DOI: 10.3901/JME.2014.06.192

多次模糊载荷下结构动态模糊可靠性分析*

方永锋^{1,2} 陈建军² 曹鸿钧²

(1. 毕节学院机械工程学院 毕节 551700;

2. 西安电子科技大学电子装备结构设计教育部重点实验室 西安 710071)

摘要: 针对实际工程问题中结构承受多次模糊载荷与结构具有模糊强度的问题,对多次模糊载荷的作用与结构模糊强度随时间变化的情况进行分析,利用应力-强度干涉理论,分别建立结构在多次模糊载荷作用下且结构模糊强度随时间不退化和退化两种情况下的结构动态模糊可靠性预测模型,应用水平截集方法将模糊可靠性预测问题转变成概率可靠性预测问题求解。通过算例说明文中模型的合理性与方法的可行性。

关键词: 模糊载荷; 模糊强度; 结构; 动态; 可靠度

中图分类号: TH122

Structural Dynamic Reliability under Fuzzy Loads with Some Times and Fuzzy Strength

FANG Yongfeng^{1,2} CHEN Jianjun² CAO Hongjun²

(1. School of Machine Engineering, Bijie University, Bijie 551700;

2. Key Laboratory of Electronic Equipment Structure Design of Ministry of Education, Xidian University, Xi'an 710071)

Abstract: For the some times fuzzy loads and fuzzy structural strength in the practice engineer, the fuzzy several times dynamic loads and the structural fuzzy strength are analyzed. The prediction models of the structural dynamic fuzzy reliability are established by using the stress-strength interference theory when the several times fuzzy loads changes over time and the structural strength changes without degeneration and with degeneration. The fuzzy reliability is converted to the probability reliability by using the level-cut method to solve. It is shown that the models are feasible and reasonable by an example.

Key words: fuzzy load; fuzzy strength; structure; dynamic; reliability

0 前言

传统的结构概率可靠性模型是在已知结构强度和所受载荷概率分布函数的前提下,利用直接积分法或一次二阶矩方法计算得到结构的可靠度^[1-3],其可靠度预测需要较多的统计数据,且预测结果对概率分布参数的准确性较为敏感,其参数很小的误差有时可能导致可靠度计算结果呈现出较大的误差^[4]。在实际工程应用中,除了结构的强度和所受的载荷属于随机不确定性外,还有大量的属于模糊不确定性问题。文献[5-7]对机械零部件的模糊可靠性的求解问题进行了初步的研究。文献[8]研究了应力随机而强度模糊时的结构模糊可靠性问题。文献

[9]将模糊问题通过当量方法转化为随机问题,再利用一次二阶矩法计算结构的可靠性指标。以上文献仅考虑了结构承受一次模糊载荷的作用且强度不退化时的结构可靠性问题。文献[10-11]对杆结构承受随机应力、模糊强度可靠性问题的求解方法进行了改进简化。但在工程实际问题中,应力并不是一成不变的。事实上,结构在服役期往往承受的模糊载荷是多次的,且由于振动、冲击、疲劳、腐蚀、老化等外在因素以及一些不确定性内在因素的共同影响,结构的强度也往往是退化的,故结构的可靠性是与时间有关的函数。文献[12]给出了一种考虑载荷服从某种概率分布且多次作用下零件的可靠性预测模型,但该模型在实际应用时,当作用荷载等幅的条件难以满足时,导致其可靠性的预测结果误差偏大且难以避免。文献[13]研究了随机参数结构的动态可靠性问题,提出了随机载荷被分为三种常见

* 国家自然科学基金(51175398)和毕节学院高层次人才科学研究(G2013007)资助项目。20130411收到初稿,20130916收到修改稿

类型且在多次载荷作用下的结构动态可靠度计算模型。文献[14]讨论了机械零部件与系统的动态概率可靠性问题, 表明零件与系统的失效率也是满足浴盆曲线的。文献[15]研究了 4 种常见载荷共同作用时结构的动态可靠性问题。

本文基于对结构动态概率可靠性研究的基础, 针对结构具有模糊强度且承受模糊载荷的情况, 利用模糊理论对结构的强度与载荷随时间变化进行了分析, 根据应力-强度干涉理论, 建立了作用载荷随时间变化且结构强度随时间退化时结构的动态模糊可靠性预测模型, 最后通过三个算例说明文中模型的合理性。

1 结构模糊强度不退化时的动态可靠性预测模型

考虑结构在其服役期间内承受 n 次模糊载荷作用, 这 n 次模糊载荷相当于从母体样本中抽取了 n 个模糊载荷样本。根据顺序统计量方法, 若结构在 n 次模糊载荷作用下不失效, 则在这 n 次载荷中的最大模糊载荷下也不失效。因此, n 次模糊载荷作用于结构的可靠度可以模糊载荷中的最大模糊载荷作用于结构 n 次的可靠度来近似。

设结构在最大模糊载荷作用下对应的模糊应力为 $\tilde{s}_{\max}$, 它的隶属函数为 $\mu_{\tilde{s}_{\max}}(s)$, 该隶属函数对应于水平 $\lambda_{\max}$ 的截集

$$A_{\lambda_{\max}} = [a_{\lambda_{\max}}, b_{\lambda_{\max}}] \quad (1)$$

设 $f_{A_{\lambda_{\max}}}(s_{\max})$ 为当 $\tilde{s}_{\max} \in [a_{\lambda_{\max}}, b_{\lambda_{\max}}]$ 时, 式(1)的概率密度函数, 其概率分布函数为 $F_{A_{\lambda_{\max}}}(s_{\max})$, 则 n 次模糊应力下的结构可靠性的等效模糊应力的概率密度函数

$$f_{A_{\lambda_s}}(s(n)) = n[F_{A_{\lambda_{\max}}}(s_{\max})]^{n-1} f_{A_{\lambda_{\max}}}(s_{\max}) \quad (2)$$

为了表述简便, 将式(2)改写为

$$f_{A_{\lambda_s}}(s(n)) = n[F_{A_{\lambda_s}}(s)]^{n-1} f_{A_{\lambda_s}}(s) \quad (3)$$

相应地, $\tilde{s}_{\max}$ 、 $\lambda_{\max}$ 、 $\mu_{\tilde{s}_{\max}}(s)$ 和 $A_{\lambda_{\max}} = [a_{\lambda_{\max}}, b_{\lambda_{\max}}]$ 则被改写为 $\tilde{s}(t)$ 、 λ_s 、 $\mu_s(s(t))$ 和 $A_{\lambda_s} = [a_{\lambda_s}, b_{\lambda_s}]$ 。

在不考虑结构强度退化的情况下, 设结构的模糊强度 $\tilde{r}$ 对应的隶属函数为 $\mu_r(r)$, 它所对应于水平 λ_r 的截集为 $A_{\lambda_r} = [a_{\lambda_r}, b_{\lambda_r}]$ 。则利用应力-强度干涉理论, 可得到与截集水平 λ_s 、 λ_r 相对应的可靠性概率

$$R_A^{(n)} = \int_{a_{\lambda_r}}^{b_{\lambda_r}} f_{A_{\lambda_r}}(r) \left[\int_{a_{\lambda_s}}^r f_{A_{\lambda_s}}(s(n)) ds \right] dr \quad (4)$$

式中 $f_{A_{\lambda_r}}(r)$ —— A_{λ_r} 内的概率密度函数。

再以截集水平 λ_s 、 λ_r 作为积分变量, 并在 $[0, 1]$ 区间对式(4)进行二重积分, 即可得到结构在 n 次模糊载荷作用下的可靠度

$$R^{(n)} = \int_0^1 \int_0^1 R_A d\lambda_r d\lambda_s \quad (5)$$

由于在时间 t 内, 载荷出现的次数 n 可以参数为 λt 的 Poisson 分布来描述^[12]

$$P(N(t) = n) = \frac{(\lambda t)^n \exp(-\lambda t)}{n!} \quad n = 0, 1, \dots \quad (6)$$

从而利用全概率公式可得结构工作到 t 时刻的动态可靠度

$$\begin{aligned} R(t) &= \sum_{n=0}^{+\infty} R^{(n)} P(N(t) = n) = \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda t)^n \exp(-\lambda t)}{n!} \int_0^1 \int_0^1 R_A d\lambda_r d\lambda_s = \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda t)^n \exp(-\lambda t)}{n!} \int_0^1 \int_{a_{\lambda_r}}^{b_{\lambda_r}} f_{A_{\lambda_r}}(r) \left[\int_{a_{\lambda_s}}^r f_{A_{\lambda_s}}(s(n)) ds \right] \\ &\quad d\lambda_r d\lambda_s = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\lambda t)^n \exp(-\lambda t)}{n!} \int_0^1 \int_{a_{\lambda_r}}^{b_{\lambda_r}} f_{A_{\lambda_r}}(r) \times \\ &\quad \left[\int_{a_{\lambda_s}}^r n [F_{A_{\lambda_s}}(s)]^{n-1} f_{A_{\lambda_s}}(s) ds \right] d\lambda_r d\lambda_s \end{aligned} \quad (7)$$

将式(7)简化后可表为

$$\begin{aligned} R(t) &= \int_0^1 \int_{a_{\lambda_r}}^{b_{\lambda_r}} f_{A_{\lambda_r}}(r) \times \\ &\quad \left\{ \exp[\lambda t (F_{A_{\lambda_s}}(r) - 1)] - \exp[\lambda t (F_{A_{\lambda_s}}(a_{\lambda_s}) - 1)] \right\} d\lambda_r d\lambda_s \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)即为在多次模糊载荷作用下且模糊强度不退化情况下结构的动态模糊可靠性预测公式。

2 结构模糊强度退化时的动态可靠性预测模型

实际上, 在结构的服役期内不但受到多次模糊载荷的作用, 有时结构的强度 r 也往往随着时间而退化的, 设 r 在任意时刻的剩余强度 $r(t)$ 为^[16]

$$r(t) = r(0) - [r(0) - s(t)](t/T)^c \quad (9)$$

式中 $r(0)$ ——结构的初始强度;

T ——结构的服役期;

c ——材料的强度退化系数;

$s(t)$ —— t 时刻结构承受载荷对应的应力。

设结构在其服役期内, 任意 t 时刻的模糊强度为 $\tilde{r}(t)$, 它所对应水平 $\lambda_{r(t)}$ 的截集为

$$A_{\lambda_{r(t)}} = [a_{\lambda_{r(t)}}, b_{\lambda_{r(t)}}] \quad (10)$$

初始模糊强度为 $\tilde{r}(0)$ ，它所对应水平 $\lambda_{r(0)}$ 的截集

$$A_{\lambda_{r(0)}} = [a_{\lambda_{r(0)}}, b_{\lambda_{r(0)}}] \quad (11)$$

结构在服役期任意 t 时刻的模糊应力为 $\tilde{s}(t)$ ，它所对应水平 $\lambda_{s(t)}$ 的截集为

$$A_{\lambda_{s(t)}} = [a_{\lambda_{s(t)}}, b_{\lambda_{s(t)}}] \quad (12)$$

由式(9)~(12)及模糊数的运算规则，则有

$$\begin{aligned} [a_{\lambda_{r(t)}}, b_{\lambda_{r(t)}}] &= [a_{\lambda_{r(0)}}, b_{\lambda_{r(0)}}] - \\ &([a_{\lambda_{r(0)}}, b_{\lambda_{r(0)}}] - [a_{\lambda_{s(t)}}, b_{\lambda_{s(t)}}])(t/T)^c = \\ &[a_{\lambda_{r(0)}}, b_{\lambda_{r(0)}}] - [a_{\lambda_{r(0)}} - b_{\lambda_{s(t)}}, b_{\lambda_{r(0)}} - a_{\lambda_{s(t)}}](t/T)^c \end{aligned} \quad (13)$$

进而结构在任意 t 时刻的动态模糊可靠度

$$\begin{aligned} R(t) &= P(\tilde{r}(t) > \tilde{s}(t)) = \\ &\int_0^1 \int_0^1 \int_{a_{\lambda_r}}^{b_{\lambda_r}} f_{A_{\lambda_r(t)}}(r(t)) \times \\ &\left[\int_{a_{\lambda_s}}^r f_{A_{\lambda_s(t)}}(s(t)) ds \right] dr d\lambda_r d\lambda_s \end{aligned} \quad (14)$$

式中， $f_{A_{\lambda_r(t)}}(r(t))$ 、 $f_{A_{\lambda_s(t)}}(s(t))$ 分别是模糊变量 $\tilde{r}(t)$ 和 $\tilde{s}(t)$ 对应于水平截集 $A_{\lambda_r(t)}$ 、 $A_{\lambda_s(t)}$ 的概率密度函数。

由 Poisson 分布的另一种定义如下：令 $N(\tau)$ 表示在时间域 $(0, \tau]$ 内载荷出现的次数，则有：① $\{N(\tau), t \geq 0\}$ 为具有独立增量过程；② $P(N(\tau + \Delta\tau) - N(\tau) = 1) = \lambda \Delta\tau + o(\Delta\tau)$ ；③ $P(N(\tau + \Delta\tau) - N(\tau) \geq 2) = o(\Delta\tau)$ 。这里 λ 为载荷的 Poisson 分布参数， $o(\Delta\tau)$ 为高阶无穷小。

由全概率公式，在 $\tau + \Delta\tau$ 时刻结构的动态模糊可靠度

$$\begin{aligned} R(\tau + \Delta\tau) &= R(\tau)P(\tilde{r}(t) > \tilde{s}(t))\lambda\Delta\tau + \\ &R(\tau)(1 - \lambda\Delta\tau) = \\ &R(\tau) + R(\tau)\lambda\Delta\tau(R(t) - 1) \end{aligned} \quad (15)$$

式(15)可进一步被表示为

$$\begin{aligned} R(\tau + \Delta\tau) - R(\tau) &= \\ &R(\tau)\lambda\Delta\tau(P(\tilde{r}(t) > \tilde{s}(t)) - 1) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{R(\tau + \Delta\tau) - R(\tau)}{\Delta\tau} = R(\tau)\lambda(R(t) - 1) \quad (17)$$

$$\frac{dR(\tau)}{d\tau} = R(\tau)\lambda(R(t) - 1) \quad (18)$$

由微分方程式(18)求得其通解为

$$R(\tau) = \exp(\lambda(R(t) - 1)d\tau + C) \quad (19)$$

据初始条件 $t = 0$ ， $R(\tau) = R(0)$ ，可确定(19)式中的积分常数，从而得问题的定解

$$R(\tau) = \exp(\lambda(R(t) - 1)d\tau + \ln R(0)) \quad (20)$$

式(20)即为在多次模糊载荷作用下且结构模糊强度退化时结构的动态模糊可靠性预测公式。

3 算例

某汽轮机叶轮的强度 $\tilde{r}$ 和应力 $\tilde{s}$ 均为模糊变量，它们的隶属度函数 $\mu_r(r)$ 、 $\mu_s(s(t))$ 分别为

$$\mu_r(r) = \begin{cases} (r - 210)/25 & 210 \leq r \leq 235 \\ (265 - r)/30 & 235 < r \leq 265 \end{cases} \quad (21)$$

$$\mu_s(s) = \begin{cases} (s - 140)/30 & 150 \leq s \leq 170 \\ (205 - s)/35 & 170 < s \leq 205 \end{cases} \quad (22)$$

式(21)、(22)对应的水平截集分别为

$$A_{\lambda_r} = [210 + 25\lambda_r, 265 - 30\lambda_r] \quad (23)$$

$$A_{\lambda_s} = [140 + 30\lambda_s, 205 - 35\lambda_s] \quad (24)$$

根据文献[9]，将 $f_{A_{\lambda_r}}(r)$ 、 $f_{A_{\lambda_s}}(s)$ 均取为均匀分布，其概率密度函数

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x_{\max} - x_{\min}} & x_{\min} < x < x_{\max} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (25)$$

式中， $x_{\min}$ 、 $x_{\max}$ 分别是水平截集的下界和上界。

在不考虑结构模糊强度退化时，多次模糊载荷的出现服从参数为 $\lambda = 1$ 的 Poisson 分布，利用结构的动态模糊可靠度预测式(8)，获得叶轮的动态模糊可靠度

$$\begin{aligned} R(t) &= \int_0^1 \int_0^1 \frac{b_{\lambda_s} - a_{\lambda_s}}{t} \frac{1}{b_{\lambda_r} - a_{\lambda_r}} \times \\ &\left[\exp\left(t \frac{b_{\lambda_r} - b_{\lambda_s}}{b_{\lambda_s} - a_{\lambda_s}}\right) - \exp\left(t \frac{a_{\lambda_r} - b_{\lambda_s}}{b_{\lambda_s} - a_{\lambda_s}}\right) \right] d\lambda_r d\lambda_s - \exp(-t) \end{aligned} \quad (26)$$

将式(23)、(24)代入式(26)，则有

$$\begin{aligned} R(t) &= \int_0^1 \int_0^1 \frac{13(1 - \lambda_s)}{11t(1 - \lambda_r)} \left[\exp\left(t \frac{12 + 7\lambda_s - 6\lambda_r}{13(1 - \lambda_s)}\right) - \right. \\ &\left. \exp\left(t \frac{1 + 7\lambda_s + 5\lambda_r}{13(1 - \lambda_s)}\right) \right] d\lambda_r d\lambda_s - \exp(-t) \end{aligned} \quad (27)$$

式(27)是一个瑕积分，即被积函数中存在有奇异点，经过化简处理可得其积分的结果为

$$R(t) = 0.9211 \exp(-0.00046t) + 0.5805 \exp(-0.9231t) + 0.4957 \exp(-0.8491t) - \exp(-t) \quad (28)$$

由式(28)获得的数值计算结果见图 1。从图 1 可见, 叶轮在多次模糊载荷作用下且模糊强度不退化情况下, 在 $t=0$ 时, 其动态模糊可靠度为 $R(0)=0.9971$, 随后其动态模糊可靠度将随着时间(也即随模糊载荷次数)的增加逐渐下降, 这一结果与实际情况是相符的。

图 1 强度不退化时叶轮的动态模糊可靠度曲线

若进一步考虑叶轮结构的模糊强度退化, 即在本例中取 $c=4.091$ 、 $T=10\,000$ h 情况下叶轮的动态模糊可靠度计算如下。

由式(13)求得对应的水平截集为

$$[a_{\lambda_r(t)}, b_{\lambda_r(t)}] = [210 + 25\lambda_r - (85 - 30\lambda_s - 30\lambda_r)(t/10\,000)^{4.091}, 265 - 30\lambda_r - (5 + 35\lambda_s + 25\lambda_r)(t/10\,000)^{4.091}]$$

再由式(14)计算得到

$$R(t) = \int_0^1 \int_0^1 \frac{1}{65(1-\lambda_s)} [97.5 - 2.5\lambda_r - 30\lambda_s - (t/10\,000)^{4.091} (45 + 2.5\lambda_r - 2.5\lambda_s)] d\lambda_r d\lambda_s = -0.009\,979\,208(t/10\,000)^{4.091} - 0.000\,020\,54$$

由此得到模糊强度退化时叶轮的动态模糊可靠度

$$R(t) = \exp(-19.234(t/10\,000)^{5.091} - 0.000\,020\,54t - 0.000\,27)$$

其数值计算结果见图 2。从图 2 中可见, 在叶轮服役之初, 即 $t=0$ 时叶轮的模糊可靠度仍为 $R(0)=0.9971$, 在叶轮服役的前期, 可靠度下降速度与不考虑强度退化时叶轮的模糊可靠度相似。但在叶轮服役的中后期, 其动态模糊可靠度下降加快。这是由于同时考虑了载荷作用次数和叶轮强度退化的结果。

图 2 模糊强度退化时叶轮的动态模糊可靠度曲线

4 结论

(1) 文中依据模糊理论, 针对结构承受多次模糊载荷作用, 且结构的模糊强度不退化和退化的两种情况下, 利用应力-强度干涉理论, 分别给出了两种结构动态模糊可靠性预测模型。最后通过叶轮动态模糊可靠性预测的算例, 表明了文中预测模型的合理性和有效性。

(2) 所建立的结构动态模糊可靠性预测模型其形式简单、便于计算, 由它们可获得结构的模糊可靠度随时间变化的规律, 可应用于结构试验时间与模糊可靠寿命的确定, 亦可为结构的动态模糊可靠性设计与灵敏度分析提供理论依据。

参 考 文 献

- [1] DILIP R, TANMOY D. A discretizing approach for evaluating reliability of complex systems under stress-strength model[J]. IEEE Transaction on Reliability, 2001, 50(2): 145-150.
- [2] ELMER E L. A load-capacity interference model for common-model failures in 1-out-of-2: G systems[J]. IEEE Transaction on Reliability, 2001, 50(1): 47-51.
- [3] KNUT O R, GUNNER C L. Reliability-based design of wind-turbine rotor blades against failure in ultimate loading[J]. Engineering Structure, 2000, 22: 565-574.
- [4] ELLISHKOFF I. Essay on uncertainties in elastic and viscoelastic structures: Form A M Freudenthal's criticisms to modern convex modeling[J]. Computers & Structures, 1995, 56(6): 871-895.
- [5] AYYUB B M, LAI K L. Structural reliability assessment with ambiguity and vagueness in failure[J]. Naval Engineering Journal, 1992, 104(3): 21-35.
- [6] 董玉革, 朱文予, 陈心昭. 机械模糊可靠性计算方法的

- 研究[J]. 系统工程学报, 2000, 15(1): 7-12.
- DONG Yuge, ZHU Wenyu, CHEN Xinzhaoh. Study on a calculating method of machine fuzzy reliability[J]. Journal of Systems Engineering, 2000, 15(1): 7-12.
- [7] JIANG Qimi, CHEN C H. A numerical algorithm of fuzzy reliability[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2003, 80: 299-307.
- [8] 黄洪钟, 孙占全, 郭东明, 等. 随机应力模糊强度时模糊可靠性计算理论[J]. 机械强度, 2001, 23(3): 305-307.
- HUANG Hongzhong, SUN Zhanquan, GUO Dongmin, et al. Fuzzy reliability analysis in the case of random stress and fuzzy strength[J]. Journal of Mechanical Strength, 2001, 23(3): 305-307.
- [9] 吕震宙, 孙颢, 徐友良. 机械结构系统模糊可靠性分析的数字计算方法[J]. 机械工程学报, 2005, 41(9): 19-25.
- LÜ Zhenzhou, SUN Jie, XU Youliang. Numerical algorithm for fuzzy reliability analysis of mechanical structure system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(9): 19-25.
- [10] 江涛, 陈建军, 刘德平. 一种简洁的模糊-随机干涉模型可靠度计算公式[J]. 机械科学与技术, 2005, 24(7): 835-841.
- JIANG Tao, CHEN Jianjun, LIU Deping. Equivalence between weighted average method and method based on fuzzy event probability in fuzzy random reliability context[J]. Mechanical Science and Technology, 2005, 24(7): 835-841.
- [11] MA Juan, CHEN Jianjun, GAO Wei. Dynamic response analysis of fuzzy stochastic truss structures under fuzzy stochastic excitation[J]. Computational Mechanics, 2006, 38(3): 283-292.
- [12] 方永锋, 陈建军, 阎彬, 等. 结构动态非概率可靠性预测模型[J]. 西安电子科技大学学报, 2012, 39(6): 170-175.
- FANG Yongfeng, CHEN Jianjun, YAN Bin, et al. Model for prediction of structural dynamic non-probabilistic reliability[J]. Journal of Xidian University, 2012, 39(6): 170-175.
- [13] 方永锋, 陈建军, 马洪波. 多种随机载荷下的结构动态可靠性计算[J]. 振动与冲击, 2013, 32(1): 118-122.
- FANG Yongfeng, CHEN Jianjun, MA Hongbo. Structural dynamic reliability calculation under three types of stochastic loads[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(1): 118-122.
- [14] 王正, 康锐, 谢里阳. 以载荷作用次数为寿命指标的失效相关系统可靠性建模[J]. 机械工程学报, 2010, 46(3): 188-197.
- WANG Zheng, KANG Rui, XIE Liyang. Reliability modeling of systems with dependent failure when the life measured by the number of loadings[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(3): 188-197.
- [15] FANG Yongfeng, CHEN Jianjun. Analysis of dynamic reliability of structures subjected to a set of stochastic loads[J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2013, 54(3): 313-318.
- [16] SCHAFF J R, DAVIDSON B D. Life prediction methodology for composite structures. Part I-Constant amplitude and two-stress level fatigue[J]. Journal of Composite Materials, 1997, 31: 128-157.
-
- 作者简介: 方永锋, 男, 1975 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为结构可靠性, 计算机辅助设计。
E-mail: fangyf_9707@126.com
- 陈建军, 男, 1951 年出生, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机械可靠性、随机振动、智能控制。
E-mail: jjchen@xidian.edu.cn
- 曹鸿钧, 男, 1968 年出生, 博士, 副教授。主要研究方向为结构可靠性与优化设计。
E-mail: hongjun.cao@gmail.com