DOI: 10.3901/JME.2015.05.030

整体式平面三自由度全柔顺并联机构构型 拓扑优化设计*

朱大昌 冯文结 安梓铭

(江西理工大学机电工程学院 赣州 341000)

摘要: 基于平面三自由度全柔顺并联机构与传统并联机构的微分运动学矢量连续映射关系, 建立整体式平面三自由度全柔顺并联机构构型拓扑优化模型-固体各向同性材料插值(Solid isotropic material with penalization, SIMP)模型, 运用优化准则(Optimization criterion, OC)算法对所建立模型求解, 采用 Heaviside 过滤技术处理优化过程中棋盘格和网格依赖问题。基于曲线拟合方法对优化后整体构型轮廓进行拟合, 在 SolidWorks 软件中建立其三维模型, 进而应用有限元软件进行静力学仿真分析与对比, 结果表明: 以微分运动学矢量连续映射关系为拓扑优化设计条件, 所得出的平面三自由度全柔顺并联机构与传统并联机构具有相同的微分运动特性, 定性验证了基于拓扑方法对平面全柔顺并联机构设计的有效性。

关键词: 平面三自由度全柔顺并联机构; 矢量连续映射; 拓扑优化; 固体各向同性材料插值模型; 优化准则算法

中图分类号: TH113

Topology Optimization Integrated Design of 3-DOF Fully Compliant Planar Parallel Manipulator

ZHU Dachang FENG Wenjie AN Ziming

(School of Mechanical & Electrical Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000)

Abstract: Based on differential kinematics vector continuous mapping relations between planar (3-DOF degree-of-freedom) fully compliant parallel manipulator and conventional parallel manipulator, topology optimal model named solid isotropic material with penalization (SIMP) is built for integrated planar 3-DOF fully compliant parallel manipulator, and solved by optimization criterion (OC) algorithm. By using Heaviside filtering technique and curve fitting method, the checkerboard and mesh dependent problems are solved, and curve contour of planar 3-DOF fully compliant parallel manipulator is built, respectively. Three-dimension model is established with SolidWorks software. Furthermore, the statics simulations of integrated planar 3-DOF fully compliant parallel manipulator are analyzed in ANSYS software. The results show that two structures have the same differential motion characteristic under the topology optimization conditions with differential kinematics vector continuous mapping relations.

Key words: 3-DOF planar fully compliant manipulator; continuous vector mapping; topology optimization; solid isotropic material with penalization model; optimization criterion algorithm

0 前言

柔性并联机构克服了传统并联机构中的反向间隙、迟滞、铰链加工误差等缺陷, 具有承载能力大、分辨率高、操作灵活、高定位精度等优点, 被广泛应用于超精密定位和微/纳制造领域^[1-2]。目前, 对于全柔性并联机构的设计, 学者们在并联机构基础上采用柔性铰链替换的方法^[3]: 将原有并联机构中的运动副分别用相应的柔性铰链替换。通过这种替换方法得到的全柔性并联机构, 仅在铰链处实现

了柔性化, 其他构件仍为刚性体, 形成了刚柔混合体, 导致其运动学^[4-5]和动力学分析^[6-8]非常复杂。

目前, 对于具有柔性铰链结构的全柔性机构分析方法主要采用文献[9]提出的“伪刚体模型”法, 然而对于微纳制造领域的高精度要求, 采取近似方法不能真实反映全柔性并联机构运动性能和力学性能。

为了简化柔性并联机构中刚柔混合体运动学和动力学计算的复杂性, 同时实现柔性并联机构的集成化。研究者提出将柔性铰链集成到一块刚性材料而形成柔顺并联机构^[10]。这种机构仅在铰链分布上实现了优化, 仅对铰链的形状进行优化设计^[11], 其整体运动学和动力学分析仍很复杂。为了实现整体优化, 简化其整体运动学和动力学分析, 本文引

* 国家自然科学基金(51165009)和中国博士后科学基金(2013M541874)资助项目。20140417 收到初稿, 20141112 收到修改稿

入矢量连续映射拓扑优化设计方法对整体式平面三自由度全柔顺并联机构构型进行综合。首先, 根据平面三自由度 3-RRR 型并联机构微分运动学分析得出其微运动条件下输入与输出之间映射关系并建立其整体式拓扑优化 SIMP 模型。其次, 根据平面三自由度全柔顺并联机构约束条件确定工况, 采用 OC 算法对其优化模型进行求解, 基于 Heaviside 过滤技术改善优化过程中棋盘格和网格依赖现象。最后, 通过曲线拟合技术对其轮廓线进行拟合, 建立整体式平面三自由度全柔顺并联机构三维模型, 结合有限元软件对该机构进行静力学仿真分析, 通过与传统同构型并联机构微分运动对比研究, 定性验证了该方法的有效性。

1 微分运动学矢量连续映射方程建立

为使通过拓扑优化设计得到的整体式平面三自由度全柔顺并联机构能与同构型传统并联机构微分运动保持一致, 需建立两者微分运动学矢量连续映射方程。本文以平面 3-RRR 型并联机构为例, 设计相应的整体式平面三自由度 3-RRR 型全柔顺并联机构, 平面 3-RRR 型并联机构如图 1 所示。

图 1 平面 3-RRR 并联机构

约束等式为

$$\begin{aligned} x_B &= x_A + h \cos \varphi & y_B &= y_A + h \sin \varphi & (1) \\ x_C &= x_A + h \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right) & y_C &= y_A + h \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right) & (2) \end{aligned}$$

矢量等式为

$$\mathbf{OA} = \mathbf{OP} + \mathbf{PD} + \mathbf{DA} \quad (3)$$

式中, $x_P = y_P = 0$, 代入式(3), 则有

$$x_A - a_1 \cos \theta_1 = b_1 \cos(\theta_1 + \psi_1) \quad y_A - a_1 \sin \theta_1 = b_1 \sin(\theta_1 + \psi_1) \quad (4)$$

$$\mathbf{OB} = \mathbf{PQ} + \mathbf{QE} + \mathbf{EB} \quad (5)$$

式中, $x_Q = c$, $y_Q = 0$, 代入式(5)可得

$$x_B = c - a_2 \cos \theta_2 - b_2 \cos \psi_2 \quad y_B = a_2 \sin \theta_2 + b_2 \sin \psi_2 \quad (6)$$

将式(1)代入式(6)可得

$$\begin{aligned} c - a_2 \cos \theta_2 - b_2 \cos \psi_2 &= x_A + h \cos \varphi \\ a_2 \sin \theta_2 + b_2 \sin \psi_2 &= y_A + h \sin \varphi \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{OC} = \mathbf{PC} + \mathbf{RF} + \mathbf{FC} \quad (8)$$

式中, $x_R = \frac{1}{2}c$, $y_R = l$, 代入式(8)可得

$$\begin{aligned} x_C &= \frac{1}{2}c - a_3 \cos \theta_3 - b_3 \cos \psi_3 \\ y_C &= l - a_3 \sin \theta_3 - b_3 \sin \psi_3 \end{aligned} \quad (9)$$

将式(2)代入式(9)可得

$$\begin{aligned} x_A + h \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right) &= \frac{1}{2}c - a_3 \cos \theta_3 - b_3 \cos \psi_3 \\ y_A + h \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right) &= l - a_3 \sin \theta_3 - b_3 \sin \psi_3 \end{aligned} \quad (10)$$

对每支链进行微分求解, 假设铰链的位移为微位移, 即 $\theta'_i = \theta_i + \Delta \theta_i$, 则 A, B, C 三条支链的微位移为

$$\begin{aligned} x'_A - a_1 \cos(\theta_1 + \Delta \theta_1) &= b_1 \cos((\theta_1 + \psi_1) + (\Delta \theta_1 + \Delta \psi_1)) \\ y'_A - a_1 \sin(\theta_1 + \Delta \theta_1) &= b_1 \sin((\theta_1 + \psi_1) + (\Delta \theta_1 + \Delta \psi_1)) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} x'_B &= c - a_2 \cos(\theta_2 + \Delta \theta_2) - b_2 \cos(\psi_2 + \Delta \psi_2) = \\ &= x'_A + h \cos(\varphi + \Delta \varphi) \\ y'_B &= a_2 \sin(\theta_2 + \Delta \theta_2) + b_2 \sin(\psi_2 + \Delta \psi_2) = \\ &= y'_A + h \sin(\varphi + \Delta \varphi) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} x'_C &= \frac{1}{2}c - a_3 \cos(\theta_3 + \Delta \theta_3) - b_3 \cos(\psi_3 + \Delta \psi_3) = \\ &= x'_A + h \cos \left(\left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right) + \Delta \varphi \right) \\ y'_C &= l - a_3 \sin(\theta_3 + \Delta \theta_3) - b_3 \sin(\psi_3 + \Delta \psi_3) = \\ &= y'_A + h \sin \left(\left(\varphi + \frac{\pi}{3} \right) + \Delta \varphi \right) \end{aligned} \quad (13)$$

设 $\Delta x = x'_A - x_A$, $\Delta y = y'_A - y_A$, 其中 Δx , Δy , $\Delta \varphi$ 为动平台三个输出位移, $\Delta \theta_1$, $\Delta \theta_2$, $\Delta \theta_3$ 为三个驱动输入。

由等式(4)、(6)、(9)、(11)~(13)可得

$$\Delta x \cos(\theta_1 + \psi_1) + \Delta y \sin(\theta_1 + \psi_1) - a_1 \Delta \theta_1 \sin \psi_1 = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta x \cos \psi_2 + \Delta y \sin \psi_2 + h \Delta \varphi \sin(\varphi + \psi_2) + \\ a_2 \Delta \theta_2 \sin(\theta_2 - \psi_2) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Delta x \cos \psi_3 + \Delta y \sin \psi_3 - h \Delta \varphi \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{3} - \psi_3 \right) -$$

$$a_3 \Delta \theta_3 \sin(\theta_3 - \psi_3) = 0 \quad (16)$$

将式(14)~(16)组合可得

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta \varphi \end{pmatrix} = J_D \begin{pmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$J_D = \begin{pmatrix} \frac{a_1 s \psi_1 (s(\alpha) s \psi_2 + s(\gamma) s \psi_3)}{-M} & \frac{a_2 s(\beta) s(\sigma) s(\alpha)}{-M} & \frac{a_3 s(\beta) s(\gamma) s(\theta_3 - \psi_3)}{M} \\ \frac{a_1 s \psi_1 (s(\alpha) s \psi_2 c \psi_2 + s(\gamma) c \psi_3)}{M} & \frac{a_2 c(\beta) s(\sigma) s(\alpha)}{M} & \frac{a_3 c(\beta) s(\gamma) s(\theta_3 - \psi_3)}{-M} \\ \frac{a_1 s \psi_1 s(\psi_3 - \psi_2)}{hM} & \frac{a_2 s(\theta_2 - \psi_2) s(\psi_3 - \theta_1 - \psi_1)}{hM} & \frac{a_3 s(\theta_3 - \psi_3) s(\psi_2 - \theta_1 - \psi_1)}{hM} \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \varphi + \frac{\pi}{3} - \psi_3 \quad \beta = \theta_1 + \psi_1 \quad \gamma = \varphi + \psi_2 \quad \sigma = \theta_2 - \psi_2$$

$$M = s\left(\varphi + \frac{\pi}{3} - \psi_3\right) s(\theta_1 + \psi_1 - \psi_2) + s(\varphi + \psi_2) s(\theta_1 + \psi_1 - \psi_3)$$

式中, $s(\cdot) = \sin(\cdot)$, $c(\cdot) = \cos(\cdot)$ 。

2 构型拓扑优化

2.1 整体式平面三自由度全柔顺并联机构连续映射拓扑优化 SIMP 模型

根据柔顺并联机构理论知平面三自由度全柔顺并联机构具有三个输入, 在动平台上三个自由度即三个输出, 基于这类多输入多输出工况下, 以密度为设计变量, 以柔度最小为设计目标, 体积比为约束条件, 整体式平面三自由度全柔顺并联机构连续映射拓扑优化 SIMP 模型为

$$\begin{aligned} \min \quad C &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T K U_i = \sum_{e=1}^N \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_{ej}^T \rho_e^p K E U_{ei} \\ \text{s.t.} \quad K \tilde{U}_j &= F_j \quad K U_i = F_i \quad F_j = J_D F_i \quad i=1,2,3 \quad j=1,2,3 \\ \int_{\Omega} \rho_e d\Omega &\leq V \quad 0 < \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1 \quad e=1,2,\dots,N \end{aligned} \quad (18)$$

式中 U_j ——伴随位移矢量;

K ——优化后全柔顺并联机构整体刚度;

U_i ——实际载荷下的位移;

V ——平面并联机构优化后的体积;

F_i ——第 i 个实际载荷;

U_{ei} ——第 i 个实际载荷下的单元位移矢量;

F_j ——第 j 个虚载荷;

$\tilde{U}_{ej}$ ——第 j 个虚载荷下的单元位移矢量;

K_E ——单元刚度;

ρ_e ——单元密度;

p ——惩罚因子, 其取值范围如下^[10]

$$p \geq \max \left\{ \frac{2}{1-\nu^0}, \frac{4}{1+\nu^0} \right\} \quad (19)$$

在 SIMP 模型中要求 p 大于 1。根据文献[10]知在泊松比取 0.3 时, p 最小取 3。

2.2 敏度分析

拓扑优化设计中敏度包括目标函数敏度和约束函数敏度。通过求导可确定拓扑优化中设计变量更新迭代变化方向。

(1) 目标函数敏度分析。目标函数敏度分析即为求解目标函数对设计变量的导数, 对式(18)目标函数对密度求导得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial \rho_e} &= \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T K U_i \right)}{\partial \rho_e} = \frac{\partial \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T}{\partial \rho_e} K \sum_{i=1}^3 U_i + \\ &\sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T \frac{\partial K}{\partial \rho_e} \sum_{i=1}^3 U_i + \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T K \frac{\partial \sum_{i=1}^3 U_i}{\partial \rho_e} = \left(\frac{\partial \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T}{\partial \rho_e} K + \right. \\ &\left. \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T \frac{\partial K}{\partial \rho_e} \right) \sum_{i=1}^3 U_i + \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T \left(\frac{\partial K}{\partial \rho_e} \sum_{i=1}^3 U_i + K \frac{\partial \sum_{i=1}^3 U_i}{\partial \rho_e} \right) - \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T \frac{\partial K}{\partial \rho_e} \sum_{i=1}^3 U_i \end{aligned} \quad (20)$$

在平面三自由度全柔顺并联机构连续映射拓扑优化设计中, 假设输入、输出与设计变量无关, 式(18)两边对设计变量求导可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial \rho_e} \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T + K \frac{\partial \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T}{\partial \rho_e} &= \frac{\partial \sum_{j=1}^3 F_j}{\partial \rho_e} = 0 \\ \frac{\partial K}{\partial \rho_e} \sum_{i=1}^3 U_i + K \frac{\partial \sum_{i=1}^3 U_i}{\partial \rho_e} &= \frac{\partial \sum_{i=1}^3 F_i}{\partial \rho_e} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

将式(21)代入到式(20)可得

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_e} = - \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T K \sum_{i=1}^3 U_i \quad (22)$$

将 $K = \sum_{e=1}^N \rho_e^p K E$ 代入式(22)可得到目标函数的

敏度计算公式为

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_e} = \sum_{e=1}^N \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 p \tilde{U}_j^T \rho_e^{p-1} K E U_i \quad (23)$$

(2) 约束函数的敏度。约束函数的敏度分析为体积函数对密度求导，其敏度函数如下

$$\frac{\partial V}{\partial \rho_e} = \frac{\partial \left(\int_{\Omega} \rho_e dV \right)}{\partial \rho_e} = 1 \quad (24)$$

从式(24)知约束函数的敏度为一常数，则表示体积对设计变量迭代更新方向是确定的。

2.3 优化模型求解

本文采用拉格朗日乘子构造含有目标函数与约束函数的拉格朗日函数，通过求解拉格朗日函数的极值来求解目标函数的优化值，利用 KKT 条件构造拉格朗日函数关于设计变量的稳态条件。应用 OC 算法对每个输入输出的更新迭代方案如下

$$\rho_e^{(k+1)} = \begin{cases} \min \{ (m+1) \rho_e^{(k)}, 1 \} \\ \min \{ (1+m) \rho_e^{(k)}, 1 \} \leq (D_e^{(k)})^\varsigma \rho_e^{(k)} \\ (D_e^{(k)})^\varsigma \rho_e^{(k)} \\ \max \{ (1-m) \rho_e^{(k)}, \rho_{\min} \} < (D_e^{(k)})^\varsigma \rho_e^{(k)} < \\ \min \{ (1+m) \rho_e^{(k)}, 1 \} \\ \max \{ (1-m) \rho_e^{(k)}, \rho_{\min} \} \\ (D_e^{(k)})^\varsigma \rho_e^{(k)} \leq \max \{ (1-m) \rho_e^{(k)}, \rho_{\min} \} \end{cases} \quad (25)$$

式中 $\rho_e^{(k)}$ ——第 k 步迭代值；

$\rho_e^{(k+1)}$ ——第 $k+1$ 步迭代值；

m ——移动极限常数。

在优化过程中对设计变量施加适当的约束引入 m ，使得迭代过程稳定，根据文献[10]， m 取值范围为 0.1~0.3。 ς 为阻尼因子，也是为使迭代过程稳定，根据经验取为 0.4~0.5。 $D_e^{(k)}$ 表达式如下

$$D_e^{(k)} = \frac{p \rho_e^{p-1} \sum_{j=1}^3 \tilde{U}_j^T K E \sum_{i=1}^3 U_i \Delta E}{A^{(k)} V_e} = \left(\max \left(0, -\frac{\partial C}{\partial \rho_e} \right) \right) / A^{(k)} V_e \quad (26)$$

式中 $A^{(k)}$ ——第 k 步迭代的体积约束拉格朗日乘子，朗格朗日乘子的更新采用双向凸线性规划法；

V_e ——单元第 k 步迭代的体积。

2.3 优化模型求解

本文采用 Heaviside 过滤技术对平面三自由度全柔顺并联机构进行拓扑优化过滤处理。Heaviside 过滤的本质是采用 Heaviside 函数对原线性过滤的修正，在最小过滤半径范围内，如果 $\tilde{\rho}_e > 0$ ，则有 $\bar{\rho}_e = 1$ ，当且仅当 $\tilde{\rho}_e = 0$ 时， $\bar{\rho}_e = 0$ 。线性过滤求解

的表达式如下

$$\tilde{\rho}_i = \sum_j \omega_{ij} \rho_j \quad \sum_j \omega_{ij} = 1 \quad (27)$$

式中 ω_{ij} ——第 j 个单元对第 i 个单元过滤权重因子。

采用二次权重计算式为

$$\omega_{ij} = \begin{cases} \frac{r_{\min} - d(i, j)}{\sum_{k \in N_i} (r_{\min} - d(i, k))} & j \in N_i \\ 0 & j \notin N_i \end{cases} \quad (28)$$

$$N_i = \{j : r_{\min} - d(i, j) \geq 0\}$$

式中 $d(i, j)$ ——第 i 个单元与第 j 个单元之间的距离；

$r_{\min}$ ——最小过滤半径。

为了得到更好的离散 0/1 分布优化结果，减少中间密度值单元，我们利用 Heaviside 函数对原线性密度过滤值再次近似，得到如下的 Heaviside 过滤函数

$$\bar{\rho}_e = 1 + \exp(-\beta \tilde{\rho}_e) + \tilde{\rho}_e \exp(-\beta) \quad (29)$$

式中 $\bar{\rho}_e$ ——单元的物理密度；

β ——Heaviside 函数平缓程度控制参数，当 $\beta = 0$ 时，Heaviside 过滤转换成线性过滤，当 $\beta = \infty$ 时，Heaviside 过滤转换成最大密度过滤；

$\tilde{\rho}_e$ ——线性计算密度值。

Heaviside 过滤通过参数 β 的选择可以灵活地在线性密度过滤、最大密度过滤之间转化。

3 拓扑优化设计工况

整体式平面三自由度全柔顺并联机构构型拓扑优化设计工况根据力与位移线弹性关系来确定。整体式平面三自由度全柔顺并联机构动平台上存在三个自由度即 x 轴和 y 轴方向的移动和 z 轴方向的转动，根据力与位移的线性关系，将位移输出转化为力输出，如图 2 所示。输入端分别为 F_{in1} ， F_{in2} ， F_{in3} ，输出端为设计域中心点的 F_{out1} ， F_{out2} ， F_{out3} 。

图 2 平面三自由度全柔顺并联机构整体优化工况图

4 整体式平面三自由度全柔顺并联机构仿真结果分析

设整体式平面群柔顺并联机构的拓扑优化域为一个 12×12 的正方形,离散网格数为 120×120 个,实体材料的弹性模量为 2×10^{11} Pa,孔洞的弹性模量为 10^{-3} Pa,泊松比为0.3,优化体积比为0.3,最小过滤半径为1.5,输入力 $F_{in1}=1\ 000$ N, $F_{in2}=1\ 000$ N, $F_{in3}=1\ 000$ N,根据第一部分计算得到的 J_D 代入 $F_j = J_D F_i$ 求解得到输出力分别为 $F_{out1}=365$ N, $F_{out2}=1\ 680$ N, $F_{out3}=1\ 130$ N,对上述工况下的平面三自由度全柔顺并联机构整体进行优化,优化结果如图3和图4所示(图3为优化后的整体式平面三自由度全柔顺并联机构灰度图,图4为目标函数 c 与迭代次数变化图)。

图3 整体式平面三自由度全柔顺并联机构优化结果

图4 整体式平面三自由度全柔顺并联机构目标函数 c 与迭代次数变换曲线

运用曲线拟合对所得到的机构进行轮廓线拟合,采用中值滤波技术得到光滑边界,将拟合得到轮廓曲线导入到Solidworks中建立整体式平面三自由度全柔顺并联三维模型,三维模型如图5所示。

利用现有的有限元软件ANSYS对本文所得到的平面三自由度全柔顺并联机构进行静力学仿真。将平面三自由度全柔顺并联机构三维模型导入ANSYS中,进行网格划分,设置边界条件,对整体式平面三自由度全柔顺并联机构进行仿真。

图5 整体式平面三自由度全柔顺并联机构三维模型

平面三自由度全柔顺并联机构其工作方式图如图6所示,按前文所述的工况设置器固定端为设计域的对角处,输入端为 F_1, F_2, F_3 ,当输入端给定输入时,平面三自由度全柔顺并联机构通过自身弹性变形将运动传递到输出端(动平台)处,即两个方向的移动 x, y 方向和绕 z 转动。

从应变图得到平面三自由度全柔顺并联动平台中心点在 x 方向, y 方向的应变位移分别为 -3.6 nm, 2.8 nm,绕 z 轴转动的角度为 -4.4 mrad。图7为整体式平面三自由度全柔顺并联机构 x 方向的微位移图,图8为整体式平面三自由度全柔顺并联机构 y 方向的微位移图,图9为整体式平面三自由度全柔顺并联机构绕 z 轴方向转动位移图。

图6 整体式平面三自由度全柔顺并联机构工作图

图7 整体式平面三自由度全柔顺并联机构 x 方向的微位移(nm)

图8 整体式平面三自由度全柔顺并联机构 y 方向微位移(nm)

根据第 1 节并联机构微分运动学分析, 在某个状态下初始条件设置为

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \frac{2}{3}\pi & \psi_1 &= \frac{\pi}{12} & \theta_2 &= \frac{4}{9}\pi & \psi_2 &= \frac{\pi}{9} \\ \theta_3 &= \frac{1}{6}\pi & \psi_3 &= \frac{\pi}{3} & \Phi &= \frac{5}{36}\pi \\ a_1 &= a_2 = a_3 = 6 & h &= 10\end{aligned}$$

代入式(17)求解得到

$$\begin{pmatrix} -1.424\ 6 & -2.570\ 8 & 2.483\ 4 \\ 1.790\ 0 & -0.617\ 1 & 0.596\ 1 \\ 0.100\ 7 & -0.370\ 6 & -0.301\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta\varphi \end{pmatrix} \quad (30)$$

当输入为 $(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3) = (3.5, 3.5, 3.5)$ 时, 代入式(30)得到动平台的位移为

$$(\Delta x, \Delta y, \Delta\varphi) = (-5.3\ 6.2\ -2.0)$$

图 9 整体式平面三自由度全柔顺并联机构绕 z 轴转动位移(mrad)

同数量级输入条件下, ANSYS 仿真与理论计算值的比较结果如表 1 所示。

表 1 微位移理论计算与仿真结果对比表

动平台微位移	理论计算值	仿真结果值
动平台中心 x 方向/nm	-5.3	-3.6
动平台中心 y 方向/nm	6.2	2.8
动平台中心 z 方向/mrad	-2.0	-4.4

从表 1 可知, 基于连续映射关系的拓扑优化设计得到平面三自由度全柔顺并联平台中心实现了平面三个自由度, 即 x, y 方向的位移和绕 z 轴方向的转动, 且能实现微米级的运动。通过对比理论计算值与仿真值各个方向的位移, 得到各个方向位移数量级和符号相同, 及通过连续映射拓扑优化设计得到的平面全柔顺并联机构与同构型的传统平面三自由度并联机构具有相同的运动特性, 定性的验证了基于连续映射拓扑优化设计方法设计平面全柔顺并联机构的正确性。

定量的比较理论计算值与仿真值, 两者数值上存在较大的误差, 分析误差来源主要有两个方面: ① 理论计算值是根据传统 3-RRR 型平面并联机构计算得到, 仿真值是依据输入输出关系的平面三自由度全柔顺并联机构仿真得到, 传统平面 3-RRR 型

并联机构通过铰链运动传递力和运动, 铰链之间连接为刚性的, 而仿真平面三自由度全柔顺并联机构是通过自身弹性变形传递力和运动, 与自身弹性变形内部存在着一定的弹性势能, 导致输出端的位移值减小; ② 输入端的近似相等导致两者的差异, 理论计算的输入端是微位移输入, 仿真值的输入端是根据力-位移的线弹性关系, 近似的将位移输入转换成力的输入, 这种近似转换导致了两者量化值上相差较大。

5 结论

本文分析了平面 3-RRR 并联机构微分运动学, 建立了输入输出之间的连续映射关系, 在此基础上建立平面三自由度全柔顺并联机构整体式连续映射 SIMP 拓扑优化模型, 运用 OC 算法对所建立的模型进行了求解, 采用 Heaviside 过滤技术改善棋盘格和网格依赖问题。通过曲线拟合对优化灰度图像进行轮廓线的拟合并建立其三维模型。运用有限元软件对所建立的三维模型进行了仿真分析, 得出如下结论。

(1) 整体式平面三自由度全柔顺并联机构动平台 x 方向位移为 -3.6 nm 、 y 方向的微位移为 2.8 nm 和绕 z 轴的转角为 -4.4 mrad , 实现平面三自由度并联机构的微分运动特性。

(2) 与同构型传统并联机构运动特性相比, 在载荷输入条件相近时, 其各个方向的位移数量级和符号完全相同, 通过基于连续映射拓扑优化设计得到的平面三自由度全柔顺并联机构与同构型传统并联机构具有相同的运动特性, 定性验证了基于连续映射拓扑优化设计方法设计平面全柔顺并联机构有效性。

参 考 文 献

- [1] TIAN T, SHIRINZADEH B, ZHANG D. A flexure-based mechanism and control methodology for ultra-precision tuning operation[J]. Precision Engineering, 2009, 33(2): 160-166.
 - [2] TIAN T, SHIRINZADEH B, ZHANG D, et al. Development and dynamic of a flexure-based Scoot-Russell mechanism for nano manipulator[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 23(3): 957-978.
 - [3] 于靖军, 裴旭, 毕树生, 等. 柔性铰链机构设计方法的研究进展[J]. 机械工程学报, 2010, 46(13): 2-13.
- YU Jingjun, PEI Xu, BI Shusheng, et al. State-of-arts of design method for flexure mechanism[J]. Journal of

- Mechanical Engineering, 2010, 46(13): 2-13.
- [4] BENAMAR F, BIDOAUD P, MENN F. Generic differential kinematic modeling of articulated mobile robots[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(7): 997-1012.
- [5] 孙小勇, 谢志江, 蹇开林, 等. 6-PSS 柔性机器人动力学分析与仿真[J]. 农业机械学报, 2012, 43(7): 194-199.
- SUN Xiaoyong, XIE Zhijiang, JIAN Kailin, et al. Dynamics analysis and simulation of 6-PSS flexible parallel robot[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2012, 43(7): 194-199.
- [6] 刘善增, 朱真才, 余跃庆, 等. 空间刚柔耦合并联机构系统的频率特性分析[J]. 机械工程学报, 2011, 47(23): 39-48.
- LIU Shanzeng, ZHU Zhencai, YU Yueqing, et al. Frequency analysis of a spatial rigid-flexible coupling parallel manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(23): 39-48.
- [7] 余跃庆, 徐齐平. 柔顺机构 PR 伪刚体动力学建模与特性分析[J]. 农业机械学报, 2013, 44(3): 225-229.
- YU Yueqing, XU Qiping. Dynamic modeling and characteristic analysis of compliant mechanisms based on PR pseudo-rigid-body model[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(3): 225-229.
- [8] 吕帮俊, 彭利坤, 熊先锋. 考虑构件弹性的电动 Stewart 并联机构刚度建模与仿真[J]. 振动与冲击, 2013, 32(12): 135-139.
- LÜ Bangjun, PENG Likun, XIONG Xianfeng. Stiffness modeling and simulation for an electric Stewart parallel mechanism considering elasticity of components[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(12): 135-139.
- [9] MIDHA A, NORTON T W, HOWELL L L. On the nomenclature, classification and abstraction of compliant mechanism[J]. Transaction on ASME, Journal of Mechanical Design, 1994, 116(1): 270-279.
- [10] ZHU Dachang, LI Pei, CUI Xiangfu. Structure design of a 3-DOF UPC type rotational fully spatial compliant parallel manipulator[J]. International Journal of Advancements in Computing Technology, 2013, 5(8): 70-81.
- [11] VCHEN Hongjiang. Analysis of the rigid of arc flexure hinge with different geometrical parameter[J]. Computer and Computing Technologies in Agriculture, 2012, 370(5): 195-200.
-
- 作者简介: 朱大昌(通信作者), 男, 1973 年出生, 博士, 教授。主要研究方向为柔顺、并联机构空间构型综合及智能控制。
- E-mail: zdc98998@163.com
- 冯文结, 男, 1988 年出生, 硕士。主要研究方向为微纳制造及装备技术。
- E-mail: 18970715142@163.com