DOI: 10.3901/JME.2019.07.163

气动二维超精密伺服系统输出反馈滑模控制*

田艳兵 徐亚明 刘庆龙 陈霞

(青岛理工大学信息与控制工程学院 青岛 266520)

摘要: 针对气动波纹管二维伺服系统的超高精度控制问题, 提出了一种基于逐阶反馈的递归滑模控制方法。通过对三阶系统的各阶输出分别进行二次估计, 设计新型逐阶状态观测器, 降低了常规观测器对系统三阶状态的观测误差。通过设计逐阶滑动模态, 设计递归滑模面, 减少了常规动态滑模控制信号抖振问题。通过递归滑模控制器与逐阶状态观测器的结合, 在提高伺服系统精度的同时改善了控制系统的动态品质。用李雅普诺夫函数理论证明了气动波纹管伺服系统所有状态全局一致最终有界。数值仿真结果表明, 气动伺服系统跟踪轨迹无超调、响应速度快、精度高, 实现了运动行程 20 mm, 稳态误差小于 100 nm 的大行程精密控制。

关键词: 气动波纹管; 超精密; 逐阶输出反馈; 递归滑模控制

中图分类号: TP271

Sliding Mode Control for Pneumatic Two Dimensional Ultra-precision Servo System Based on Output Feedback

TIAN Yanbing XU Yaming LIU Qinglong CHEN Xia

(School of Information and Control Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520)

Abstract: A recursive sliding mode control method based on step-by-step feedback is proposed to solve the problem of ultra high-precision control of pneumatic bellows 2D servo system. By the two respective estimations for each order of the three-order system's output, a new order step-by-step state observer is designed, which reduces the observational error of the three-order state of the system by the conventional observer. A recursive sliding mode surface is devised by designing a step-by-step sliding mode, which avoids the chattering problem of the conventional dynamic sliding mode control signal. The combination of recursive sliding mode controller and step-by-step state observer improves the precision of the servo system while improving the dynamic quality of the control system. And the Lyapunov function theory is used to prove that all the states of the pneumatic bellows servo system are globally consistent and ultimately bounded. The numerical simulation results show that the tracking system of pneumatic servo system has no overshoot, fast response and high accuracy, which achieves a large stroke precision control with 20 mm of movement and steady error less than 100 nm.

Key words: pneumatic bellows; ultra-precision; gradual output feedback; recursive sliding mode control

0 前言

气动超精密伺服系统具有机械结构简单, 使用能源清洁, 适应环境能力强, 易于维护等优点。气动伺服系统应用领域从机械, 采矿等工业拓展到轻工、食品以及军事等工业部门, 气动控制技术来实现生产过程自动化, 是工业自动化的一种重要技术手段^[1]。但是气动系统具有很多不利于精确控制的

缺点, 其系统刚度低, 稳定性差, 非线性以及建模过程中存在的不确定性的特点, 给气动控制造成了较多的困难, 使高性能气动控制器发展受阻^[2]。因此研究气动波纹管伺服系统具有现实意义和理论价值。

许多学者对气动波纹管驱动器进行研究, 并且已经用于许多场合, 其机械特性已经在试验中得到检验。文献[3]设计了一种以宏/微双级伺服定位平台, 以气动波纹管作为微动定位执行器。文献[4]设计了一种以金属波纹管为独立执行机构的高精密定位平台, 并且进行了仿真验证。文献[5]使用气动金属波纹管作为大行程驱动器, 得到了很好的

* 国家自然科学基金青年基金(61703225)、国家自然科学基金(61703224)和山东省高等学校科技计划(J16LN29)资助项目。20180414 收到初稿, 20180924 收到修改稿

控制效果。

近年来,用于气动伺服系统的主要的控制方法有自适应鲁棒控制^[6],PID 控制^[7],自适应反步法控制^[8],神经网络控制^[9]。这些控制方法已经用于实际控制系统中,然而为了追求更高的控制精度和提高控制器的使用寿命,许多学者提出了相应提高气动伺服系统性能的控制策略。文献[10]设计了一种自适应滑模与扩张状态观测器结合的控制方法;文献[11]提出了一种基于压力观测器的伺服控制方案。但不足之处在于:① 对于系统输出反馈的观测器设计并不完善,一阶观测误差用于对高阶状态观测时不可避免的存在较大误差;② 波纹管伺服系统数学模型具有非严格非线性特点,并且其中间状态量难以直接精确测量。所以上述控制方案并不适用于气动波纹管这类新型驱动器的控制过程。

递归滑模是通过设计滑动模态获得满意的动态品质,且对外界干扰和系统不确定性具有不变性,研究人员把递归滑模用于核电站^[12],飞行器^[13],电机控制^[14],都取得了理想的效果。由此可见递归滑模已经在控制系统中有了越来越广泛的应用,然而每一类实际系统都有其自身特点,这就对递归滑模的实际应用提出了更高的具体的控制算法设计要求。

本文以波纹管驱动的二维超精密定位平台为应用背景,对其伺服控制器及其观测器进行了系统设计与性能分析,从算法层次上提高了系统跟踪精度,主要工作和创新点有以下几点。

(1) 设计了基于新型驱动器——气动波纹管的二维伺服工作平台。其两轴之间采用静压空气轴支撑,两轴同步无摩擦作用,两个运动自由度无耦合效应,可分别独立控制。

(2) 基于动力学方程和热力学方程建立了该伺服工作台的数学模型。

(3) 综合考虑伺服系统位置、速度和压力的误差关系设计了递归滑模面。

(4) 在充分考虑各阶子系统误差间相互关系的条件下,设计了新型的逐阶状态观测器,对系统逐阶状态误差进行反馈,进一步降低了观测器误差。

(5) 选取李雅普诺夫函数证明该控制律能够保证轨迹跟踪闭环系统内所有信号的一致最终有界性。

(6) 比较了基于四阶扩张状态观测器(ESO)的变结构滑模控制策略和基于三阶逐阶状态观测器(GSO)的递归滑模控制策略。递归滑模控制解决了控制信号抖震问题,提高了状态反馈的精度,通过数值仿真证明了该控制器更具有实际使用价值。

1 模型描述

系统以二维超精密定位平台为应用对象,3D 模型搭建如图 1 所示,控制系统框图如图 2 所示。所研究的直角坐标两个方向输出的位移都是由 ITV2050 电气比例阀控制波纹管位移^[15],且自由度 X, Y 的控制方式相同,仅每个运动轴上的负载不一样,其他参数完全相同,只需要对单维运动控制进行建模。系统中 I/O, D/A 和 A/D 转换器的固有频率很高,对于都是低频元件的系统来说,影响不大,基本可以忽略^[16],主要还是考虑执行器数学模型。

图 1 二维超精密定位平台系统 3D 模型

图 2 控制系统框图

为了简化模型,处理方便,在建立模型前需要对系统还应做如下假设。

(1) 系统所用工作介质为理想气体,满足理想气体状态方程。

(2) 供气压力 P_s 和大气压力 P_o 恒定,气体温度 T 不变。

(3) 气动系统中空气流动状态为等熵(可逆绝热)过程。

(4) 波纹管具有严格的气密性。

(5) 气体在波纹管内部是均匀分布的,每一时刻各点的参数都是相同的^[17]。

至此,可在假设条件基础上,以 Y 轴为例建立起本文气动波纹管位置系统的数学模型。

1.1 波纹管动力学方程

波纹管管壁是一种弹性体^[18],其运行模型如图 3 所示,依据牛顿第二运动定律,波纹管动力学方

程描述为

$$m\ddot{x} = AP - C\dot{x} - kx \quad (1)$$

式中, P 为波纹管内气压; A 为波纹管的有效面积; x 为波纹管的位移量; k 为波纹管的刚度; C 为波纹管的阻尼系数。

图3 波纹管运动模型

1.2 热力学方程

波纹管工作过程分为充气 and 放气两个过程, 与之对应波纹管产生伸展和收缩^[19]。根据热力学第一定律, 得到能量变化方程

$$\frac{dE}{dt} = Q_m C_p T + \frac{dW}{dt} - P\dot{V} \quad (2)$$

$$E = \frac{C_v}{R} PV$$

$$R = C_p - C_v$$

式中, E 为管腔内总能量; C_p 为气体等压比热; C_v 为气体等容比热; W 为外界传入管腔热量; R 为气体常数; Q_m 为容器的气体质量流量; T 为气体温度。

根据式(2)简化可得

$$\frac{dP}{dt} = \frac{Q_m R}{V} T \frac{C_p}{C_v} - \frac{C_p}{C_v} \frac{P}{V} \frac{dV}{dt} \quad (3)$$

设波纹管初始长度为 L_0 , 位移量为 x , 则有

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dA(L_0 + x)}{dt} = \frac{A dx}{dt} \quad (4)$$

将式(4)代入式(3), 得到波纹管充气模型为

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RTQ_m}{V} \frac{C_p}{C_v} - \frac{PA}{V} \frac{C_p}{C_v} \frac{dx}{dt} \quad (5)$$

1.3 质量流量方程

电气压力比例阀作为控制波纹管的直接启动设备, 它通过控制电压实现阀口压力控制, 压力型电气比例阀的输出压力与控制信号成比例, 输出压力稳定, 不受流量变化和气源压力波动的影响。使用阀开口面积, 供给压力和管腔压力之间的关系来表示气体通过比例阀的阀口流量, 采用 SANVILLE 流量公式。比例压力阀流入容器的质量流量为

$$Q_m = c_q A_q P_s \sqrt{\frac{2}{RT}} \phi\left(\frac{P}{P_s}\right) \quad (6)$$

$$\phi\left(\frac{P}{P_s}\right) = \begin{cases} \sqrt{\frac{r}{r-1} \left(\left(\frac{P}{P_s} \right)^{\frac{2}{r}} - \left(\frac{P}{P_s} \right)^{\frac{r+1}{r}} \right)} & 0.528 \leq \frac{P}{P_s} \leq 1 \\ \left(\frac{2}{r-1} \right)^{\frac{1}{r-1}} \sqrt{\frac{r}{r+1}} & 0 \leq \frac{P}{P_s} \leq 0.528 \end{cases} \quad (7)$$

式中, c_q 为流量系数; A_q 为比例阀有效开口面积; P_s 为气源压力; P 为输出气体压力; $\phi\left(\frac{P}{P_s}\right)$ 为气体流速; r 为等熵指数; Q_m 为容器的气体质量流量。

电气比例阀的自身特性并非严格的线性, 但是与整个系统的非线性比较, 其非线性特性较弱, 为了简化模型, 对 ITV2050 阀的开口面积与控制电压等效为线性关系, 即

$$A_q = k_u \cdot u \quad (8)$$

式中, k_u 为正比例系数; u 为控制信号, 其物理含义为电压, 单位伏特。由式(6)~(8)并且做简化处理可得, $Q_m = q_m(t)u$ 。

综上分析, 定义系统的状态变量 y_1, y_2, y_3 , 且令 y_1 为系统的位移量, 即 $y_1 = x, y_2 = \dot{y}_1, y_3 = P$ 。系统完整非线性模型为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = F_2(Y_2) + b_2 y_3 \\ \dot{y}_3 = F_3(Y_3) + b_3 u \end{cases} \quad (9)$$

$$F_2(Y_2) = -\frac{k}{m} y_1 - \frac{C}{m} y_2 \quad b_2 = \frac{A}{m}$$

$$F_3(Y_3) = -\frac{A}{V} \frac{C_p}{C_v} y_2 y_3 \quad b_3 = \frac{RTC_p q_m}{VC_v}$$

2 观测器设计

2.1 变结构滑模的扩张状态观测器(ESO)设计

对于三阶非线性系统式(9), 做如下的坐标变换, 令 $\bar{y}_1 = y_1, \bar{y}_2 = y_2, \bar{y}_3 = F(Y_2) + b_2 y_3$ 。

$$\begin{cases} \dot{\bar{y}}_1 = \bar{y}_2 \\ \dot{\bar{y}}_2 = \bar{y}_3 \\ \dot{\bar{y}}_3 = a(\bar{y}) + bu \end{cases} \quad (10)$$

$$a(\bar{y}) = -\frac{k}{m} \bar{y}_2 - \frac{AkC_p}{mVC_v} \bar{y}_1 \bar{y}_2 -$$

$$\frac{ACC_p}{mVC_v} \bar{y}_2 - \left(\frac{C}{m} + \frac{AC_p}{VC_v} \right) \bar{y}_3$$

$$b = \frac{RTAC_p q_m}{mC_v V}$$

由于 $a(\bar{y})$ 和 b 存在建模误差, 无法精确设计出, 所以设计状态观测器来解决这些未知量和未知扰动。

令 $c(\bar{y}) = a(\bar{y}) + (b - b_0)u$, 其中 b_0 是 b 的估计, 设置扩张状态 $\bar{y}_4 = c(\bar{y})$, 此时变换坐标系的传递函数为

$$\begin{cases} \dot{\bar{y}}_1 = \bar{y}_2 \\ \dot{\bar{y}}_2 = \bar{y}_3 \\ \dot{\bar{y}}_3 = \bar{y}_4 + b_0 u \\ \dot{\bar{y}}_4 = h \end{cases} \quad (11)$$

式中, $|h| = |\dot{c}(\bar{y})| \leq H$, H 为大于零的常数。

设计公式(11)中系统状态 $\bar{y}_i (i=1, 2, 3, 4)$ 的观测量 $z_i (i=1, 2, 3, 4)$, 其线性观测器如下

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = z_1 - y_1 \\ \dot{\varepsilon}_1 = z_2 - \beta_1 \varepsilon_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 = z_3 - \beta_2 \varepsilon_1 \\ \dot{\varepsilon}_3 = z_4 - \beta_3 \varepsilon_1 + b_0 u \\ \dot{\varepsilon}_4 = -\beta_4 \varepsilon_1 \end{cases} \quad (12)$$

其中, $\beta = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3 \ \beta_4]^T$ 是扩张状态观测器的增益。并且 $\beta = [3\omega \ 6\omega^2 \ 4\omega^3 \ \omega^4]^T$, 其中 ω 是扩张观测器的带宽^[20]。

四阶线性观测器输出与输入误差的导数定义为如下形式

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= A\varepsilon + Eh \quad (13) \\ \varepsilon &= [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3 \ \varepsilon_4]^T \quad \varepsilon_i = z_i - \bar{y}_i (i=2,3,4) \\ A &= \begin{bmatrix} -3\omega & 1 & 0 & 0 \\ -6\omega^2 & 0 & 1 & 0 \\ -4\omega^3 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega^4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

定理 1 对于三阶系统(10), 通过坐标变换设计扩张状态观测器式(12), 存在常值 $\omega > 0$, 当 ε 满足式(13)时, 可以使得观测器观测误差是趋于稳定的。

存在 $P = P^T > 0$ 使得

$$A^T P + PA \leq -I \quad (14)$$

式中, I 为单位正定矩阵。

证明: 选取 Lyapunov 泛函形式如下

$$V_0 = \varepsilon^T P \varepsilon \quad (15)$$

对式(15)求导有

$$\dot{V}_0 = \varepsilon^T (A^T P + PA) \varepsilon + h(E^T P \varepsilon + \varepsilon^T P E) \quad (16)$$

由 Young's 不等式

$$E^T P \varepsilon + \varepsilon^T P E \leq \|E^T P\|^2 + \|\varepsilon\|^2 \leq \|P\|^2 + \|\varepsilon\|^2 \quad (17)$$

所以由式(16)、(17)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &\leq -\lambda_{\min}(I) \|\varepsilon\|^2 + h(\|P\|^2 + \|\varepsilon\|^2) \leq \\ &\quad -(\lambda_{\min}(I) - H) \|\varepsilon\|^2 + H \|P\|^2 \end{aligned} \quad (18)$$

注 1, 合理选择观测器增益, 保证 $\lambda_{\min}(I) - H$ 大于 0, 并且 $H \|P\|^2$ 有界, 此时由 Lyapunov 稳定性理论可得, 观测器式(12)在有限时间内稳定。

2.2 递归滑模的逐阶状态(GSO)观测器设计

由式(9)可得如下模型

$$\begin{cases} \dot{\hat{y}}_1 = \hat{y}_2 \\ \dot{\hat{y}}_2 = F_2(\hat{Y}_2) + b_2 \hat{y}_3 \\ \dot{\hat{y}}_3 = F_3(\hat{Y}_3) + b_3 u \end{cases} \quad (19)$$

式中, $\hat{y}_i$ 为对 $y_i (i=1,2,3,4)$ 的估计, 针对式(19)设计如下式的观测器形式

$$\begin{cases} \dot{\hat{\hat{y}}}_1 = \hat{y}_2 - \mu_1 \eta_1 \\ \dot{\hat{\hat{y}}}_2 = F_2(\hat{Y}_2) + b_2 \hat{y}_3 - \mu_2 \eta_2 \\ \dot{\hat{\hat{y}}}_3 = F_3(\hat{Y}_3) + b_3 u - \mu_3 \eta_3 \end{cases} \quad (20)$$

式中, μ_1 、 μ_2 、 μ_3 为反馈增益, $\eta_i (i=1,2,3)$ 的表达式为

$$\eta_i = \hat{\hat{y}}_i - \hat{y}_i \quad (21)$$

引理 1^[21] 存在已知常数 l_i , 使有界函数 x_i 满足下列不等式

$$|F_i(x_1) - F_i(x_2)| \leq l_i \|x_1 - x_2\| \quad i=1,2,3$$

定理 2 对于三阶系统式(19), 逐阶状态观测器式(20), 当 $\hat{\eta}_i (i=1, 2, 3)$ 满足式(22)时, 可以使得观测器观测误差是趋于稳定的。

证明: 定义观测器各阶观测误差导数如下

$$\begin{cases} \dot{\eta}_1 = -\mu_1 \eta_1 \\ \dot{\eta}_2 = (F_2(\hat{Y}_2) - F_2(\hat{Y}_2)) - \mu_2 \eta_2 \\ \dot{\eta}_3 = (F_3(\hat{Y}_3) - F_3(\hat{Y}_3)) - \mu_3 \eta_3 \end{cases} \quad (22)$$

选取 Lyapunov 泛函形式

$$W_0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \eta_i^2 \quad (23)$$

对式(23)求导有

$$\begin{aligned} \dot{W}_0 &= -\sum_{i=1}^3 \mu_i \eta_i^2 + \eta_2 (F_2(\hat{Y}_2) - F_2(\hat{Y}_2)) + \\ &\quad \eta_3 (F_3(\hat{Y}_3) - F_3(\hat{Y}_3)) \leq \\ &\quad -\sum_{i=1}^3 \mu_i \eta_i^2 + \eta_2 l_2 \|\hat{Y}_2 - \hat{Y}_2\| + \eta_3 l_3 \|\hat{Y}_3 - \hat{Y}_3\| = \end{aligned}$$

$$-\sum_{i=1}^3 \mu_i \eta_i^2 + \eta_2 l_2 \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2} + \eta_3 l_3 \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} \quad (24)$$

式(24)中

$$\eta_2 l_2 \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2} \leq \frac{l_2}{2} (\eta_1^2 + 2\eta_2^2) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \eta_3 l_3 \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} &\leq \frac{l_3}{2} (\eta_1^2 + \eta_2^2 + 2\eta_3^2) = \\ &\frac{l_3}{2} \eta_1^2 + \frac{l_3}{2} \eta_2^2 + l_3 \eta_3^2 \end{aligned} \quad (26)$$

所以式(24)可写成

$$\begin{aligned} -\sum_{i=1}^3 \mu_i \eta_i^2 + \eta_2 l_2 \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2} + \eta_3 l_3 \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} &\leq \\ -\sum_{i=1}^3 \mu_i \eta_i^2 + \frac{l_2}{2} \eta_1^2 + l_2 \eta_2^2 + \frac{l_3}{2} \eta_1^2 + \frac{l_3}{2} \eta_2^2 + l_3 \eta_3^2 = \\ -\frac{1}{2} (2\mu_1 - l_2 - l_3) \eta_1^2 - \frac{1}{2} (2\mu_2 - 2l_2 - l_3) \eta_2^2 \\ -\frac{1}{2} (2\mu_3 - 2l_3) \eta_3^2 \leq -C_3 W_0 \end{aligned} \quad (27)$$

式中, $C_3 = \min\{2\mu_1 - l_2 - l_3, 2\mu_2 - 2l_2 - l_3, 2\mu_3 - 2l_3\}$ 。

由 Lyapunov 稳定性理论可得, 观测误差 η 是有界的, 且在有限时间内稳定。

3 滑模控制器设计

3.1 变结构滑模控制器设计

定义降阶滑模面^[22]为如下形式

$$s = \ddot{e} + \varphi_2 \dot{e} + \varphi_1 e \quad (28)$$

式中, φ_1 、 φ_2 为控制参数, 满足 Hurwitz 条件, 即 φ_1 、 φ_2 为大于 0 的常数。e 为系统跟踪误差, 其具体形式与导数表达如下

$$\begin{cases} e = c - c_d = y_1 - c_d \\ \dot{e} = \dot{y}_1 - \dot{c}_d = y_2 - \dot{c}_d \\ \ddot{e} = \dot{y}_2 - \ddot{c}_d = y_3 + b_0 u - \ddot{c}_d \end{cases} \quad (29)$$

式中, c_d 是理想参考轨迹信号, 将式(29)代入式(28)得

$$s = \bar{y}_3 - \ddot{c}_d + \varphi_2 (\bar{y}_2 - \dot{c}_d) + \varphi_1 (\bar{y}_1 - c_d) \quad (30)$$

对式(30)求导可得

$$\dot{s} = \bar{y}_4 + b_0 u - \dot{c}_d^{(3)} + \varphi_2 (\bar{y}_3 - \ddot{c}_d) + \varphi_1 (\bar{y}_2 - \dot{c}_d) \quad (31)$$

采用等速趋近率有

$$\dot{s} = -k_1 \cdot \text{sgn}(s) \quad (32)$$

其中 k_1 为大于零的控制增益, 由式(31)、(32)结合式(12)可以得到

$$u_s = \frac{1}{b_0} (-z_4 + \dot{c}_d^{(3)} - \varphi_2 (z_3 - \ddot{c}_d) - \varphi_1 (z_2 - \dot{c}_d) - k_1 \cdot \text{sgn}(\hat{s})) \quad (33)$$

式中, sgn 为符号函数。

定理 3 通过坐标变换设计扩张状态观测器式(12)和滑模控制器式(33), 可以使得闭环系统滑模面 s 及跟踪误差是稳定。

证明: 选取 Lyapunov 泛函形式如下

$$V_c = \frac{1}{2} \hat{s}^2 \quad (34)$$

式中, $\hat{s}$ 为 ESO 对实际滑模面 s 的估计。

对式(34)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_c = \hat{s} (z_4 + b_0 u - \dot{c}_d^{(3)} + \varphi_2 (z_3 - \ddot{c}_d) + \varphi_1 (z_2 - \dot{c}_d)) = \\ -k_1 |\hat{s}| \end{aligned} \quad (35)$$

显然, 根据已知条件, k_1 大于 0, 所以 $\dot{V}_c \leq 0$, 即控制器是 Lyapunov 条件下稳定的, 所以滑动变量 s , 跟踪误差在有限时间内稳定。

选取 Lyapunov 函数形式如下

$$V = V_c + V_0 \quad (36)$$

对上式求导, 并且依据定理 1 和定理 3 可得

$$\dot{V} = \dot{V}_c + \dot{V}_0 \leq -V \quad (37)$$

显然系统稳定性得以证明。

3.2 递归滑模控制器设计

引入量纲一控制增益 $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$, $\gamma_3 > 0$, 设计如下控制率

$$\begin{cases} \alpha_1 = -\gamma_1 \tilde{y}_1 + \dot{c}_d \\ \alpha_2 = -\frac{1}{b_2} [\gamma_2 \tilde{y}_2 - \bar{F}_2(Y_2) + \dot{\alpha}_1] \\ u = -\frac{1}{b_3} [\gamma_3 \tilde{y}_3 - \bar{F}_3(Y_3) + \dot{\alpha}_2] \end{cases} \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \tilde{y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 - c_d \\ y_2 - \alpha_1 \\ y_3 - \alpha_2 \end{bmatrix}$$

式中, α_1 为第一个虚拟控制率; α_2 为第二个虚拟控制率; u 为期望控制率。

对 $[\tilde{y}_1 \ \tilde{y}_2 \ \tilde{y}_3]^T$ 求导可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{y}}_1 = y_2 - \dot{c}_d \\ \dot{\tilde{y}}_2 = \bar{F}_2(Y_2) + b_2 y_3 - \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\tilde{y}}_3 = \bar{F}_3(Y_3) + b_3 u - \dot{\alpha}_2 \end{cases} \quad (39)$$

式中, $y_2 = \alpha_1 + \tilde{y}_2$, $y_3 = \alpha_2 + \tilde{y}_3$ 。

所以式(39)可写成

$$\begin{cases} \dot{\tilde{y}}_1 = \alpha_1 + \tilde{y}_2 - \dot{c}_d \\ \dot{\tilde{y}}_2 = \bar{F}_2(Y_2) + b_2 (\alpha_2 + \tilde{y}_3) - \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\tilde{y}}_3 = \bar{F}_3(Y_3) + b_3 u - \dot{\alpha}_2 \end{cases} \quad (40)$$

由式(38)、(40)可得

$$\begin{cases} \dot{\tilde{y}}_1 = -\gamma_1 \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 \\ \dot{\tilde{y}}_2 = -\gamma_2 \tilde{y}_2 + b_2 \tilde{y}_3 \\ \dot{\tilde{y}}_3 = -\gamma_3 \tilde{y}_3 \end{cases} \quad (41)$$

定理 4 逐阶状态观测器式(20)和递归滑模控制器式(38), 可以使得闭环系统最终有界及跟踪误差收敛至原点指定小邻域。

证明: 选取 Lyapunov 泛函形式如下

$$W_c = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \tilde{y}_i^2 \quad (42)$$

对式(42)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{W}_c &= (-\gamma_1 \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2) \tilde{y}_1 - \gamma_2 \tilde{y}_2^2 + b_2 \tilde{y}_2 \tilde{y}_3 - \gamma_3 \tilde{y}_3 \tilde{y}_3 = \\ &= -\sum_{i=1}^3 \gamma_i \tilde{y}_i^2 + \tilde{y}_1 \tilde{y}_2 + b_2 \tilde{y}_2 \tilde{y}_3 \leq \\ &= -\sum_{i=1}^3 \gamma_i \tilde{y}_i^2 + \frac{\tilde{y}_1^2}{2} + \frac{\tilde{y}_2^2}{2} + \frac{b_2}{2} \tilde{y}_2^2 + \frac{b_2}{2} \tilde{y}_3^2 = \\ &= -\frac{1}{2}(2\gamma_1 - 1)\tilde{y}_1^2 - \frac{1}{2}(2\gamma_2 - 1 - b_2)\tilde{y}_2^2 - \\ &= \frac{1}{2}(2\gamma_3 - b_2)\tilde{y}_3^2 \leq -C_2 W_c \end{aligned} \quad (43)$$

式中, $C_2 = \min\{2\gamma_1 - 1, 2\gamma_2 - 1 - b_2, 2\gamma_3 - b_2\}$, 只要保证 $C_2 > 0$, 由 Lyapunov 稳定性理论可得, 跟踪误差在有限时间内收敛。

选取 Lyapunov 函数形式如下

$$W = W_c + W_0 \quad (44)$$

对式(44)求导, 并且结合式(27)、(43)可得

$$\dot{W} \leq -C_2 W_c - C_3 W_0 = -\bar{C} W \quad (45)$$

式中, $\bar{C} = \min\{C_2, C_3\}$ 。

依据定理 2 和定理 4, 系统稳定性得以证明。

4 仿真

通过仿真对控制器有效性进行验证, 图 4~11 以 Y 轴为研究对象, 进行数值仿真, 图 12、13 为二维数值仿真结果, 平台数学模型用到的主要参数如表 1 所示。

表 1 数学模型参数设置

参数	m/kg	V/m^3	$q_m/(\text{kg}/\text{V}\cdot\text{h})$
数值	50(X) 100(Y)	0.007 63	0.2±0.1
参数	$C/(\text{kg}/\text{s})$	T/K	$C_p/(\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}))$
数值	380.5	280	1.009
参数	$k/(\text{N}/\text{m})$	A/m^2	$C_v/(\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K}))$
数值	3.2×10^5	0.022 4	0.72

递归滑模控制参数选择标准归纳如下。

(1) 选择观测器式(24)反馈增益 $\mu_i (i=1,2,3)$, 并且满足 $\mu_i > 0$, 其观测器增益 μ_i 分别与伺服系统的位置、速度、压力有关。选择扩张观测器式(12)带宽 ω , 满足 $\omega > 0$ 。

(2) 选择递归滑模控制器式(32)增益 $\gamma_i (i=1,2,3)$, 并且满足 $\gamma_1 > \gamma_2 > \gamma_3 > 0$ 。选择变结构滑模控制器式(37)增益 k_1 和 φ_1 、 φ_2 , 满足 $k_1 > 0$, $0 < \varphi_2 \leq \varphi_1/5$ 。

注 2: 上述参数选取方案仅仅是保证控制器稳定的充分条件, 在设计控制器与观测器参数时, 通过增加 γ_i 、 k_1 、 φ_1 、 φ_2 、 ω 、 $\mu_i (i=1,2,3)$, 可以减小观测器或实际跟踪误差, 但是会导致控制量变大或动态品质变差。所以在实际控制参数选取的过程中, 应该权衡控制效果与控制动作的关系。

变结构滑模+ESO 控制与递归滑模+GSO 控制的两种控制方案具体参数如表 2、3 所示。

表 2 变结构滑模参数设置

参数	ω	φ_1	φ_2	k_1
数值	120	10^4	1 000	81.5

表 3 递归滑模参数设置

参数	γ_1	γ_2	γ_3	μ_1	μ_2	μ_3
数值	200	150	80	50	30	1 000

在上述参数设定下, 跟踪参考信号

$$L_1(t) = \begin{cases} 0.01 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

变结构滑模+ESO 控制与递归滑模+GSO 控制的跟踪效果如图 4 所示。控制信号比较如图 5 所示。跟踪误差比较如图 6 所示。从图 4 和图 6 中可以看出, 递归滑模+GSO 的控制方法在快速性更好, 跟踪误差更小。图 5 中可以看出递归滑模控制方法的控制信号基本不存在抖振现象。这就意味着, 如果提高变结构滑模控制的控制精度, 降低稳态误差, 必然引又会起其控制信号频率更高的振动现象, 过高频率的抖振在实际系统中是难以实现的。所以在实际

图 4 伺服系统跟踪阶跃信号的算法比较

伺服系统中, 递归滑模+GSO 不仅拥有更好的跟踪效果, 而且具有更高的研究价值。

图5 控制信号比较

图6 跟踪误差比较

为了验证两种控制方法观测器的观测效果以及进一步验证递归滑模控制器具有更高的实际应用价值, 跟踪下列参考信号 $L_2(t) = 0.01(\sin \pi t + \cos(\pi t/2))$ 。图7~9分别为两种信号的跟踪效果, 跟踪误差, 以及控制信号比较图。图7~9中, 两种跟踪效果都存在相位滞后, 但递归滑模控制方法跟踪效果更好, 控制信号不存在抖振现象, 变结构滑模控制信号抖振

图7 跟踪效果比较

图8 跟踪误差比较

过于严重, 不能用于实际控制器中, 并且跟踪效果不佳。

图9 控制信号比较

图10、11为两种观测器观测参考信号 $L_2(t)$ 时, 各阶次的观测效果图。为使各阶观测效果对比更加明显, 对观测估计状态量与实际状态量进行数据分析, 采用如表4的数据表形式进行对比。

图10 变结构滑模状态反馈跟踪效果

图11 递归模状态反馈跟踪效果

定义观测误差积分

$$IAMi = \frac{\int |m_i - y_i| dt}{\int |y_i| dt}$$

式中, m_i 为观测器的观测状态信号, i 表示观测状

态的阶次, $i=1,2,3,4$ 。 $IAMI$ 可以反应观测器观测性能, 其数值越小, 观测误差越小。定义观测误差积分平方

$$ISDMi = \frac{\int (m_i - y_i - \psi_i)^2 dt}{\int (y_i)^2 dt}$$

式中, $ISDMi$ 表示的观测器跟踪波动, ψ_i 为观测误差的平均值, 其数值越小观测器跟踪波动越小。

表 4 观测器 $IAMI$ 与 $ISDMi$ 比较

i	变结构滑模		递归滑模	
	$IAMI$	$ISDMi$	$IAMI$	$ISDMi$
1	0.002 59	0.000 01	0.002 59	0.000 01
2	0.012 15	0.009 24	0.005 95	0.001 55
3	0.270 34	0.244 35	0.002 54	0.000 02
4	2.918 59	19.584 67		

从表 4 中的数据可以看出递归滑模控制方法的 $IAMI$ 、 $ISDMi$ 小于变结构滑模数值。对于变结构滑模控制方案, 随着阶次的递增, $IAMI$ 增加, $ISDMi$ 增加幅度更加剧烈, 这说明观测器观测误差越来越大, 波动也越来越大。但是对于递归滑模控制方案, 却并不存在 $IAMI$ 、 $ISDMi$ 随着阶次增加而增加, 因为这种方案本质是对各阶次的估计误差进行观测, 而不是始终对一阶误差进行观测, 这就不会导致一阶观测误差累计到高阶系统中去。

将递归滑模控制器拓展到二维精密伺服平台中, 机械平台结构决定其不存在耦合关系, 所以该算法可以直接延伸用于该平台的二维波纹管气动伺服系统控制。跟踪高精度双纽线轨迹 $L_3(t) = \begin{cases} y_x = 10^{-6} \sin(\pi t/4) \\ y_y = 10^{-6} \sin(\pi t/8) \end{cases}$, 其数值仿真效果如图 12 所示。X 轴与 Y 轴跟踪误差曲线如图 13 所示。

图 12 双纽线递归滑模的跟踪轨效果

整个跟踪过程进行了 125 个周期, 每个双纽线周期采样 1 600 次。两轴之间误差存在差异, 主要区别在于两轴驱动负载不同, 以及 X 轴与 Y 轴跟踪轨迹的频率不同。

图 13 X、Y 轴误差曲线

5 结论

(1) 分析了波纹管执行器的伺服系统工作特点, 设计了一种基于新型驱动器的二维超精密机械平台, 并且建立了气动波纹管伺服系统的数学经验模型。控制信号的最大允许频率影响着伺服系统的精度, 实际系统中, 能响应高频控制信号的电气比例阀能使伺服系统性能更加优越。

(2) 针对提高气动伺服系统的精度问题, 将逐阶反馈观测器与递归滑模结合在了一起。前者基于二次估计系统输出状态进行逐阶输出反馈, 极大的提高了观测器对模型输出状态的观测精密密度。后者合理利用了前者结构, 解决了控制信号的抖振问题。两者结合, 实现了气动波纹管的超精密伺服系统的控制。并且通过使用李雅普诺夫函数, 证明了控制方法可以实现对波纹管伺服系统高精度轨迹跟踪, 并保证了系统内所有信号的一致最终有界性。

(3) 仿真结果表明, 递归滑模与逐阶状态观测器结合的控制方法明显优于变结构滑模与扩张状态观测器结合的控制方法。前者具有良好的稳态跟踪精度且不存在控制信号抖振问题, 方便实际使用。平台单自由度行程达到 20 mm, 且跟踪误差小于 0.1 μm 。

(4) 进一步工作: 基于 3D 模型搭建试验平台, 将本文设计的控制器进行全方位的气动波纹管伺服系统试验, 对其实用性进行考察。

参 考 文 献

- [1] RIACHY S, GHANES M. A nonlinear controller for pneumatic servo systems: Design and experimental tests[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 19(4): 1363-1373.
- [2] 左赫. 气缸—气动肌肉并联平台位姿控制研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2015.
- ZUO He. Posture control of parallel platform driven by piston and pneumatic muscles[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2015.

- [3] TADANO K, ARAI T, KAWASHIMA K, et al. Precise position control of coarse/fine dual stage using pneumatic actuators[C]// World Automation Congress. IEEE, 2010: 1-6.
- [4] 田艳兵, 王涛, 王美玲. 高精度定位平台驱动波纹管迟滞的建模与验证[J]. 机床与液压, 2015, 43(5): 63-67.
TIAN Yanbing, WANG Tao, WANG Meiling. Hysteresis Modeling and verification of pneumatic bellows in high-precision positioning stage[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2015, 43(5): 63-67.
- [5] KANG H W, LEE I H, CHO D W. Development of a micro-bellows actuator using micro-stereolithography technology[J]. Microelectronic Engineering, 2006, 83(4): 1201-1204.
- [6] 孟德远, 陶国良, 李艾民, 等. 高速开关阀控气动位置伺服系统的自适应鲁棒控制[J]. 机械工程学报, 2015, 51(10): 180-188.
MENG Deyuan, TAO Guoliang, LI Aimin, et al. Adaptive robust control of pneumatic cylinders using fast switching on/off solenoid valves[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(10): 180-188.
- [7] ZHANG W, MA Y, XU W, et al. Experimental study of load ports independent control on pneumatic servo system with gravitational load[C]// International Conference on Aircraft Utility Systems. IEEE, 2016: 299-304.
- [8] REN H P, HUANG C. Adaptive backstepping control of pneumatic servo system[C]//International Symposium on Industrial Electronics, IEEE, 2013: 1-6.
- [9] OKI T, TANAKA K, YAMAMOTO T, et al. A design of non-linear electro-pneumatic servo systems by using neural-net based linearizer with off-line learning algorithm[C]// International Joint Conference on Neural Networks. IEEE, 2002: 968-973.
- [10] LIU Y T, KUNG T T, CHANG K M, et al. Observer-based adaptive sliding mode control for pneumatic servo system[J]. Precision Engineering, 2013, 37(3): 522-530.
- [11] 钱鹏飞, 任旭东, 张连仁, 等. 气动伺服系统全局稳定快速收敛负载独立压力观测器[J]. 农业机械学报, 2017, 48(4): 399-405.
QIAN Pengfei, REN Xudong, ZHANG Lianren, et al. Globally stable, fast convergent and load-independent pressure observer for pneumatic servo systems[J]. Transactions of The Chinese Society of Agricultural Machinery, 2017, 48(4): 399-405.
- [12] HUANG Z, EDWARDS R M, LEE K Y. Fuzzy-adapted recursive sliding-mode controller design for a nuclear power plant control[J]. Transactions on Nuclear Science, 2004, 51(1): 256-266.
- [13] WU Y, WANG J. Continuous recursive sliding mode control for hypersonic flight vehicle with extended disturbance observer[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, (2015-11-29), 2015, 2015(1): 1-26.
- [14] VALLADOLID J D, ORTIZ J P, MINCHALA L I. Adaptive quasi-sliding mode control based on a recursive weighted least square estimator for a DC motor[C]// Conference on Control Applications. IEEE, 2016: 886-890.
- [15] REN H P, GONG P F, LI J. Pneumatic position servo control considering the proportional valve zero point[C]// International Conference on Mechatronics. IEEE, 2017.
- [16] SARAVANAKUMAR D, MOHAN B, MUTHURAMALINGAM T. A review on recent research trends in servo pneumatic positioning systems[J]. Precision Engineering, 2017, 49: 481-492.
- [17] REHMAN T, FAUDZI A A M, DEWI D E O, et al. Correction to : Design, characterization, and manufacturing of circular bellows pneumatic soft actuator[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017(4): 1-10.
- [18] REHMAN T, FAUDZI A A M, DEWI D E O, et al. Finite element analysis for pdms based dual chamber bellows structured pneumatic actuator[J]. Asian Simulation Conference, Modeling, Design and Simulation of Systems, 2017: 392-402.
- [19] REN H, FAN J. Adaptive backstepping slide mode control of pneumatic position servo system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2016, 29(5): 1-7.
- [20] YE D, LIN P P, GAO Z. Research on fault diagnosis using extended state observer[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008(4): 26-30.
- [21] MENG F, TAO G, LIU H. Research on pneumatic position servo control strategy and DSP controller[C]// International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. IEEE, 2017: 279-284.
- [22] QIANG C, LIANG T, NAN Y. Full-order sliding mode control for high-order nonlinear system based on extended state observer[J]. Journal of Systems Science & Complexity, 2016, 29(4): 978-990.

作者简介: 田艳兵, 男, 1978 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为现代检测技术, 微纳系统建与模控制。

E-mail: 70534230@qq.com

徐亚明(通信作者), 男, 1994 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为微纳系统控制。

E-mail: xuyaming2000@163.com

刘庆龙, 男, 1992 年出生。主要研究方向为抗扰控制、智能控制技术应用。

陈霞, 女, 1986 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为事件触发控制。