DOI: 10.3901/JME.2014.19.041

新型驱动冗余并联机构动力学建模及简化分析*

牛雪梅¹ 高国琴¹ 刘辛军² 鲍智达¹

(1. 江苏大学电气信息工程学院 镇江 212013;

2. 清华大学机械工程系 北京 100084)

摘要: 动力学模型是进行动力学特性分析的基础,同时也是实现机构高精度实时控制的前提。以一种新型驱动冗余并联机构为研究对象,采用 Lagrange 方程法建立了基于工作空间的动力学模型,并借助最小 2 范数法实现机构工作空间的非约束等效广义力到轴向驱动力的优化。由于机构动力学方程存在非线性和强耦合特性,计算量大,难以满足实时控制要求,为此,通过对机构各主要构件所引入的驱动力的分析,提出基于 RBF 神经网络误差补偿的动力学模型简化方案。仿真结果验证了所建模型的正确性和模型简化方法的有效性。

关键词: 并联机构; 冗余驱动; 动力学建模; Lagrange 方程; 简化策略

中图分类号: TP242

Dynamic Formulation and Simplified Model of a Novel 3-DOF Parallel Mechanism with Actuation Redundancy

NIU Xuemei¹ GAO Guoqin¹ LIU Xinjun² BAO Zhida¹

(1. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013;

2. Department of Mechanical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract: Dynamics plays an important role in the application of parallel mechanism, which is the key to analyze the dynamic characteristics and achieve high-precision operation. The inverse dynamic model for a novel redundantly actuated parallel mechanism is formulated in the task space using Lagrangian formalism and the driving force is optimized by utilizing the minimal 2-norm method. By investigating the contribution of each term in the dynamic model to the driving force, a simplified strategy of the dynamic model for real-time control application is presented, and the subsequent model error is compensated by adopting RBF neural network. Simulation results verify the correctness and effectiveness of the proposed dynamic model and simplified strategy.

Key words: parallel mechanism; redundant actuation; dynamics modeling; lagrange formalism; simplified strategy

0 前言

并联机构具有刚度大、承载能力强、运动精度高、运动惯量小等优点,越来越多的引起学术界和工业界的广泛关注^[1]。以 3 自由度为代表的少自由度并联机构具有结构简单、刚度大、灵巧度好、工作空间大、控制容易、造价低等优点^[2-3],成为机器人技术研究的新热点^[4-5]。众所周知,对于少自由度并联机构,其自由度的减少会最终导致动平台的耦

合运动,运动学和动力学分析也变得非常复杂。另外,当机构运动到奇异点时,其刚度和精度特性迅速恶化^[6],采用冗余驱动方法可以消除并联机构的奇异性,实现跨越构型空间,有益于改善并联机构的刚度、定位精度、奇异、避障性能、动力学性能和载荷的合理分布^[7-8]。

并联机构的动力学模型的建立是其动力学研究的重要方面,同时也是实现并联机构高精度实时控制的前提^[9],分析文献可知,目前比较成熟的建模方法有 Lagrange 方程法、牛顿-欧拉法、凯恩法、高斯法、虚功原理等方法。WU 等^[10]针对一种 3-DOF 并联机器人,在运动学分析的基础上,采用虚功原理法建立了其逆动力学方程,并运用最小二乘法进

* 国家自然科学基金(51375210)、江苏省高校优势学科建设工程(苏政办发(2011)6 号)、江苏省高校研究生科研创新计划(CXLX11_0598)和江苏大学高级专业人才科研启动资金(13JDG047)资助项目。20131019 收到初稿,20140527 收到修改稿

行了驱动力的优化; WANG 等^[11]以 3-DOF 驱动冗余并联机器人为研究对象, 在传统牛顿-欧拉法的基础上, 提出一种简化的动力学建模方法; GALLARDO 等^[12]结合螺旋理论和虚功原理对并联机器人进行了动力学分析; BDELLATIF 等^[13]介绍了基于 Lagrange 方程建立 3-DOF 并联机器人动力学模型的高效计算方法, 并根据能量等效原理, 分别推导了机器人的各子链的动力学方程; STEFAN 等^[14]针对一种带有旋转执行性器的三自由度并联机器人, 提出一种新的运动学和动力学分析的新方法, 即迭代矩阵法, 并通过案例分析验证了所设计方法的有效性; 刘晓等^[15]基于耦合型并联机构特殊的运动特征, 采用耦合运动参数等效变换方法, 以系统驱动功率和最小为优化目标, 结合虚功率形式达朗贝尔原理建立了机构的耦合动力学方程。

本文以建立驱动冗余并联机构的动力学方程为目的, 通过机构运动学分析, 将机构分为动平台、连杆和驱动滑块三个子系统, 分别采用 Lagrange 法建立基于任务空间的动力学模型, 并在此基础上求取机构整体动力学方程。为满足基于动力学模型控制的实时性及控制精度要求, 本文通过对机构各主要构件所引入的驱动力的分析, 提出完整动力学方程的简化方案, 并采用 RBF 神经网络对模型简化引入的建模误差进行补偿。仿真结果验证了所建模型的正确性和模型简化方法的有效性。该研究为冗余并联机构的动力学控制策略研究提供了参考。

1 并联机构运动学分析

1.1 机构描述及坐标系设置

本文以清华大学研制的新型 3-DOF 驱动冗余并联机构为研究对象, 机构原型及简化模型如图 1 和图 2 所示。该驱动冗余并联机构的动平台通过三个支链与定平台相连, 其中前两个支链采用 PRRR 运动链, 第三个支链采用 PPRR 运动链, 可实现二维移动和一维转动, 其转动能力可达到 115° 。该空间并联机构与工作台配合, 可实行多达五轴的联动控制, 实现零部件的曲面加工^[16]。

图 1 驱动冗余并联机构原型

图 2 机构简化模型

为便于分析, 建立图 3 所示驱动冗余并联机构运动学模型, 并分别建立动坐标系 $\{T\} = \{O'-X'Y'Z'\}$ 和静坐标系 $\{B\} = \{O-XYZ\}$ 。 B_i 和 P_i ($i=1,2,3$) 分别为连杆与驱动滑块和动平台的连接点。 L_i ($i=1,2,3$) 为机构连杆长度, 且 $L_1=L_2$ 。另外, 根据刘辛军等^[16]对机构的分析, 该机构可实现在 $O-YZ$ 平面内的移动和绕 Y 轴的转动, 即具有三个自由度, 本文采用 $q=(y,z,\beta)^T$ 对机构位姿进行描述。

图 3 并联机构运动学模型

1.2 逆运动学分析

分析可知, 在坐标系 $\{B\}$ 下, B_i ($i=1,2,3$) 的坐标可表示为

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -R_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ R_2 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad B_3 = \begin{pmatrix} -R_3 \\ y \\ z_3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中 R_i ——静坐标原点 O 到连接点 B_i 的距离 ($i=1,2,3$)。

相对与动坐标系 $\{T\}$, P_i ($i=1,2,3$) 的坐标可表示为

$$P'_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -r_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad P'_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ r_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad P'_3 = \begin{pmatrix} -r_3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中 r_i ——动坐标系原点 O' 到连接点 P_i 的距离 ($i=1,2,3$)。

P_i 相对于参考坐标系 $\{B\}$ 的位置坐标可表示为

$$P_i = T_M^B P'_i + O_M^B \quad (3)$$

式中, $\mathbf{O}_M^B$ 为动坐标原点 O' 相对于坐标系 $\{B\}$ 的位置坐标, $\mathbf{T}_M^B$ 为坐标系 $\{T\}$ 相对于 $\{B\}$ 的旋转变换矩阵, 则 $\mathbf{T}_M^B$ 表示为

$$\mathbf{T}_M^B = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \quad (4)$$

结合式(3)、(4)可得 P_i 相对于坐标系 $\{B\}$ 的位置坐标, 表示如下

$$\mathbf{P}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ y - r_1 \\ z \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ y + r_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_3 = \begin{pmatrix} -r_3 \cos \beta \\ y \\ z + r_3 \cos \beta \end{pmatrix} \quad (5)$$

根据 3 个驱动杆的端点在参考坐标系 $\{B\}$ 和 $\{T\}$ 的坐标值, 结合机构连杆长度不变的特性 $L_i^2 = \|\mathbf{OB}_i - \mathbf{OP}_i\|^2$, 可得机构的位置方程

$$\begin{cases} (y - r + R)^2 + (z - z_1)^2 = L_1^2 \\ (y + r - R)^2 + (z - z_2)^2 = L_2^2 \\ (-R_3 + r_3 \cos \beta)^2 + (z_3 - r_3 \sin \beta - z)^2 = L_3^2 \end{cases} \quad (6)$$

从而进一步可得并联机构(不含冗余支链)的位置逆解方程

$$\begin{cases} z_1 = \pm \sqrt{L_1^2 - (y - r + R)^2} + z \\ z_2 = \pm \sqrt{L_2^2 - (y + r - R)^2} + z \\ z_3 = \pm \sqrt{L_3^2 - (R_3 - r_3 \cos \beta)^2} + r_3 \sin \beta + z \end{cases} \quad (7)$$

分析可知, 该并联机构的位置逆解共有 8 组, 而机构设计要求决定了式(7)中的符号“ $\pm$ ”均取为“+”^[17]。冗余驱动滑块带动支链 3 在 Y 方向做直线运动, 且其位移量表示为

$$z_4 = -y \quad (8)$$

式(7)和式(8)即为驱动冗余并联机构的运动学逆解。

1.3 雅可比矩阵

本文所研究的驱动冗余并联机构, 其雅可比矩阵表示为各驱动滑块速度对动平台 3 维速度的一阶影响系数矩阵。由于该雅可比矩阵为非满秩矩阵, 故只适用于工作空间向关节空间的速度映射, 即当给定并联机器人末端执行器的进给速度, 可以唯一得到 4 个驱动滑块的驱动速度^[9]。为保证工作空间和关节空间的一一对应, 需要推导出 4×3 的速度传递矩阵。

对式(7)求导可得非冗余驱动滑块 $B_i(i=1,2,3)$ 的驱动速度公式

$$\begin{cases} (z - z_1) \dot{z}_1 = (y - r_1 + R_1) \dot{y} + (z - z_1) \dot{z} \\ (z - z_2) \dot{z}_2 = (y - r_2 + R_2) \dot{y} + (z - z_2) \dot{z} \\ (z_3 - r_3 \sin \beta - z) \dot{z}_3 = (z_3 - r_3 \sin \beta - z) \dot{z} + \\ [(z_3 - z) \cos \beta - R_3 \sin \beta] r_3 \dot{\beta} \end{cases} \quad (9)$$

整理可得

$$\mathbf{A} \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}} \quad (10)$$

式中 $\dot{\mathbf{p}}$ ——输出速度矢量;

$$\dot{\mathbf{p}} = (\dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{z}_3)^T;$$

$\dot{\mathbf{q}}$ ——输入速度矢量;

$$\dot{\mathbf{q}} = (\dot{y}, \dot{z}, \dot{\beta})^T;$$

$\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ ——机构正, 逆雅可比矩阵;

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} z - z_1 & 0 & 0 \\ 0 & z - z_2 & 0 \\ 0 & 0 & z_3 - r_3 \sin \beta - z \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} y - r + R & z - z_1 & 0 \\ y + r - R & z - z_2 & 0 \\ 0 & z_3 - r_3 \sin \beta - z & [(z_3 - z) \cos \beta - R_3 \sin \beta] r_3 \end{pmatrix}。$$

定义 $\mathbf{J}'$ 为非冗余驱动机构的速度雅可比矩阵, 则

$$\mathbf{J}' = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \quad (11)$$

根据式(8)、(9), 同时考虑驱动冗余部分, 则整个机构的雅可比矩阵 $\mathbf{J}$ 可表示为

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}' \\ \mathbf{J}'' \end{pmatrix} \quad (12)$$

式中 $\mathbf{J}''$ ——冗余驱动部分雅可比矩阵;

$$\mathbf{J}'' = (-1, 0, 0)。$$

2 并联机构动力学建模

驱动冗余并联机构的动力学建模是建立在非驱动冗余并联机构动力学建模基础上的, 由于驱动冗余支链的存在, 使得并联机构的动力学建模更加复杂^[9]。为实现所研究驱动冗余并联机构的准确建模及有效验证, 将机构分为动平台、连杆和驱动滑块三个子系统, 分别对其进行动力学建模, 然后求取机构整体动力学方程。

2.1 动平台子系统动力学方程

并联机构动平台动能为

$$T_p = \frac{1}{2} m_p \mathbf{v}^T \mathbf{v} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_h^T \mathbf{I}_p \boldsymbol{\omega}_h \quad (13)$$

式中 m_p ——动平台的质量;

$\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega}_h, \mathbf{I}_p$ ——动平台质心的线速度, 角速度和转动惯量矩阵;

$$\dot{\mathbf{v}} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T;$$

$$\boldsymbol{\omega}_h = \mathbf{E} \times \boldsymbol{\omega};$$

$\boldsymbol{\omega}$ ——欧拉转速矢量, $\boldsymbol{\omega} = (\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma})^T$;

$\mathbf{E}$ ——转速矢量到角速度矢量的变换矩阵;

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}.$$

而惯量矩阵 $\mathbf{I}_p$ 可表示为

$$\mathbf{I}_p = \mathbf{T}_T^B \mathbf{I}_0 (\mathbf{T}_T^B)^T$$

式中, $\mathbf{I}_0$ 为动平台相对于参考坐标系 $\{T\}$ 的转动惯量。根据所研究机构动平台的特点, 有 $\mathbf{I}_0 = \text{diag}(0.5m_p r^2, 0.25m_p r^2, 0.5m_p r^2)$ 。

为便于计算, 选择静坐标系 $\{B\}$ 的 YOZ 平面为零势面, 则动平台的势能可表示为

$$U_p = m_p g z \quad (14)$$

将式(13)、(14)代入下列拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_p}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T_p}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial U_p}{\partial \mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}_p \quad (15)$$

整理可得机构动平台的子动力学方程

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_p \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_p = \boldsymbol{\tau}_p \quad (16)$$

式中 $\mathbf{M}_p$ ——动平台子系统惯性矩阵;

$\mathbf{C}_p$ ——动平台子系统哥氏力系数矩阵;

$\mathbf{G}_p$ ——动平台子系统重力项;

$\boldsymbol{\tau}_p$ ——动平台所引入的等效广义力。

2.2 连杆子系统动力学方程

机构三个连杆的速度包括移动速度和旋转角速度, 在实际运行中, 各连杆的角速度较小可忽略不计^[18], 则并联机构连杆的动能为

$$T_l = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} m_{li} \mathbf{v}_{Gi}^T \mathbf{v}_{Gi} \quad (17)$$

式中 m_{li} ——连杆质量($i=1,2,3$);

$\mathbf{v}_{Gi}$ ——连杆质心的移动速度。

设机构三个连杆 $B_i P_i (i=1,2,3)$ 均质, 则各连杆质心 G_i 相对与坐标系 $\{B\}$ 的位置坐标可表示为

$$\mathbf{G}_1 = \left(0, \frac{1}{2}(y-r+R), z + \frac{1}{2}\sqrt{L_1^2 - (y-r+R)^2} \right)^T$$

$$\mathbf{G}_2 = \left(0, \frac{1}{2}(y+r-R), z + \frac{1}{2}\sqrt{L_2^2 - (y+r-R)^2} \right)^T$$

$$\mathbf{G}_3 = \left(-\frac{1}{2}R_3 - \frac{1}{2}r_3 \cos \beta, y, z + r_3 \sin \beta + \frac{1}{2}\sqrt{L_3^2 - (R_3 - r_3 \cos \beta)^2} \right)^T \quad (18)$$

对式(18)求导即可得连杆质心移动速度 $\mathbf{v}_{Gi}$ 。

机构连杆的势能为

$$U_l = \sum_{i=1}^3 m_{li} g z_{G_i} \quad (19)$$

同理可得机构连杆子系统的动力学方程

$$\mathbf{M}_l \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_l \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_l = \boldsymbol{\tau}_l \quad (20)$$

式中, $\mathbf{M}_l$, $\mathbf{C}_l$, $\mathbf{G}_l$, $\boldsymbol{\tau}_l$ 分别为连杆子系统惯性矩阵、哥氏力系数矩阵、重力项和等效广义力。

2.3 滑块子系统动力学方程

并联机构四个驱动滑块均在丝杠上做直线运动, 即转动动能为零, 则驱动滑块的动能可表示为

$$T_b = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} m_{bi} \mathbf{v}_{bi}^T \mathbf{v}_{bi} \quad (21)$$

式中 m_{bi} ——滑块质量($i=1,2,3$);

$\mathbf{v}_{bi}$ ——滑块的移动速度;

$$\mathbf{v}_{bi} = (0, 0, \dot{z}_i)^T.$$

机构冗余驱动滑块无 Z 方向运动, 其重力项与机构架的支撑力相抵消, 所以机构驱动滑块的势能为

$$U_b = \sum_{i=1}^3 m_{bi} g z_i \quad (22)$$

同理可得滑块子系统的动力学方程

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_b = \boldsymbol{\tau}_b \quad (23)$$

式中, $\mathbf{M}_b$, $\mathbf{C}_b$, $\mathbf{G}_b$, $\boldsymbol{\tau}_b$ 分别为滑块子系统惯性矩阵、哥氏力系数矩阵、重力项和等效广义力。

2.4 整体动力学模型

至此已经完成对机构动平台、连杆和驱动滑块三个子系统的动力学建模, 在此基础上可进一步获得机构的整体动力学方程

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (24)$$

式中 $\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}_p + \mathbf{M}_l + \mathbf{M}_b$;

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{C}_p + \mathbf{C}_l + \mathbf{C}_b;$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{G}_p + \mathbf{G}_l + \mathbf{G}_b;$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_p + \boldsymbol{\tau}_l + \boldsymbol{\tau}_b;$$

且

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix}$$

$$M_{11} = m_p + m_{b4} + m_{l3} + \frac{1}{2}m_{l1} + \frac{1}{2}(A_1^2 + A_2^2)(m_{l1} + 2m_{b1});$$

$$M_{12} = M_{21} = -\frac{1}{2}(A_1 + A_2)(m_{l1} + 2m_{b1});$$

$$M_{13} = M_{31} = 0;$$

$$M_{22} = m_p + 2m_{l1} + m_{l3} + 2m_{b1} + m_{b3};$$

$$M_{23} = M_{32} = r_3 \cos \beta (m_{l3} + m_{b3}) - \frac{1}{2}A_3(m_{l3} + 2m_{b3});$$

$$M_{33} = \frac{1}{2}m_p r^2 + \frac{1}{4}r_3^2 \sin^2 \beta m_{l3} + r_3 \cos \beta (m_{l3} + m_{b3}) - \frac{1}{2}A_3(m_{l3} + 2m_{b3}).$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix}$$

$$C_{11} = \frac{1}{4}L_1^2 A_4(m_{l1} + 4m_{b1})\dot{y} - \frac{1}{4}L_2^2 A_5(m_{l1} + 4m_{b1})\dot{z};$$

$$C_{12} = \frac{1}{4}L_1^2 A_5(m_{l1} + 4m_{b1})\dot{y};$$

$$C_{13} = C_{22} = C_{31} = 0;$$

$$C_{21} = 2C_{12};$$

$$C_{23} = \left(-r_3 \sin \beta (m_{l3} + m_{b13}) - \frac{1}{2}A_6(m_{l3} + 2m_{b13}) \right) \dot{\beta};$$

$$C_{32} = \frac{1}{2}C_{23};$$

$$C_{33} = \frac{1}{2} \left(r_3 \sin \beta (m_{l3} + m_{b13}) + \frac{1}{2}A_6(m_{l3} + 2m_{b13}) \right) \dot{z} +; \\ \left(\frac{1}{4}r_3^2 \sin \beta \cos \beta - 2 \left(r_3 \cos \beta - \frac{1}{2}A_3 \right) (r_3 \sin \beta +; \right. \\ \left. \frac{1}{2}A_6)m_{l3} - (r_3 \cos \beta - A_3)(r_3 \sin \beta + A_6)m_{b3} \right) \dot{\beta}.$$

$$G(q) = \begin{pmatrix} -\left(m_{b1} + \frac{1}{2}m_{l1} \right) g(A_1 + A_2) \\ \left(m_p + 2m_{b1} + m_{b3} + 2m_{l1} + m_{l3} \right) g \\ \left(m_{b3} + m_{l3} \right) g(r_3 \cos \beta - A_3) \end{pmatrix}$$

$$A_1 = \frac{y - r + R}{\sqrt{L_1^2 - (y - r + R)^2}};$$

$$A_2 = \frac{y + r - R}{\sqrt{L_2^2 - (y + r - R)^2}};$$

$$A_3 = \frac{(R_3 - r_3 \cos \beta) r_3 \sin \beta}{\sqrt{L_3^2 - (R_3 - r_3 \cos \beta)^2}};$$

$$A_4 = \frac{y - r + R}{(L_1^2 - (y - r + R)^2)^2} + \frac{y + r - R}{(L_2^2 - (y + r - R)^2)^2};$$

$$A_5 = (L_1^2 - (y - r + R)^2)^{-\frac{2}{3}} + (L_2^2 - (y + r - R)^2)^{-\frac{2}{3}};$$

$$A_6 = \frac{r_3^2 \sin^2 \beta + r_3 (R_3 - r_3 \cos \beta) \cos \beta}{(L_3^2 - (R_3 - r_3 \cos \beta)^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

本文所研究的驱动冗余并联机构的自由度为 3, 对应驱动量有 4 个, 在任何运动状态下, 机构驱动力不唯一, 因此必须进行驱动力优化。根据虚功原理及范数最小原则可确定系统最优解^[19-20], 表示如下

$$F = (J^T)^+ \tau \quad (25)$$

式中 $(J^T)^+$ —— J^T 的伪逆;

F —— 轴向驱动力矢量;

$$F = (f_1, f_2, f_3, f_4)^T$$

f_1, f_2, f_3, f_4 —— 轴向驱动力。

2.5 模型简化及误差补偿

由式(24)可知, 并联机构的动力学模型计算复杂, 不适用于实时控制。在实际应用中必须进行合理简化。忽略各构件的转动动能, 机构动平台动和驱动滑块的动能可分别表示为

$$T_b = \frac{1}{2}m_p(y^2 + z^2) \quad (26)$$

$$T_{bi} = \frac{1}{2}m_{bi}z_i^2 \quad i = 1, 2, 3 \quad (27)$$

根据式(18)可得各连杆质心的线速度 $v_{G1} = (0, 0.5\dot{y}, 0.5\dot{z} - 0.5\dot{z}_1)^T$, $v_{G2} = (0, 0.5\dot{y}, 0.5\dot{z} - 0.5\dot{z}_2)^T$ 和 $v_{G3} = (0, \dot{y}, 0.5\dot{z} - 0.5\dot{z}_3)^T$, 故各连杆的动能可近似表示为

$$T_{li} = \frac{1}{4}m_{li}(y^2 + z^2) + \frac{1}{4}m_{li}\dot{z}_i^2 \quad i = 1, 2, 3 \quad (28)$$

分析式(26)~(28), 提出如下动力学简化方案: 将三个连杆质量的一半转入相连滑块, 而剩余一半的质量则转入机构动平台, 由于机构动平台动和驱动滑块的运动较为单一, 因此机构动力学模型可得到有效简化。

很显然, 上述模型简化所带来的误差会影响机构的建模及控制精度。由于 RBF 神经网络学习速度快、网络结构自适应确定、输出与初始权值无关, 且具有全局最优和最佳逼近性能, 在函数逼近, 时间序列预测, 系统建模和控制中得到了广泛应用^[21]。本文采用 RBF 神经网络在线补偿动力学模型简化误差, 以满足系统实时性和控制精度要求。

由动力学模型可知,系统驱动力与机构动平台位姿、速度和加速度有关,故本文所设计 RBF 神经网络输入层结点数为 9,输出层结点数为 4,其结构如图 4 所示,其中输入矢量为机构位姿量、位姿的一阶导数和位姿的二阶导数,表示为 $\mathbf{Q} = (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})^T = (y, z, \beta, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\beta}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{\beta})^T$, 输出矢量为补偿力矢量,记为 $\Delta \mathbf{F} = (\Delta f_1, \Delta f_2, \Delta f_3, \Delta f_4)^T$, RBF 神经网络隐含层采用高斯指数型函数,输出层采用线性激活函数。

图 4 RBF 神经网络结构

根据运动要求确定动平台的运动轨迹,从规划的轨迹中取出 3 000 组位姿数据 $\mathbf{Q}_i = (y_i, z_i, \beta_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i, \dot{\beta}_i, \ddot{y}_i, \ddot{z}_i, \ddot{\beta}_i)^T$ ($i=1,2,\dots,3\ 000$), 分别用完整动力学模型及简化动力学模型求解出所对应的 3 000 组机构理想驱动力和实际驱动力, 分别记为

$$\Delta \mathbf{F}_{ri} = (\Delta f_{r1i}, \Delta f_{r2i}, \Delta f_{r3i}, \Delta f_{r4i})^T$$

$$\Delta \mathbf{F}_{mi} = (\Delta f_{m1i}, \Delta f_{m2i}, \Delta f_{m3i}, \Delta f_{m4i})^T$$

并将两者进行比较, 求出误差值 $\Delta \mathbf{F}_i$ 。将 $\mathbf{Q}_i$ 和 $\Delta \mathbf{F}_i$ 构成样本对并进行归一化处理, 选取其中 2/3 组数据作为 RBF 神经网络的训练样本, 对所设计 RBF 神经网络进行离线训练。另保留 1/3 的数据作为检测样本验证所构建 RBF 神经网络模型误差补偿方案的有效性和正确性。在并联机构实际运动过程中, 以实测的动平台运动状态为输入, 则 RBF 神经网络的输出即对应的各个驱动轴上的补偿力 $\Delta \mathbf{F}$, 因此, 考虑误差补偿项, 式(24)可重新表示如下

$$\mathbf{F} = (\mathbf{J}^T)^+ (\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q})) + \Delta \mathbf{F} \quad (26)$$

3 算例分析

针对所建动力学模型, 在 Matlab/Simulink 环境下进行仿真以验证模型正确性及模型简化方案的有效性。机构各组件参数如表 1 所示。RBF 神经网络的权值矢量初始值均取为 0, 高斯函数的参数随机选取。

表 1 机构组件参数

构件质量/kg	数值	构件长度/mm	数值
m_p	8.103	L_1, L_2	269.00
m_{b1}, m_{b2}	11.815	L_3	216.00
m_{b3}	16.401	r_1, r_2	98.17
m_{11}, m_{12}	10.875	r_3	140.00
m_{13}	8.525	R_1, R_2	213.91
m_{b4}	70.314	R_3	207.80

并联机构动平台中心点的期望运动轨迹规划如下

$$\begin{cases} y = 0.05 \cos(0.1\pi t) \\ z = 0.05 \sin(0.1\pi t) \\ \beta = 0 \end{cases} \quad (30)$$

3.1 机构主要构件引入的驱动力

为分析机构各部分驱动力对总体驱动力的影响, 基于上述机构参数进行平面圆周运动, 在一个运动周期内, 并联机构各主要部件所引入的驱动力如图 5 所示。由图可知并联机构各主要构件所引入的驱动力变化各不相同, 但均呈正余弦曲线规律变化, 这是由机构本身对称性和运动轨迹为正弦和余弦函数所决定的。在 1/2 圆周处, 由于各滑块运动方向发生改变, 故所对应驱动力达到最大值且变化趋势发生改变。分析图 5b、5c 知, 连杆 1、2, 滑块 1、2 及动平台在 Z 轴方向所引入的驱动力的变化较大, 且由 f_1 和 f_2 承担, 而在 Y 方向, 由于加速度较小, 所引入轴向驱动力 f_3 较小。从图 5d、5e 可以看出, 连杆 3 和滑块 3 所引入的驱动力 f_3 较大, 而 f_1 的 f_2 的分担量几乎为零, 这是由于连杆 3 和滑块 3 的质量较大, 且其重力项基本由驱动力 f_3 承担造成的。图 5f 中, 由于冗余滑块无 Z 轴方向运动, 且其重力项由机构架承担, 故其引入的驱动力 f_3 几乎为零。

3.2 简化模型验证

图 6 为圆周运动时并联机构各支路驱动力变化情况, 图中实际模型为式(24)所示机构完整动力学模型, 带补偿简化模型为式(26)所示基于 RBF 神经网络的简化模型。由图 6 可知, 基于 RBF 神经网络误差补偿的简化模型的驱动力与原始完整动力学模型的输出基本一致, 最大误差不超过 10 N。

3.3 控制性能验证

为进一步验证所建动力学模型的正确性和简化方案的有效性, 基于上述动力学模型, 引入 PD 控制器构建机器人闭环控制系统并对其进行计算机仿真, PD 控制器参数选为 $\mathbf{k}_p = \text{diag}(8\ 000, 38\ 000, 650)$, $\mathbf{k}_d = \text{diag}(1\ 500, 1\ 500, 600)$, 并联机构动平台运动期望轨迹选取为 $y=0.05\cos(\pi t)$, $z=0.05\sin(\pi t)$, $\beta=0$, 设初始位姿 $\mathbf{q}=(0.04, -0.01, -0.5 \times 10^{-4})^T$ 。仿真

图 5 并联机构主要构件引入的驱动力

图 6 并联机构各支路驱动力

结果如图 7 和图 8 所示。由此可知机构末端能有效跟踪期望轨迹，在 Y 、 Z 和 β 方向的误差绝对值分

别小于 0.3 mm 、 0.5 mm 和 $0.6 \times 10^{-4} (^{\circ})$ 。与无补偿模型相比，采用本文所提出的带补偿简化方案，并

联机构控制系统具有较高的跟踪精度,从而进一步验证了所做动力学模型简化的正确性和有效性。

(a) Y方向轨迹跟踪结果

(b) Z方向轨迹跟踪结果

(c) β 方向轨迹跟踪结果

图7 机构末端轨迹跟踪结果

图8 YZ平面轨迹跟踪结果

4 结论

(1) 将并联机构分解为动平台、连杆和驱动滑块三个子系统,分别采用 Lagrange 法建立基于任务空间的子系统动力学模型,在此基础上推导机构整体动力学模型。

(2) 根据能量守恒原则及对各构件质心运动特

性的分析,将机构运动相对复杂的连杆的质量分别转化到动平台和滑块部分,实现完整动力学模型的简化。

(3) 为解决模型简化所引入的建模精度问题,提出基于 RBF 神经网络的建模误差补偿方法以满足并联机构控制系统的实时性和控制精度要求。

参考文献

- [1] YU Jingjun, DAI Jiansheng, BI Shusheng, et al. Numeration and type synthesis of 3-DOF orthogonal translational parallel manipulators[J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(5): 563-574.
- [2] 刘善增, 余跃庆, 佘国宁, 等. 3 自由度并联机器人的运动学与动力学分析[J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 11-17.
LIU Shanzeng, YU Yueqing, SI Guoning, et al. Kinematic and dynamic analysis of a three-degree-of-freedom parallel manipulator[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 11-17.
- [3] SUN Tao, SONG Yimin, LI Yonggang, et al. Separation of comprehensive geometrical errors of a 3-DOF parallel manipulator based on Jacobian matrix and its sensitivity analysis with Monte-Carlo method[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2011, 24(3): 406-413.
- [4] HUANG Q, LI S H, ZUO R G. Feasible instantaneous motions and kinematic characteristics of a special 3-DOF 3-UPU parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(9): 957-970.
- [5] LIU Xinjun, WANG Jinsong. A new methodology for optimal kinematic design of parallel mechanisms[J]. Mechanism and Machine Theory 2007, 42(9): 1210-1224.
- [6] KANAAN D, WENGER P, CHABLAT D. Kinematic analysis of a serial-parallel machine tool: The VERNE machine[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(2): 487-498.
- [7] ZHAO Yongjie, GAO Feng. Dynamic performance comparison of the 8PSS redundant parallel manipulator and its non-redundant counterpart the 6PSS parallel manipulator[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(5): 991-1008.
- [8] EBRAHIMI I, CARRETERO J A, BOUDREAU R. 3-PRRR redundant planar parallel manipulator: Inverse displacement, workspace and singularity analyses[J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(8): 1007-1016.
- [9] 程丽. 五自由度并联机床冗余驱动理论与实验研究[D].

- 秦皇岛: 燕山大学, 2010.
- CHENG Li. Theoretical and experimental investigation of 5-DOF parallel machine tool with redundant actuation[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2010.
- [10] WU Jun, WANG Jingsong, WANG Liping, et al. Dynamics and control of a planar 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(4): 835-849.
- [11] WANG Liping, WU Jun, WANG Jinsong. Dynamic formulation of a planar 3-DOF parallel manipulator with actuation redundancy[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2010, 26(1): 67-73.
- [12] GALLARDO J, RICO J M, FRISOLI A, et al. Dynamics of parallel manipulators by means of screw theory[J]. Mechanism and Machine Theory, 2003, 38(1): 1113-1131.
- [13] ABDELLATIF H, HEIMANN B. Computational efficient inverse dynamics of 6-DOF fully parallel manipulators by using the Lagrangian formalism[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(1): 192-207.
- [14] STEFAN S, ZHANG Dan. A novel dynamic modelling approach for parallel mechanisms analysis[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2008, 24(1): 167-172.
- [15] 刘晓, 赵铁石, 边辉, 等. 耦合型 3 自由度并联稳定平台机构动力学分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(1): 45-52.
- LIU Xiao, ZHAO Tieshi, BIAN Hui, et al. Dynamics analysis of a 3-DOF coupling parallel mechanism for stabilized platform[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(1): 45-52.
- [16] 刘辛军, 汪劲松, 谢福贵. 一种多轴联动混联装置: 中国, ZL200810113768.4[P]. 2010-01-13.
- LIU Xinjun, WANG Jingsong, XIE Fugui. A multi-axis synchronous hybrid mechanism: China, ZL200810113768.4[P]. 2010-01-13.
- [17] LIU Xinjun, WANG Jingsong, KIM J. Determination of the link lengths for a spatial 3-DOF parallel manipulator[J]. Journal of Mechanical Design, 2006, 128(2): 365-373.
- [18] 杨永刚. 6-PRRS 并联机器人关键技术的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008.
- YANG Yonggang. Research key technology of 6-PRRS parallel robot[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008.
- [19] TSAI L W. Solving the inverse dynamics of parallel manipulators by the principle of virtual work[J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 2000, 122(1): 3-9.
- [20] WU Jun, WANG Jingsong, WANG Liping, et al. Dynamic formulation of redundant and nonredundant parallel manipulators for dynamic parameter identification[J]. Mechatronics, 2009, 19(4): 586-590.
- [21] ZHANG Dan, LEI Jianhe. Robotics and computer-integrated manufacturing kinematic analysis of a novel 3-DOF actuation redundant parallel manipulator using artificial intelligence approach[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2003, 27(1): 157-163.
-
- 作者简介: 牛雪梅, 女, 1980 年出生, 博士研究生。主要研究方向为并联机器人及其控制。
E-mail: niuxm@mail.ujes.edu.cn.
- 高国琴(通信作者), 女, 1965 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为并联机构及其装备的控制。
E-mail: gqgao@mail.ujes.edu.cn