DOI: 10.3901/JME.2019.10.054

基于均布临界域本征损伤耗散的疲劳极限等量关系*

彭艳¹ 李浩然¹ 刘洋¹ 章健²

(1. 燕山大学国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心 秦皇岛 066004;

2. 滨州学院机电工程学院 滨州 256600)

摘要: 疲劳极限预测是工程结构件复杂载荷下抗疲劳设计重要基础。应力场强理论,无法给出考虑平均应力的疲劳极限关系,属于临界域准则,而临界点准则无法刻画高周疲劳损伤局部域特点,与高周疲劳损伤特点不相吻合。基于连续介质损伤力学及其不可逆热力学框架,建立一种基于高周疲劳损伤临界域本征损伤耗散的疲劳极限等量关系模型。该等量关系包括考虑拉压异性的含平均应力的拉伸疲劳极限和对称旋转弯曲疲劳极限与对称扭转疲劳极限之比。运用含平均应力的拉伸疲劳极限预测模型,对两种常见铝合金 LC4 和 LC9 进行寿命预测,结果表明所提模型优于现有的单一线性(GOODMAN 和 THORDBERG)和 GERBER 椭圆疲劳极限等量关系模型,与试验吻合较好,单一线性疲劳极限等量模型无法刻画拉压异性。利用对称旋转-对称扭转疲劳极限比值预测模型分别对 11 种常见金属材料疲劳性能进行预测,结果表明所提模型明显优于基于应力场强法导出的比值预测模型。基于均布临界域本征损伤耗散开展疲劳极限预测,为金属材料疲劳强度预测研究提供了新思路。

关键词: 损伤力学; 疲劳极限; 临界域; 本征损伤耗散; 寿命预测

中图分类号: O346

Fatigue Limit Equivalent Relation Based on Uniform Intrinsic Damage Dissipation in Critical Domain

PENG Yan¹ LI Haoran¹ LIU Yang¹ ZHANG Jian²

(1. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling,

Yanshan University, Qinhuangdao 066004;

2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Binzhou University, Binzhou 256600)

Abstract: Fatigue limit prediction is an important basis for anti-fatigue design of engineering structures under complex loads. The stress field strength theory can not give the fatigue limit relation considering mean stress and belongs to the criterion of critical region. The criterion of critical point can not describe the local characteristics of high cycle fatigue damage, which is inconsistent with the characteristics of high cycle fatigue damage. A fatigue limit equivalence relation model for high cycle fatigue, which is based on intrinsic damage dissipation in critical region, is established by means of continuum damage mechanics and its irreversible thermodynamic framework. The equivalence relation includes the tensile fatigue limit under mean stress considering the tension-compression anisotropy and the ratio of the symmetrical rotational bending fatigue limit to the symmetrical torsional fatigue limit. The life predictions of LC4 and LC9 aluminium alloys is carried out using the prediction model for tensile fatigue limit under mean stress. It is shown that the proposed model is superior to the existing models associated with fatigue limit equivalence relations of single linear (GOODMAN and THORDBERG) and GERBER elliptic, and in good agreement with the test results. The anisotropy of tension and compression can not be described using the single linear equivalent model for predicting fatigue limit. The fatigue properties of eleven kinds of common metal materials are predicted using the model for predicting the ratio of symmetrical bending-torsion fatigue limit, and it is shown that the proposal is superior obviously to the ratio prediction induced by stress field intensity approach. That fatigue limit prediction based on uniform intrinsic damage dissipation in critical domain provides a new idea for fatigue strength prediction of metal materials.

Key words: damage mechanics; fatigue limit; critical region; intrinsic damage dissipation; life prediction

* 国家重点研发计划资助项目(2017YFB0306402)。20180915 收到初稿,
20190125 收到修改稿

0 前言

随着科学技术和生产力的发展,人们对机械装备提出了更为苛刻的使用寿命、安全性能以及经济效益等方面的要求。疲劳失效作为最严重的材料破坏形式之一,危及着构件安全运行并可能造成巨大的经济损失。据不完全统计,在现代工业领域,大约有 80%以上构件破坏是由疲劳破坏引起的^[1]。由于大多数工程结构和机械构件需要满足长寿命使用要求,使得在役承力构件循环应变主要以弹性变形为主,呈现高周疲劳损伤失效的一般特点^[2]。因此,研究高周疲劳极限预测方法对结构件抗疲劳设计至关重要。

高周疲劳是一种具有局部性损伤特征的失效形式,局部损伤区应力应变场与其疲劳寿命密切相关。局部损伤区又称之为临界域,是高周疲劳裂纹萌生与扩展区域。基于临界域应力应变场,探究高周疲劳极限预测方法,具有确定的物理意义。姚卫星等^[3-4]根据高周疲劳损伤局部化特点,给出了刻画影响疲劳寿命的临界域应力场强,导出了解称旋转弯曲疲劳极限和解称纯扭疲劳极限比例关系。夏天翔等^[5]通过引入三维权函数将传统应力场强理论推广至三维结构件疲劳强度分析。赵丙峰等^[6]对原应力场强理论进行修正优化,简化了场强求解过程,便于工程运用。应力场强理论虽有较强的物理背景,但场域破坏应力函数及其权函数缺乏相应的力学机理。基于应力场强理论可导出解称旋转弯曲疲劳极限和解称纯扭疲劳极限比例关系,无法给出考虑平均应力的单轴拉伸疲劳极限等量关系。

疲劳损伤,作为一种必然伴随能量耗散的过程^[7],这一能量耗散又分为塑性应变能和其他非弹性应变能^[8]。已有的能量耗散法研究疲劳损伤,一般以材料循环稳定状态应力应变迟滞回线包络面积作为能量耗散指标,与材料疲劳寿命建立非线性关系,代表性有 PALIN 模型^[9]、SONSINO 模型^[10]等。往复循环载荷下材料应力应变迟滞回线包络面积构建耗散能量指标,包括塑性耗散和损伤耗散。考虑到部分塑性耗散能贡献于材料塑性硬化,因此,以材料循环稳定状态应力应变迟滞回线包络面积形成的耗散能量指标,不全是有效损伤能耗^[11],无法与寿命形成一一映射。损伤耗散,是与疲劳损伤演化构成一一映射的能量指标,因此开展特定区域内损伤耗散能与材料疲劳寿命的关系模型研究,势必提高模型预测精度。

描述疲劳极限与平均应力关系的著名经验方法

通常有 GOODMAN 线性关系、THORDBERG 线性关系和 GERBER 椭圆关系等^[12],这些方法具有经验性,几乎没有相应的物理和力学意义。疲劳极限与平均应力关系,是工程结构件复杂载荷下抗疲劳设计重要基础。工程上只能通过大量试验数据拟合试验关系曲线,耗时耗力,缺乏相应的理论基础^[13]。单轴高周疲劳作为多轴高周疲劳特殊形式,应当说单轴高周疲劳极限预测模型是多轴情形下的简化形式。事实上,这种简化形式往往是单一线性关系,比如 SUSMEL 模型^[14]、PAPADOPOULOS 模型^[15]以及 ZHANG 模型^[16]等。这些预测模型以构件最危险点载荷历史建立损伤参数,属于临界点预测模型,无法刻画高周疲劳损伤局部域特点,与高周疲劳损伤特点不相吻合。

近年来,作为一种公认为非常有前途的研究方法-损伤力学法发展较快,损伤力学基于不可逆热力学框架推演损伤演化模型,具有确定的物理和力学意义^[17]。彭艳等^[18]、杨锋平等^[19]和 AYOUB 等^[20]基于 LEMAITRE 一般意义上损伤演化方程,分别建立高周疲劳寿命预测模型,预测结果与试验吻合较好,但就本质而言,这些预测模型依然属于临界点预测模型。

本文基于连续介质损伤力学及其不可逆热力学框架,推演本征损伤耗散演化模型 D 型描述,分别给出受非对称往复循环载荷光滑试样、解称旋转弯曲载荷光滑试样以及解称纯扭转载荷光滑试样均布临界域全寿命本征损伤耗散近似封闭解。以均布临界域全寿命本征损伤耗散功作为等寿命条件,构建高周疲劳极限等量关系模型。应当指出的是,本文所述等量关系指的是两者之间存在等寿命关系。最后,利用多种金属材料疲劳试验数据对比论证本文等量关系模型先进性。

1 构建等量关系

1.1 本征损伤耗散功演化模型 D 型描述

疲劳损伤作为一种不可逆过程,需要满足热力学自洽性,一般而言,包括能量守恒定律和热力学第二定律。对受损微元体,能量守恒定律表述如下^[21]

$$\left(\sigma_{ij} - \rho \frac{\partial g}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \right) \dot{\varepsilon}_{ij}^e - \rho \left(s + \frac{\partial g}{\partial T} \right) \dot{T} + \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \rho \frac{\partial g}{\partial D} \dot{D} - \rho T \dot{s} - \dot{q}_{i,i}} = 0 \quad (1)$$

式中, σ_{ij} 为应力张量, ε_{ij}^e , $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ 和 ε_{ij}^p 分别为弹性应

变张量、弹性应变率张量和塑性应变率张量, ρ 和为微元体密度, $\dot{q}_{i,i}$ 为微元体热流密度取空间坐标偏微分, T 和 $\dot{T}$ 分别为微元体瞬态温度及其温度变化率, s 和 $\dot{s}$ 分别为微元体熵值及其熵变率, D 和 $\dot{D}$ 分别为损伤内变量及其变化率, g 为 Helmholtz 自由能。一般认为, 受损微元体 Helmholtz 自由能与 ϵ_{ij}^p 无关, 取微元体弹性应变能, 以表征微元体对外做功能力。文献[21]假定材料损伤过程是一等温过程, 并考虑拉压异性, 受损微元体弹性应变能为

$$g = \begin{cases} \frac{1}{2\rho} \mathbf{S}_{ijkl} \epsilon_{kl}^e \epsilon_{ij}^e (1-D) & |\sigma_1| \geq |\sigma_3| \\ \frac{1}{2\rho} \mathbf{S}_{ijkl} \epsilon_{kl}^e \epsilon_{ij}^e (1-hD) & |\sigma_1| < |\sigma_3| \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{S}_{ijkl}$ 为四阶柔度张量, h 为压缩应力主导下的裂纹闭合因子, LEMAITRE 建议取 0.2, σ_1, σ_3 分别为第一主应力和第三主应力。损伤力学中将弹性应变能释放率作为损伤驱动力 Y , 假定材料各向同性, 由弹性力学可知损伤驱动力 Y 表述如下

$$Y = \begin{cases} \frac{\sigma_{eq}^2 R_v}{2E(1-D)^2} & |\sigma_1| \geq |\sigma_3| \\ \frac{h\sigma_{eq}^2 R_v}{2E(1-hD)^2} & |\sigma_1| < |\sigma_3| \end{cases} \quad (3)$$

$$R_v = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2$$

式中, R_v 为三轴应力比, σ_{eq} 为 Von Mises 等效应力, $\sigma_{eq} = \sqrt{3/2 \sigma_{ij} \sigma_{ij}}$, σ_H 为静水应力, $\sigma_H = 1/3 \sigma_{kk}$, ν 为材料泊松比, E 为材料弹性模量。利用以上变量, 受损微元体热力学第二定律采用 Clausius-Duhamel 不等式表述为^[13]

$$\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p + Y \dot{D} - T^{-1} \lambda \dot{q} > 0 \quad (4)$$

式中, $\lambda, \dot{q}$ 分别为温度梯度矢量和热流密度矢量。当假定塑性热耗散和本征损伤热耗散不耦合并认为损伤是一缓慢等温过程, 并考虑式(3)的非负性, 式(4)可简述为

$$\dot{D} > 0 \quad (5)$$

这表明, 满足 Clausius-Duhamel 不等式, 损伤内变量具有递增性。

Clausius-Duhamel 不等式揭示受损微元体产热不同途径, 分为塑性热耗散和本征损伤热耗散。针对疲劳损伤, 本征损伤热耗散与往复损伤驱动力密切相关。当不考虑损伤驱动力阈值, 考虑往复损伤驱动力循环特性的本征损伤耗散势函数可取^[21]

$$F_d(Y) = \frac{c \left[(1-R_Y)^m Y \right]^{p+2}}{p+2} \quad (6)$$

式中, $F_d(Y)$ 为损伤耗散势函数, R_Y 是往复损伤驱动力特性表征参量, c, m, p 均为材料常数。当整周循环损伤驱动力具有单峰特性时, 取 $R_Y = \sqrt{Y_{\min}/Y_{\max}}$, $Y_{\min}, Y_{\max}$ 分别为整周循环损伤驱动力最小值和最大值, 当其具有双峰特性, 取 $R_Y = -\sqrt{Y_{\max 1}/Y_{\max}}$, $Y_{\max 1}$ 为整周循环损伤驱动力次峰值。基于正交流动法则得

$$dD = \frac{dF_d(Y)}{dY} = c \left[(1-R_Y)^m Y \right]^{p+1} \lambda_D \quad (7)$$

式中, λ_D 为正交流动系数。由本征损伤耗散功增量关系, $dF_d(Y) = Y dD$, 可导出 $\lambda_D = dY/Y$ 。由损伤内变量增量关系可得损伤演化模型的 N 型描述

$$\frac{dD}{dN} = \frac{c}{p+1} \times \left\{ \left[(1-R_Y)^m Y_{\max} \right]^{p+1} - \left[(1-R_Y)^m Y_{\min} \right]^{p+1} \right\} \quad (8)$$

式中, N 为循环周次。

由 Clausius-Duhamel 不等式本征损伤耗散功项, 可推演损伤耗散功演化方程的 N 型描述表述为

$$\frac{dQ}{dN} = \frac{c}{(p+2)(1-R_Y)^m} \times \left\{ \left[(1-R_Y)^m Y_{\max} \right]^{p+2} - \left[(1-R_Y)^m Y_{\min} \right]^{p+2} \right\} \quad (9)$$

式中, Q 为本征损伤耗散功。由微分一般原理可知, 式(9)可改写成 D 型描述

$$\frac{dQ}{dD} = \frac{dQ}{dN} / \frac{dD}{dN} = \frac{p+1}{p+2} \left(\frac{Y_{\max}^{p+2} - Y_{\min}^{p+2}}{Y_{\max}^{p+1} - Y_{\min}^{p+1}} \right) \quad (10)$$

需要指出的是, 式(8)~(10)演化模型均针对单峰损伤驱动力循环载荷, 当往复损伤驱动力具有双峰特性时, 需要进行分段损伤叠加。

1.2 考虑拉压异性的疲劳极限等量关系

1.2.1 叠加平均应力拉伸疲劳极限

损伤内变量临界值, 界定危险点失效条件, 与材料属性、载荷性质等密切相关。高周疲劳失效一般表现为脆性断裂^[22], 而较大应力比疲劳载荷弱化脆性断裂特征, 增多断口韧性断裂特征^[23], 使得损伤内变量临界值不唯一。为此, 本文采用循环损伤驱动力特性表征参量构造不同断裂机制下损伤内变量临界值表征模型

$$D_c(R_Y) = \frac{(1-R_Y)^{\frac{2}{p^3}} D_0}{1 + (1-R_Y)^{\frac{2}{p^3}} D_0} \quad (11)$$

式中, D_c 为损伤内变量临界值, D_0 为材料常数。式(11)刻画了损伤内变量临界值与材料属性和载荷性质的关联性。

采用临界域相关理论一般假设, 即同种材料临界域大小只与材料属性有关, 与载荷性质没有关联。光滑试样临界域, 是以最危险点为圆心和场径 ρ 为半径的圆面与试样截面的交叉区域的等截面体, 其中截面体高度为 h 。针对光滑试样受单轴拉伸循环载荷, 如图 1 所示, 由式(10)、(11)可得其均布临界域全寿命本征损伤耗散功为

$$\overline{Q}_V = \frac{1}{V} \left[\frac{p+1}{p+2} \int_V \int_0^{D_c(R_Y)} \left(\frac{Y_{\max}^{p+2} - Y_{\min}^{p+2}}{Y_{\max}^{p+1} - Y_{\min}^{p+1}} \right) dD dV \right] \quad (12)$$

式中, $\overline{Q}_V$ 均布临界域全寿命本征损伤耗散功, V 临界域体积。

图 1 光滑试样受单轴拉伸循环载荷临界域分布

针对应力比 $-1 \leq r < 0$ 拉压循环载荷, 由式(3)可知, 此载荷下损伤驱动力具有双峰特性, 往复损伤驱动力特性表征参量 R_Y , 取 $D=0$ 处泰勒级数展开得

$$R_Y \approx [1 + D(h-1)] r \sqrt{h} \quad (13)$$

考虑到高周疲劳损伤绝大部分耗散于初始损伤附近且非线性较弱, 使得绝大部分循环 $1 \gg D(h-1)$ 成立, R_Y 可进一步近似, 取 $R_Y \approx r \sqrt{h}$ 。此时, 受应力比 $-1 \leq r < 0$ 拉压循环载荷试样的均布临界域全寿命本征损伤耗散功表述如下

$$\overline{Q}_V \approx \frac{(\sigma_a + \sigma_m)^2}{2E} (1 - \sqrt{hr})^{\frac{2}{p^3}} D_0 \frac{p+1}{p+2} \quad (14)$$

式中, σ_a, σ_m 分别为循环正应力幅和平均正应力。需要指出的是, 对于损伤驱动力有双峰特性循环载

荷, 本征损伤耗散需要根据式(10)分段叠加, 但考虑到 $Y_{\max} \gg Y_{\max 1}$, 故而进行近似截断, 式(14)是近似表述。特殊的, 对于 $r=-1$ 对称拉压循环载荷, 其均布临界域全寿命本征损伤耗散功由式(14)可得

$$\overline{Q}_V \approx \frac{\sigma_{-1a}^2}{2E} (1 + \sqrt{h})^{\frac{2}{p^3}} D_0 \frac{p+1}{p+2} \quad (15)$$

式中, σ_{-1a} 为对称拉压应力幅。

以均布临界域全寿命本征损伤耗散功作为疲劳等寿命条件, 构建高周疲劳极限等量关系模型。由式(14)、(15), 可导出应力比 $-1 \leq r \leq 0$ 拉-压循环荷载下疲劳极限等量关系为

$$\sigma_{-1a} = (\sigma_a + \sigma_m) \left(\frac{1 - \sqrt{hr}}{1 + \sqrt{h}} \right)^{\frac{1}{p^3}} \quad (16)$$

对于应力比 $0 \leq r < 1$ 拉-拉循环荷载试样, 此时, 无压缩应力裂纹闭合效应, 其均布临界域全寿命本征损伤耗散功由式(14)改写得到

$$\overline{Q}_V \approx \frac{(\sigma_a + \sigma_m)^2}{2E} (1-r)^{\frac{2}{p^3}} D_0 \frac{p+1}{p+2} \quad (17)$$

由等寿命条件, 建立式(15)与式(17)间等量关系, 可导出应力比 $0 \leq r < 1$ 拉-拉循环荷载下疲劳极限等效关系为

$$\sigma_{-1a} = (\sigma_a + \sigma_m) \left(\frac{1-r}{1 + \sqrt{h}} \right)^{\frac{1}{p^3}} \quad (18)$$

易见, 本文提出的疲劳极限等量关系均考虑拉压异性。在一阶近似条件下, 运用本文疲劳极限等量关系绘制疲劳极限图为双折线线性关系。拉压应力驱动疲劳裂纹萌生或扩展的不同效应, 在大量疲劳试验得到了充分证实。试图通过单一线性关系, 比如 GOODMAN 经验线性关系和 THORDBERG 经验线性关系, 无法刻画压缩应力裂纹闭合效应, 得不到精确的疲劳极限。

1.2.2 等量关系材料参数识别

对于 $r=-1$ 对称拉压循环荷载, 损伤驱动力具有双峰特性且 $Y_{\max} \gg Y_{\max 1}$, 忽略压缩应力引入损伤, 由式(11)、(8)可导出 $S-N$ 曲线方程为

$$N_f = \alpha \sigma_{-1a}^{-2p-2} \quad (19)$$

式中, α 为缩并材料常数, 展开为

$$\alpha = \frac{[1 - D_{-1c}]^{2p+3} (2E)^{2p+2} (1+p)}{c (1 + \sqrt{h})^{mp+m}} \quad (20)$$

式中, D_{-1c} 为对称拉压循环荷载下疲劳损伤临界值, 可由式(11)给出。为获取材料参数 p , 本文利用最小

二乘法并基于 $S-N$ 曲线方程(18), 构建材料参数 p 识别模型

$$\begin{cases} p = \frac{\sum_{i=1}^j \lg N_{-1f,i} \sum_{i=1}^j \lg \sigma_{-1a,i} - j \sum_{i=1}^j \lg N_{-1f,i} \lg \sigma_{-1a,i}}{2j \sum_{i=1}^j (\lg \sigma_{-1a,i})^2 - 2 \left(\sum_{i=1}^j \lg \sigma_{-1a,i} \right)^2} - 1 \\ \lg \alpha = \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j \lg N_{-1f,i} + \frac{2p+2}{j} \sum_{i=1}^j \lg \sigma_{-1a,i} \end{cases} \quad (21)$$

式中, j 表示对称拉压疲劳试验成组数目, $N_{-1f,i}$ 表示各组对称拉压疲劳试验中值疲劳寿命, $\sigma_{-1a,i}$ 表示各组对称拉压疲劳试验加载应力幅。

1.2.3 对称旋转弯曲疲劳极限和对称扭转疲劳极限比例关系

当光滑试样受对称旋转弯曲循环载荷, 如图 2 所示, 其临界域任意横截面任意点应力幅采用危险点处应力幅表示为

$$\sigma_{-1tb} = \frac{\sqrt{\rho^2 + t^2 - 2\rho t \cos \theta} \sigma_{-1cb}}{\rho} \quad (22)$$

式中, σ_{-1tb} 为临界域中任意一点应力幅, σ_{-1cb} 表示危险点应力幅, 即临界域横截面中心点应力幅, t, θ 表示极坐标系。在对称旋转弯曲循环载荷作用下, 损伤驱动力具有双峰特性, 忽略压缩应力引入损伤, 均布临界域全寿命本征损伤耗散功为

$$\begin{aligned} \overline{Q}_v &= \frac{\sigma_{-1cb}^2}{2E} (1 + \sqrt{h})^{\frac{2}{p^3}} D_0 \times \\ &\frac{p+1}{p+2} \left(1 + \frac{\rho_D^2}{2\rho^2} - \frac{4\rho_D \cos \theta_c}{3\rho\theta_c} + \delta_\Delta \right) \end{aligned} \quad (23)$$

式中, ρ_D 表示临界域横截面半径, θ_c 表示临界域横截面最大扇形半心角, δ_Δ 为临界域横截面非扇形区微小区域(图 2)损伤耗散对均布临界域全寿命本征损伤耗散贡献系数。同理, 可导出试样受对称扭

图2 光滑试样受对称旋转弯曲循环载荷临界域分布

转循环载荷均布临界域全寿命本征损伤耗散为

$$\begin{aligned} \overline{Q}_v &= \frac{\tau_{-1a}^2}{2E} (2 + 2\nu) 2^{\frac{2}{p^3}} D_0 \times \\ &\frac{p+1}{p+2} \left(1 + \frac{\rho_D^2}{2\rho^2} - \frac{4\rho_D \cos \theta_c}{3\rho\theta_c} + \delta_\Delta \right) \end{aligned} \quad (24)$$

由等寿命条件, 即等同均布临界域全寿命本征损伤耗散功具有相等疲劳寿命, 可导出对称旋转弯曲疲劳极限和对称扭转疲劳极限比例关系为

$$\frac{\sigma_{-1cb}}{\tau_{-1a}} = \sqrt{2 + 2\nu} \left(\frac{2}{1 + \sqrt{h}} \right)^{\frac{1}{p^3}} \quad (25)$$

考虑到, 对一般金属材料有

$$\left(\frac{2}{1 + \sqrt{h}} \right)^{\frac{1}{p^3}} \approx 1 \quad (26)$$

式(24)可进一步近似简化为

$$\frac{\sigma_{-1cb}}{\tau_{-1a}} \approx \sqrt{2 + 2\nu} \quad (27)$$

2 等量关系验证

2.1 叠加平均应力的拉伸疲劳极限等量关系验证

本文选取了两种铝合金 LC4 和 LC9 制备的光滑试样在等同加载频率不同应力比下高周疲劳试验数据^[24-25], 以验证等量关系模型可靠性和材料识别方法可行性, 两种铝合金的疲劳性能参数见表 1。

表1 两种材料疲劳性能属性

材料	屈服强度 σ_s /MPa	抗拉强度 σ_b /MPa	疲劳极限 σ_{-1} /MPa	材料参数	
				α	p
LC4	494	549	73	1.67×10^{11}	0.40
LC9	423	498	90	4.18×10^{16}	1.59

图 3、4 分别为采用本文等量关系模型对 LC4 和 LC9 铝合金不同应力比下高周疲劳试验数据的拟合关系图。由图 3、4 可知, 本文所建等量关系模型预测结果与试验数据吻合较好, 但随着应力比增大, 模型拟合误差增大。为了更好地比较单一线性关系, 包括 GOODMAN 线性关系和 THORDBERG 线性关系, 以及 GERBER 椭圆关系, 利用图 3、4 同等应力水平下疲劳中值寿命进行测试模型误差带分析。图 5、6 分别为铝合金 LC4 和 LC9 测试模型预测结果与疲劳中值试验寿命误差分散图。由图 5 可看出, 本文等量关系寿命预测模型、GOODMAN 线性关系寿命预测模型和 THORDBERG 线性关系寿命预测模型预测效果差距不大, 分别有 20/22、19/22 和

19/22 的数据落在 2 倍寿命误差带内, 而 GERBER 椭圆关系寿命预测模型表现最差, 仅有 14/22 的数据落在 2 倍寿命误差带内。而由图 6 可知, 对 LC9 铝合金, 本文等量关系寿命预测模型预测效果明显优于 GOODMAN、THORDBERG 和 GERBER 关系模型, 有 14/17 的数据落在 2 倍寿命误差带内, 而其他预测模型分别仅有 6/17、9/17 和 0/17 的数据落在 2 倍寿命误差带内。两种铝合金预测效果表明, 本文所建等量关系模型预测结果与试验数据吻合较

图3 LC4 铝合金最大循环应力-疲劳寿命关系

图4 LC9 铝合金最大循环应力-疲劳寿命关系

图5 LC4 铝合金预测模型误差分散图

好, 较 GOODMAN、THORDBERG 和 GERBER 关系模型更适合于叠加平均应力拉伸疲劳极限预测。

图6 LC9 铝合金预测模型误差分散图

2.2 对称旋转弯曲疲劳极限与对称扭转疲劳极限比例关系验证

本文选取 11 种常见金属材料, 利用其对称旋转弯曲疲劳极限和对称扭转疲劳极限数据^[24-27], 以期验证本文提出的对称旋转弯曲疲劳极限与对称扭转疲劳极限比例关系。

作为临界域应力场强理论突出代表, 应力场强法给出的对称旋转弯曲疲劳极限与对称扭转疲劳极限比例关系恒为 $\sqrt{3}$ ^[28], 与材料属性没有关联性。本文将基于应力场强法导出的对称旋转弯曲疲劳极限与对称扭转疲劳极限比例关系与本文提出的比例关系进行对比, 以期体现本文提出的预测关系模型的先进性。为了更好地比较, 定义预测关系误差指标 I_e 为

$$I_e = \left| \frac{[\sigma_{-lcb}/\tau_{-la}]_{Pre} - [\sigma_{-lcb}/\tau_{-la}]_{Exp}}{[\sigma_{-lcb}/\tau_{-la}]_{Exp}} \right| \times 100\% \quad (28)$$

式中, $[\sigma_{-lrb}/\tau_{-la}]_{Pre}$, $[\sigma_{-lrb}/\tau_{-la}]_{Exp}$ 分别表示对称旋转弯曲疲劳极限与对称扭转疲劳极限之比的预测值和试验值。11 种常见金属材料对称旋转弯曲疲劳极限、对称扭转疲劳极限以及模型预测误差指标值列于表 2。由表 2 可知, 本文提出的对称旋转弯曲疲劳极限与对称扭转疲劳极限比例关系与试验吻合较好, 明显优于应力场强法导出的比例关系, 更适合于对称旋转弯曲疲劳极限或对称扭转疲劳极限预测。

本文利用连续介质损伤力学及其不可逆热力学框架, 导出的对称旋弯疲劳极限和对称纯扭疲劳极限比值预测模型, 刻画了三轴应力比 R_t 对疲劳裂纹的促进作用, 三轴应力比可加速裂纹扩展^[29]。损伤力学定义三轴应力比与材料泊松比密切相关。

表 2 对称旋弯疲劳极限与对称扭转疲劳极限比值预测

材料	泊松比 ν	对称 纯扭疲劳 极限 τ_{-1a} /MPa	对称 旋弯疲劳 极限 σ_{-1cb} /MPa	应力 场强法 误差指标 I_{SFE} (%)	新模型 误差指标 I_{NEWc} (%)
Mild Steel	0.31	137.3	235.4	1.02	5.57
Hard Steel	0.27	196.2	313.9	8.26	0.37
C20	0.30	186	310	3.92	3.28
42CrMo4	0.27	260	398	13.15	4.13
34Cr4	0.28	256	410	8.14	0.10
30NiCrMo16	0.29	428	658	12.66	4.46
30NCD16	0.28	410	660	7.59	0.61
SM45C	0.25	311	442	21.87	11.24
ENGJS8002	0.275	220	280	36.09	25.48
35NiCrMo4	0.29	384	581	14.47	6.15
Ti6Al4V	0.30	411	602	18.25	10.06

3 结论

(1) 通过两种常用铝合金 LC4 和 LC9 拉伸疲劳寿命预测表明, 本文预测模型优于现有单一线性关系模型(包括 GOODMAN 和 THORDBERG)和 GERBER 椭圆关系模型, 单一线性关系模型无法计及拉压异性。

(2) 通过 11 种常用金属材料预测结果表明, 本文提出的对称旋弯疲劳极限与对称扭转疲劳极限之比等量关系预测模型明显优于基于应力场强法导出的预测比值。

(3) 对于施加频率、次序、疲劳极限分散性以及多轴加载工况等, 本文方法均具有深入挖掘潜力, 本文预测模型没有这些因素。

(4) 基于均布临界域全寿命本征损伤耗散功法开展疲劳极限预测, 预测精度较高, 为金属材料疲劳寿命预测研究提供了新思路。

参 考 文 献

- [1] 孙作振. 基于区间法的结构非概率可靠性研究[D]. 长春: 吉林大学, 2014.
SUN Zuozhen. Structural non-probabilistic reliability study based on interval method [D]. Changchun: Jilin University, 2014.
- [2] 张成成. 复杂应力场下结构高周疲劳寿命分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
ZHANG Chengcheng. Fatigue life prediction of structures in HCF region under complex stress field [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.
- [3] 姚卫星. 金属材料疲劳行为的应力场强法描述[J]. 固体力学学报, 1997(1): 38-48.

YAO Weixing. The description for fatigue behaviors of metals by stress field intensity approach[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1997(1): 38-48.

- [4] YAO Weixing, YE Bin, ZHENG Lichun. A verification of the assumption of anti-fatigue design[J]. International Journal of Fatigue, 2001, 23(3): 271-277.
- [5] 夏天翔, 姚卫星, 李旭东, 等. 工程构件疲劳寿命估算的三维临界域法[J]. 南京航空航天大学学报, 2014, 46(3): 395-402.
XIA Tianxiang, YAO Weixing, LI Xudong, et al. Three-dimensional critical zone approach for fatigue lifetime prediction of engineering structure[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2014, 46(3): 395-402.
- [6] 赵丙峰, 谢里阳, 赵志强, 等. 基于应力场强法的缺口构件场强值算法[J]. 机械工程学报, 2018, 54(24): 88-97.
ZHAO Bingfeng, XIE Liyang, ZHAO Zhiqiang, et al. Field stress intensity calculation of notched component specimens based on field intensity method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(24): 88-97.
- [7] 雷冬, 赵建华, 龚明, 等. 疲劳过程中的能量耗散和疲劳寿命的预测[J]. 实验力学, 2008, 23(5): 434-442.
LEI Dong, ZHAO Jianhua, GONG Ming, et al. On the energy dissipation in fatigue process and fatigue life prediction[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2008, 23(5): 434-442.
- [8] FELTNER C E, MORROW J D. Microplastic strain hysteresis energy as a criterion for fatigue fracture[J]. J. Basic Engineering ASME, 1961, 3: 15-22.
- [9] PALIN-LUC T, LASSERRE S. An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue[J]. European Journal of Mechanics, A/Solids, 2016, 17(2): 237-251.
- [10] SONINO. Energy criteria of multiaxial fatigue failure[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2010, 22(12): 1053-1070.
- [11] 杨宇宙, 钱林方, 徐亚栋, 等. 复合材料厚壁圆筒的疲劳损伤研究[J]. 应用力学学报, 2013(3): 378-383.
YANG Yuzhou, QIAN Linfang, XU Yadong, et al. Fatigue failure analysis of composite material tube[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2013(3): 378-383.
- [12] 徐灏. 疲劳强度[M]. 北京: 高等教育出版社, 1988.
XU Hao. Fatigue strength [M]. Beijing: Higher Education Press, 1988.
- [13] 蔡晓静, 许金泉. 各种平均应力下高周疲劳极限间的定量关系[J]. 工程力学, 2015(10): 25-30.
CAI Xiaojing, XU Jinqian. A quantitative relationship of high cycle fatigue limit with mean stresses[J]. Engineering Mechanics, 2015(10): 25-30.
- [14] SUSMEL L, LAZZARIN P. A bi-parametric Wöhler curve

- for high cycle multiaxial fatigue assessment[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2010, 25(1): 63-78.
- [15] PAPADOPOULOS I V. A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals[J]. *International Journal of Fatigue*, 1994, 16(6): 377-384.
- [16] ZHANG Chengcheng, YAO Weixing. An improved multiaxial high-cycle fatigue criterion based on critical plane approach[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2011, 34(5): 337-344.
- [17] 蔡能, 尚德广. 高温多轴疲劳损伤与寿命预测研究进展[J]. *机械强度*, 2004, 26(5): 576-582.
- CAI Neng, SHANG Deguang. Advance in research of multiaxial fatigue damage and life prediction at high temperature[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2004, 26(5): 576-582.
- [18] 彭艳, 李浩然. 考虑附加强化效应的多轴高周疲劳损伤演化模型[J]. *机械工程学报*, 2015, 51(16): 135-142.
- PENG Yan, LI Haoran. Multi axial high cycle fatigue damage evolution model including additional hardening effect[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(16): 135-142.
- [19] 杨锋平, 孙秦, 罗金恒, 等. 一个高周疲劳损伤演化修正模型[J]. *力学学报*, 2012, 44(1): 140-147.
- YANG Fengping, SUN Qin, LUO Jinheng, et al. A corrected damage law for high cycle fatigue[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, 44(1): 140-147.
- [20] AYOUB G, NAIT-ABDELAZIZ M, ZAIRI F, et al. A continuum damage model for the high-cycle fatigue life prediction of styrene-butadiene rubber under multiaxial loading[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2011, 48(18): 2458-2466.
- [21] 张行, 赵军. 金属构件应用疲劳损伤力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.
- ZHANG Xing, ZHAO Jun. Application of fatigue damage mechanics to metal components [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998.
- [22] 侯善芹. 金属材料应力疲劳寿命评价模型[D]. 上海: 上海交通大学, 2016.
- HOU Shanqin. Life evaluation model of stress fatigue formetals [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2016.
- [23] 陈振华, 黄瑞明, 陈鼎, 等. 应力比对 WC-Co 硬质合金疲劳性能的影响[J]. *湖南大学学报*, 2017, 44(6): 1-6.
- CHEN Zhenhua, HUANG Ruiming, CHEN Ding, et al. Influence of different stress ratios on fatigue behavior of WC-Co cemented carbides[J]. *Journal of Hunan University*, 2017, 44(6): 1-6.
- [24] DELAHAY T, PALIN-LUC T. Estimation of the fatigue strength distribution in high-cycle multiaxial fatigue taking into account the stress-strain gradient effect[J]. *International Journal of Fatigue*, 2006, 28(5): 474-484.
- [25] BANVILLE A, PALIN-LUC T, LASSERRE S. A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion[J]. *International Journal of Fatigue*, 2003, 25(8): 755-769.
- [26] CARPINTERI A, SPAGNOLI A. Multiaxial high-cycle fatigue criterion for hard metals[J]. *International Journal of Fatigue*, 2001, 23(2): 135-145.
- [27] BRACCRSI C, CIANETTI F, LORI G, et al. An equivalent uniaxial stress process for fatigue life estimation of mechanical components under multiaxial stress conditions[J]. *International Journal of Fatigue*, 2008, 30(8): 1479-1497.
- [28] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.
- YAO Weixing. Fatigue life prediction of structures [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003.
- [29] NASR A, NADOT Y, BOURAOUI C, et al. Effect of artificial defect and mean shear stress on torsional fatigue behaviour[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 146: 74-82.
-
- 作者简介: 彭艳(通信作者), 男, 1971 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为金属板带轧制技术和结构件损伤分析与延寿。
E-mail: pengyan@ysu.edu.cn
- 李浩然, 男, 1990 年出生, 博士研究生。主要研究方向为构件疲劳强度预测。
E-mail: lihaoranyu@163.com
- 刘洋, 男, 1991 年出生, 博士研究生。主要研究方向为构件冲击疲劳行为。
E-mail: liuyang863@aliyun.com