DOI: 10.3901/JME.2019.01.025

全域恒平衡并联机构构型设计与平衡特性分析*

赵延治^{1,2} 梁博文^{1,2} 边辉^{1,2} 杨伟^{1,2} 赵铁石^{1,2}

(1. 燕山大学河北省并联机器人与机电系统重点实验室 秦皇岛 066004;

2. 先进锻压成形技术与科学教育部重点实验室(燕山大学) 秦皇岛 066004)

摘要: 提出一类全域恒平衡并联机构构型, 该机构由内外双层并联机构组成, 其中内层平衡机构具有雅可比矩阵恒定的特性, 在工作空间任意位姿下无须实时控制输入力的大小和方向即可提供恒定的平衡力。利用虚设机构法和影响系数法建立这类机构的动力学模型, 以 3-PUU/3-PRRR 机构为例, 分析验证了 3-PRRR 平衡机构相比与配重法所具有的优势。3-PUU/3-PRRR 并联机构能够在整个工作空间, 即全域内的任意位姿下实现恒定的平衡特性, 论证了提出的这类全域恒平衡并联机构具有优良的平衡特性。

关键词: 全域恒平衡; 动力学; 平衡特性

中图分类号: TG156

Design of Global Constant Balance Parallel Mechanism and Its Balance Performance Analysis

ZHAO Yanzhi^{1,2} LIANG Bowen^{1,2} BIAN Hui^{1,2} YANG Wei^{1,2} ZHAO Tieshi^{1,2}

(1. Hebei Provincial Key Laboratory of Parallel Robot and Mechatronic System,

Yanshan University, Qinhuangdao 066004;

2. Key Laboratory of Advanced Forging & Stamping Technology and Science (Yanshan University),

Ministry of Education of China, Qinhuangdao 066004)

Abstract: A type of global constant balance parallel mechanism which is consisted by inter-outer layer parallel mechanism is proposed. The global constant balance performance of this kind of parallel mechanism can be achieved by just keeping the magnitude and direction of input force of inner balance mechanism because its Jacobian matrix is constant. Based on the influence coefficient method, the dynamics model of this kind of mechanism is established. With 3-PUU/3-PRRR parallel mechanism taken as an example, the advantages of 3-PRRR parallel mechanism as balance mechanism have been proved by compared with counterweight law. It is proved that the global constant balance parallel mechanism has excellent balance performance.

Key words: global constant balance; dynamics; balance performance

0 前言

当并联机构工作时, 驱动关节会产生相应的驱动力克服负载和动平台的重力。当机构承受重载时, 带动负载实现期望运动轨迹所需的驱动力将会很大, 不仅影响机构的工作寿命, 同时会降低其工作效率和运动精度。通过重力平衡能有效解决上述问题, 同时使并联机构具有更高的承载能力和更优良

的动力学性能^[1-2]。通过在分支中增设配重、弹簧, 是实现重力平衡的常见方式。GOSSELIN 等^[3-6]利用配重法和弹簧法对多种平面及空间并联机构进行了研究分析。孟祥志等^[7]采用配重法实现了 3-PRS 并联结构的平衡。陈有清等^[8]通过剪叉机构设计一种配重平衡装置, 并对 3-(2SPS)并联机构进行平衡特性分析。SEO 等^[9]对配重法重物在机构中安置的位置进行了对比分析。用配重和弹簧实现重力平衡的原理上相对简单, 但会增大机构整体的重量及惯量, 有时对机构的性能都会产生不利的影响。此外, 通过设计平衡机构也是实现重力平衡的方法之一。BARADAT 等^[10]通过剪叉机构实现了 Stewart 平台和 Delta 机构的重力平衡。苑飞虎等^[11]提出一种

* 国家重点研发计划(2017YFE0112200)、河北省自然科学基金(E2018203436)、河北省高等学校科学技术研究(ZD2018024)和中国博士后科学基金(2016M590212)资助项目。20180106 收到初稿, 20181128 收到修改稿

6UPS-3UPS/UPU-R 并联机构,通过内层平衡并联机构可以实现负载的重力平衡。孟祥志等^[12]提出了3-TPS(RRR)并联机床平衡机构的设计方案,并对平衡机构参数进行了优化。李晓成等^[13]采用三条冗余支腿来平衡负载重力,以降低其他主支腿的驱动力。对于现有的平衡机构,需要根据机构位姿变化而对其输出的平衡力大小进行实时控制才能在整个工作空间全域内实现重力恒平衡,提高了机构整体的控制难度。

若能设计一种重力平衡机构,在机构的工作空间全域内均能始终发挥良好的平衡作用,并且控制又相对简单,将会带来很高的实际应用价值。针对上述问题设计了一类可以实现全域恒平衡的并联机构构型,该类机构由内外两层并联机构组成,外层为一般并联机构,内层为恒雅克比并联机构。内层机构作为平衡机构,具有雅可比矩阵恒定的特性,在其输入力大小和方向不变的条件下,可以在工作空间内的任意位姿下提供恒定的平衡力,即无须根据机构位姿变化实时控制平衡机构输入力大小和方向。建立了这类全域恒平衡并联机构的动力学模型。以3-PUU/3-PRRR 并联机构为例,通过与使用配重法平衡的3-PUU 并联机构对比,验证了该类并联机构优良的平衡特性。

1 全域恒平衡并联机构构型

1.1 平衡原理

并联机构的重力平衡是通过外加平衡力平衡负载的重力,从而减小驱动关节输出的用于平衡负载重力的驱动力,平衡力则定义为与重力方向相反的力。在重力平衡领域中,配重法是应用最早也是较为普遍的平衡方法,其原理图如图1所示,图1a为配重安装在动平台上,图1b为配重安装在分支关节上。

图1 配重法原理图

不论机构位姿如何变化,负载和动平台产生的重力始终是恒定的,当配重产生的作用力作用在动平台上时,作用力的方向会根据动平台位置变化而发生改变,使得平衡力发生变化,从而影响平衡特性;当配重放置在分支关节上时,关节空间与操作空间的映射关系同样会随着机构位姿变化而变化,使得映射到动平台上的平衡力也会发生改变。同时当平衡很大重量的负载时,所需配重的质量会很大,且在运动过程中产生的惯性力还会影响机构各方面性能。弹簧法与配重法原理相似,但弹簧产生的弹力属于线性力。另一种方法是通过平衡机构实现重力平衡,其原理如图2所示。

图2 平衡装置结构原理

大部分的平衡装置是直接对动平台提供作用力,而作用力的方向同样会随平衡装置的运动发生变化,就使得平衡力大小发生变化。但相比于配重法和弹簧法,只要根据平衡机构的位置变化实时调整平衡力的大小,使其保持不变,则可实现重力恒平衡,但这会产生额外的附加力,影响机构原有的动力学性能。与平衡机构原理相似,增设冗余驱动也能实现重力平衡,但需要实时控制冗余驱动力的大小和方向,使并联机构控制的难度变大。

综上所述, 在不对动平台受到的平衡力的大小和方向进行实时控制的情况下, 很难在机构的工作空间全域内实现重力恒平衡。如果能找到一种具有恒定的输入输出力映射关系的机构作为平衡机构, 就能在仅控制输入力保持不变的条件下, 在整个工作空间全域内实现恒定的重力平衡。文献[14]中提出一种具有雅可比矩阵恒定特性的三平移并联机构, 文献[15]对这类三平移并联机构进行了构型综合, 给出移动并联机构在不同位姿下雅可比矩阵保持恒定的判定条件, 雅可比矩阵描述的就是输入、输出间的映射关系, 在此基础上, 设计出一类全域恒平衡并联机构构型, 通过平衡缸为平衡机构提供恒输入力, 使其伴随外层机构运动, 就能简单方便地实现重力恒平衡。

1.2 全域恒平衡并联机构构型

全域恒平衡并联机构构型如图 3 所示。这类机构由内外双层并联机构组成, 外层被平衡机构为常见的空间多自由度并联机构, 由动平台、定平台以及驱动分支组成; 内层的平衡机构为具有雅可比矩阵恒定特性的 3-PRRR 移动并联机构, 如图 4 所示, 该机构由平衡平台、定平台以及 3 条平衡分支组成, 分支中各运动副轴线互相平行, P 副作为驱动副沿定平台上设立的 3 条汇交导轨移动。由于平衡机构的自由度为三维移动, 根据被平衡机构的转动自由度数, 在动平台和平衡平台之间增加额外的转动副, 从而不影响被平衡机构的自由度。

图 3 全域恒平衡并联机构结构构型

图 4 3-PRRR 移动并联机构

根据文献[15], 3-PRRR 平衡机构在选取 P 副为主动输入时, 具有雅可比矩阵恒定的特性。当负载的重量不变, 动平台和负载的重力映射到平衡机构输入关节的力是恒定的。因此, 只需通过控制平衡液压缸恒定输入力, 即可在整个工作空间的任意位姿下平衡负载和机构本身重力, 实现外层整个工作空间全域内的重力恒平衡。

2 全域恒平衡并联机构动力学分析

并联机构的运动影响系数^[16]反映了机构的运动学和动力学本质, 能够清晰地表达驱动空间与工作空间的映射。以全域恒平衡 3-PUU/3-PRRR 并联机构为例, 根据影响系数法, 分别对内外两个并联

机构进行动力学建模。

2.1 全域恒平衡并联机构平衡力求解

根据螺旋理论, 可得到 3-PRRR 并联机构平衡平台对其主动输入的一阶影响系数 $G_{q_1}^P$; 平衡机构各平衡分支上、下连杆对平衡平台的一阶影响系数矩阵 G_P^{si} 、 G_P^{xi} (第 i 分支, $i=1, 2, 3$)。

由达朗贝尔原理和虚功原理可得平衡机构的动力学方程为

$$G_{q_1}^P f_1 + F_{GP} + F_{IP} + F_1 + \sum_{i=1}^3 (G_P^{si} (F_{Isi} + F_{Gsi})) + \sum_{i=1}^3 (G_P^{xi} (F_{Lxi} + F_{Gxi})) = 0 \quad (1)$$

式中 f_1 ——液压平衡缸对 P 副的作用力;

F_{GP} ——平衡平台的重力矢量;

F_1 ——动平台对平衡平台的作用力;

F_{Gs} ——平衡分支上连杆的重力矢量;

F_{Gx} ——平衡分支下连杆的重力矢量;

F_{Isi} ——平衡分支中上连杆的惯性力矢量;

F_{Lxi} ——平衡分支中下连杆的惯性力矢量;

F_{IP} ——平衡平台的惯性力矢量。

由于平衡平台与动平台相互间的作用力为作用力和反作用力的关系, 由式(1)可得, 平衡平台对运动平台的作用力为

$$F_2 = G_{q_1}^{HP} f_1 + F_{GP} + F_{IP} + \sum_{i=1}^3 (G_P^{si} (F_{Isi} + F_{Gsi})) + \sum_{i=1}^3 (G_P^{xi} (F_{Lxi} + F_{Gxi})) \quad (2)$$

由式(13)可知, 平衡机构各构件的重力和由运动产生的惯性力均会对外层被平衡机构产生影响, 而 3-PRRR 平衡机构为三移动并联机构, 所以平衡机构作用到被平衡机构的六维力矢量 $F_2 = [0, 0, 0, f_x, f_y, f_z]^T$ 中不含有力矩分量。其中 F_2 在水平方向上的分力 f_x 、 f_y 为附加力; F_2 在竖直方向的分力 f_z 为平衡力。

2.2 全域恒平衡并联机构驱动力求解

外层 3-PUU 并联机构有 3 条分支, 每条分支有 1 个连杆, 由螺旋理论得到动平台对驱动分支主动输入的一阶影响系数 $G_{q_2}^C$; 第 j 条驱动分支连杆对主动输入的影响系数 $G_{q_2}^j$ ($j=1, 2, 3$)。

由达朗贝尔原理和虚功原理可得平衡机构的动力学方程为

$$f_{q_2} + G_{q_2}^C (F_{Gc} + F_{Gf} + F_{lc} + F_{lf} + F_2) + \sum_{j=1}^3 (G_{q_2}^j (F_{Gj} + F_{lj})) = 0 \quad (3)$$

式中 f_{q_2} ——驱动分支驱动力;

F_{Gc} ——动平台重力矢量;

F_{Gf} ——负载重力矢量;

F_{Gj} ——驱动分支连杆重力矢量;

F_{lj} ——第 j 分支中连杆的惯性力;

F_{lc} ——动平台的惯性力;

F_{lf} ——负载的惯性力。

则驱动分支驱动力的表达式为

$$f_{q_2} = -G_{q_2}^C (F_{Gc} + F_{Gf} + F_{lc} + F_{lf} + F_2) - \sum_{j=1}^3 (G_{q_2}^j (F_{Gj} + F_{lj})) \quad (4)$$

由于驱动力 $f_{q_2} = (f_1, f_2, f_3)^T$, 则平均驱动力为

$$\bar{F} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 f_i \quad (5)$$

3 全域恒平衡 3-PUU/3-PRRR 并联机构平衡特性分析

当外负载的重力被平衡后, 并联机构实现相同动作所需的驱动力也就相应减小, 通过平衡前后机构的驱动力可以判定平衡特性的优劣。而重力平衡是通过作用力 F_2 实现, 其中 F_2 包括竖直方向的平衡力 f_z 和水平方向的附加力 f_x 和 f_y 。如果 f_z 能够始终保持恒定大小, 则平衡特性最优, 即可实现恒定的重力平衡。而附加力 f_x 和 f_y 会成为影响机构运动性能的阻力, 因此附加力越小, 机构平衡特性越优良。

3.1 3-PUU/3-PRRR 并联机构平衡特性分析

设 3-PUU 与 3-PRRR 并联机构的结构尺寸和质量参数分别如表 1 和表 2 所示, 其中 3-PUU 并联机构定平台半径为 R_1 , 动平台半径和质量为 r_1 、 m_d , 连杆的长度和质量为 l_1 、 m_{l1} , 滑块质量为 m_{h1} , 导轨与水平面夹角为 α_1 , 负载质量为 m_f ; 3-PRRR 并联机构定平台半径为 R_2 , 承载平台半径和质量为 r_2 、 m_p , 连杆长度和质量为 l_2 、 m_{l2} , 滑块质量为 m_{h2} , 导轨与水平面夹角为 α_2 。

表 1 3-PUU 与 3-PRRR 并联机构结构

参数	数值
定平台半径 R_1/m	0.375
动平台半径 r_1/m	0.225
连杆长度 l_1/m	0.35
导轨夹角 $\alpha_1/(\circ)$	40
定平台半径 R_2/m	0.375
承载平台半径 r_2/m	0.225
连杆长度 l_2/m	0.2
导轨夹角 $\alpha_2/(\circ)$	25

表 2 3-PUU 与 3-PRRR 并联机构质量参数

参数	数值
动平台质量 m_d/kg	3 560
滑块质量 m_{h1}/kg	110
连杆质量 m_{l1}/kg	105
承载平台质量 m_p/kg	2 404
滑块质量 m_{h2}/kg	96
连杆质量 m_{l2}/kg	92
负载质量 m_f/kg	3 000

设 3-PUU/3-PRRR 并联机构动平台中心坐标为 $(0,0,0.3\text{ m})$ 时机机构位于初始位姿，使在初始位姿下提供给动平台的作用力为 $F_2 = [0,0,70\ 715\text{ N}]^T$ ，并保持平衡机构的平衡缸输出力不变。当给定机构动平台的运动轨迹方程，如式(6)所示，得到分支驱动力和平均驱动力随时间变化的曲线，如图 5 所示。其中图 5a 为平衡前驱动力变化曲线，图 5b 为平衡后的驱动力变化曲线。

$$\begin{cases} x = -0.02\cos t \\ y = 0.03\sin t \\ z = -0.02\sin t + 0.3 \end{cases} \quad (6)$$

图 5 驱动力变化曲线

由图 5 分析可以得出，当使用 3-PRRR 平衡机构平衡后，3-PUU 并联机构的驱动力的变化规律与平衡前基本相同，只是对应时刻驱动力曲线的幅值降低，因此，3-PRRR 平衡机构可以在保持原有被平衡机构的动力学特性的基础上，实现重力平衡。

3.2 机构平衡特性对比

为对比分析 3-PUU/3-PRRR 并联机构的平衡特性，针对 3-PUU 并联机构提出一种使用配重平衡法的平衡方案，如图 6 所示，同样使 3-PUU 并联机构在初始位姿下映射到动平台的作用力为 $F_2 = [0,0,70\ 715\text{ N}]^T$ 。在相同工作情况下，与 3-PUU/3-PRRR 并联机构平衡特性进行对比分析。

图 6 3-PUU 并联机构配重法平衡方案

使机构的动平台仍按照式(6)所示的轨迹运动，得到分支驱动力和平均驱动力随时间变化的曲线，如图 7 所示，并将图 5 与图 7 中曲线的最大值列于表 3 中。

图 7 驱动力变化曲线

表 3 瞬时最大驱动力(N)

	平衡力为 0	配重法平衡	3-PRRR 平衡机构平衡
第一分支	18 790	10 340	2 604
第二分支	20 910	11 810	2 876
第三分支	21 900	15 690	2 971
平均	16 610	8 315	2 343

从图7可以看出,增加配重后3-PUU并联机构的驱动力的幅值明显降低,但下降的幅度要低于3-PRRR平衡机构法,并且3-PUU并联机构原本的驱动力变化规律发生很大变化。由表3中数据计算可得,在相同工作条件下,配重平衡法使3-PUU机构的瞬时驱动力由最大21 900 N减小至15 690 N,减小了28.4%,最大平均驱动力由16 610 N减小至8 315 N,减小了50%。3-PUU/3-PRRR并联机构外层机构的最大瞬时驱动力为2 343 N,减小了89.3%,最大平均驱动力减小至2 343 N,减小了85.9%。由上述分析可得,与配重法相比,3-PRRR平衡机构可以在保证被平衡机构原有动力学特性的基础上,实现重力平衡,提高机构的承载能力,节省了驱动功率。

由于3-PRRR平衡并联机构的雅可比矩阵是恒定的,因此在理想状态下可以实现恒定的重力平衡而不产生额外的附加力。而配重法是将配重安置在3-PUU并联机构的驱动关节,作用力通过3-PUU机构的雅可比矩阵映射到动平台上,随着机构位姿变化该雅可比矩阵也会发生变化,因此在理想状态下映射到动平台的力不仅有竖直方向的平衡力,还有水平方向的附加力。而在实际中需要考虑惯性力等因素的存在,使得在机构运动过程中配重或平衡机构最终作用到动平台上的平衡力 f_z 和附加力 f_x 、 f_y 相比与理想状态时均会发生变化。

设配重法和3-PRRR平衡机构法在初始位置下产生的平衡力为 $F = 63160$ N, x 和 y 方向的附加力大小均为零。当动平台在 $z = 0.3$ m,半径0.3 m的水平面内,以瞬时速度 $V_H = [0.02 \text{ m/s}, 0.03 \text{ m/s}, -0.02 \text{ m/s}]^T$ 和瞬时加速度 $A_H = [0.02 \text{ m}^2/\text{s}^2, -0.03 \text{ m}^2/\text{s}^2, 0.02 \text{ m}^2/\text{s}^2]^T$ 运动时,平衡力的变化曲面如图8所示,附加力的变化曲面如图9所示。

图8 平衡力分布曲面

(a) 3-PRRR平衡机构附加力

(b) 配重法附加力

图9 附加力分布曲面

如图8和图9所示,在考虑惯性力的情况下,3-PRRR平衡机构提供的平衡力与初始位置时的平衡力基本相同,变化范围为62 980~63 334 N,且在水平方向产生的附加力较小,变化范围为-255.3~353.3 N。而配重法映射到动平台的平衡力的变化范围在63 160~82 490 N间变化,水平方向的附加力变化范围为-71 080~65 190 N,随着位姿变化平衡力和附加力的波动非常大。因此,相比于配重法,该平衡机构具备更优良的平衡特性,可以方便地实现机构在整个工作空间全域内的重力恒平衡。

4 结论

(1) 提出了一类全域恒平衡并联机构,这类机构由内外双层并联机构组成,内层机构作为平衡机构可以实现整个工作空间全域内的重力恒平衡。

(2) 在惯性系下通过虚设机构法和影响系数建立这类机构的动力学模型,为这类机构的动力学和平衡特性分析奠定了基础。

(3) 通过与配重法平衡特性对比,分析验证得

出该类并联机构能够在仅保持平衡机构输入力不变的条件下, 即可实现在整个工作空间即全域内的重力恒平衡。

参 考 文 献

- [1] AGRAWAL S K, GARDNER G, PLEDGIE S. Design and fabrication of an active gravity balanced planar mechanism using auxiliary parallelograms[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2001, 123(4): 525-528.
- [2] FATTAH A, AGRAWAL S. On the design of a passive orthosis to gravity balance human legs[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2005, 127(4): 802-808.
- [3] WANG Jiegao, GOSSELIN C M. Static balancing of spatial three-degree-of-freedom parallel mechanisms[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 1999, 34(3): 437-452.
- [4] WANG Jiegao, GOSSELIN C M. Static balancing of spatial four-degree-of-freedom parallel mechanisms[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2000, 35(4): 563-592.
- [5] GOSSELIN C M, WANG Jiegao. Static balancing of spatial six-degree-of-freedom parallel mechanisms with revolute actuators[J]. *Journal of Robotic Systems*, 2000, 17(3): 159-170.
- [6] LECOURS A, GOSSELIN C M. Reactionless two-degree-of-freedom planar parallel mechanism with variable payload[J]. *Journal of Mechanisms & Robotics*, 2009, 2(4): 887-896.
- [7] 孟祥志, 刘春时, 李明, 等. 3-PRS 型并联机床的配重平衡法[J]. *东北大学学报*, 2009, 30(9): 1322-1325.
MENG Xiangzhi, LIU Chunshi, LI Ming, et al. On the counterweight law of 3-PRS parallel machine tool[J]. *Journal of Northeastern University*, 2009, 30(9): 1322-1325.
- [8] 陈有清, 李开明. 基于 Adams 的 3-(2SPS)并联机构的配重平衡分析[J]. *机床与液压*, 2011, 39(11): 29-32.
CHEN Youqing, LI Kaiping. Counterweight balancing analysis for 3-(2SPS) parallel mechanisms based on Adams[J]. *Machine Tool and Hydraulics*, 2011, 39(11): 29-32.
- [9] SEO J T, WOO J H, LIM H, et al. Design of an antagonistically counter-balancing parallel mechanism[C]// *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, November 3-8, 2013, Tokyo, Japan. IEEE: 2013: 2882-2887.
- [10] BARADAT C, ARAKELIAN V, BRIOT S, et al. Design and prototyping of a new balancing mechanism for spatial parallel manipulators[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2008, 130(7): 0723051-07230513.
- [11] 苑飞虎, 赵铁石, 边辉, 等. 重载并联运动模拟台机构动力特性分析[J]. *农业机械学报*, 2014, 45(9): 311-317.
YUAN Feihu, ZHAO Tieshi, BIAN Hui, et al. Analysis on dynamics characteristic of heavy-load parallel motion simulation platform mechanism[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2014, 45(9): 311-317.
- [12] 孟祥志, 李树军. 并联机床的平衡机构设计及优化[J]. *中国机械工程*, 2010, 21(15): 1794-1797.
MENG Xiangzhi, LI Shujun. Design and optimization of balancing mechanism for a parallel machine tool[J]. *China Mechanical Engineering*, 2010, 21(15): 1794-1797.
- [13] 李晓成, 高涛, 代小林. 重载冗余六自由度并联机构优化设计[J]. *机器人*, 2013, 35(6): 731-735.
LI Xiaocheng, GAO Tao, DAI Xiaolin. Optimal design for redundant six-degrees-of-freedom parallel mechanism with heavy load[J]. *Robot*, 2013, 35(6): 731-735.
- [14] KONG X, GOSSELIN C M. Kinematics and singularity analysis of a novel type of 3-CRR 3DOF translational parallel manipulator[J]. *International Journal of Robotics Research*, 2002, 21(9): 791-798.
- [15] 赵延治, 曹亚超, 梁博文, 等. 一类恒定雅可比矩阵移动并联机构的判定与综合[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(5): 101-107.
ZHAO Yanzhi, CAO Yachao, LIANG Bowen, et al. The determination and synthesis of translational parallel mechanism with constant Jacobian matrix[J]. *Chinese Journal of Mechanism Engineering*, 2017, 53(5): 101-107.
- [16] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
HUANG Zhen, ZHAO Yongsheng, ZHAO Tieshi. *Advanced spatial mechanism*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2014.

作者简介: 赵延治, 男, 1981 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为并联多维力传感器、并联机构学理论与应用。
E-mail: yzzhao@ysu.edu.cn