979-983.
- [17] 刘鹏飞, 翟婉明, 王开云. 高速客车转臂式轴箱定位转向架曲线通过特性[J]. 铁道学报, 2012, 34(9): 20-25.
LIU Pengfei, ZHAI Wanming, WANG Kaiyun. Curving characteristics of high-speed passenger car with rotating-arm bogie[J]. Journal of the China Railway Society, 2012, 34(9): 20-25.
- [18] 王福天. 车辆系统动力学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1994.
WANG Futian. Vehicle system dynamics[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1994.
- [19] 诸德培. 摆振理论及防摆措施[M]. 北京: 国防工业出版社, 1984.
ZHU Depei. Pendulum vibration theory and anti swing measures[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1984.
- [20] 郭荣生. 高速客车转向架的回转阻尼—L78 型转向架旁承支重的参数设计[J]. 铁道车辆, 1963(10): 1-6.
GUO Rongsheng. The parameter design of the side bearing support of the high speed passenger car bogie L78 type bogie[J]. Rolling Stock, 1963(10): 1-6.
- [21] HUANG Y M, WANG T S. Rotational resistance behavior and field testing of two-axle bogie design[J]. Veh. Syst. Dyn., 1999, 31(1): 47-63.
- [22] 黄彪, 郭平波, 杨世杰, 等. 转向架参数测试台数据处理方法[J]. 交通运输工程学报, 2009, 9(6): 54-58.
HUANG Biao, WU Pingbo, YANG Shijie, et al. Data-processed method of bogie parameters test rig[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2009, 9(6): 54-58.
- [23] 曾京. 车辆系统的蛇行运动分叉及极限环的数值计算[J]. 铁道学报, 1996, 18(3): 13-19.
ZENG Jing. Numerical computations of the hunting bifurcation and limit cycles for railway vehicle system[J]. Journal of the China Railway Society, 1996, 18(3): 13-19.
- [24] 杨国桢, 王福天. 机车车辆液压减振器[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002.
YANG Guozhen, WANG Futian. Locomotive vehicle hydraulic shock absorber[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2002.
- [25] 池茂儒, 张卫华, 曾京, 等. 高速客车转向架悬挂参数分析[J]. 大连交通大学学报, 2007, 28(3): 13-19.
CHI Maoru, ZHANG Weihua, ZENG Jing, et al. Study of suspension parameter of high speed passenger car bogies[J]. Journal of Dalian Jiao Tong University, 2007, 28(3): 13-19.

作者简介: 于曰伟, 男, 1989 年出生, 博士研究生。主要研究方向为轨道车辆动力学与控制。

E-mail: yuyuewei2010@163.com

周长城(通信作者), 男, 1962 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为汽车和机车车辆动力学与控制。

E-mail: greatwall@sdut.edu.cn