DOI: 10.3901/JME.2019.15.135

小角度相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮传动修形 啮合特性分析*

周尧 宋朝省 朱才朝 刘思远 倪高翔 杜雪松
(重庆大学机械传动国家重点实验室 重庆 400030)

摘要: 推导了考虑齿向修形与齿廓修形条件下的渐开线变厚齿轮齿面数学方程, 采用有限元法建立了相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮副有限元啮合模型, 研究了单独齿向修形, 单独齿廓修形与组合修形等不同的修形方式和修形量对接触印痕、齿根应力与传动误差的影响规律。结果表明: 与修形前相比, 变厚齿轮和圆柱齿轮单独齿向鼓形修形使得齿面接触区域减小, 齿面接触应力与齿根弯曲应力增大, 传动误差峰值增加; 圆柱齿轮齿向边坡修形可以使得接触印痕从小端移动至轮齿中部, 解决偏载现象; 齿廓鼓形修形使得接触印痕呈现增大趋势, 可以消除边缘接触现象; 接触印痕对齿廓边坡修形最为敏感; 变厚齿轮齿廓鼓形修形和圆柱齿轮齿向边坡修形的组合修形方式明显增加接触印痕面积, 降低接触应力和传动误差。

关键词: 相交轴; 小轴交角; 变厚齿轮; 啮合特性; 修形

中图分类号: TG156

Effects of Tooth Modifications on Mesh Characteristics of Intersected Beveloid and Cylindrical Involute Gear Pair with Small Shaft Angle

ZHOU Yao SONG Chaosheng ZHU Caichao LIU Siyuan NI Gaoxiang DU Xuesong
(The State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400030)

Abstract: The mathematical equations of beveloid gear surface with tooth flank modifications and tooth profile modifications are derived. The finite element loaded mesh model for beveloid and cylindrical involute gear pair with intersected axes were developed to investigate the influences of single tooth flank modification, single tooth profile modification and combined modification on contact pattern, tooth root stress and transmission error. Results show that: compared with the results before tooth modification, flank line drum modification for single beveloid or cylindrical gear tends to decrease the area of contact pattern, increase the tooth contact stress, root stress and the transmission error. Flank line slope modification for cylindrical gear can shift the contact pattern from small end to the middle of tooth surface, basically solved the bias load problem. Profile crowning modification for single beveloid or cylindrical gear tends to increase the area of contact pattern, eliminated the edge contact phenomenon. Contact pattern is most sensitive to tooth profile slope modification. The combination modification of profile crowning for beveloid and flank line slope for cylindrical obviously increase the area of contact pattern, decrease the contact stress and transmission error.

Key words: intersected axes; small shaft angle; beveloid gear; mesh characteristics; tooth modification

0 前言

渐开线变厚齿轮是渐开线圆柱齿轮的一般形式, 其变位系数沿轴向线性变化, 两啮合齿轮的轴

线理论上可以成任意角度, 可在平行轴、相交轴与交错轴间实现动力与运动的传递, 尤其在小角度安装条件下啮合性能明显优于其他非平行轴传动方式。与传统两个变厚齿轮相互啮合相比, 圆柱齿轮与变厚齿轮组合的相交轴齿轮副能有效避免由单个齿轮轴向窜动引起的啮合干涉与卡死现象, 如图1所示。因此该齿轮副被广泛应用于高速小倾角船用齿轮箱与四驱汽车分动器等, 具体如图2所示。然而该型传动为理论点接触形式, 导致齿面频繁磨损,

* 国家自然科学基金(51775061, 51575060)、重庆大学前沿交叉学科培育项目(2018CDQYJZ0012)和重庆市重点产业共性关键技术创新专项重点研发项目(cstc2017zdcy-zdyfx0071)资助项目。20180814 收到初稿, 20181206 收到修改稿

使用寿命较低, 振动大、噪声高等问题, 极大地限制了承载能力。

图 1 渐开线变厚齿轮相交轴传动^[1]

(a) 小倾角高速船用齿轮箱

(b) 全时驱动汽车分动箱

图 2 变厚齿轮传动的应用

目前国内外学者对变厚齿轮传动开展了一定的研究, MITOME 等^[2]针对相交轴变厚齿轮, 研究了变厚齿轮的几何设计与齿面接触特性, 并进行了相关实验研究。TSAI 等^[3]对相交轴变厚齿轮副, 利用有限元分析软件分析了接触应力的变化。ALFONSO 等^[4]对由滚削加工的直齿轮和由切齿加工的变厚齿轮构成的轴交角为 10° 的相交轴传动进行了研究, 分析了接触印痕与齿根应力的分布规律。CHRISTOPHER 等^[5]针对轿车用倾角传动齿轮箱, 对制造误差及轮齿修形对相交轴变厚齿轮副啮合特性的影响进行了研究。BÖRNER 等^[1, 6]及其研究团队研究了针对变厚齿轮在船用倾角传动以及轿车用倾角传动的应用, 进行了几何设计, 啮合特性, 轮齿修形以及加工制造方面的研究。CHEN 等^[7]通过有限元法对相交轴/交错轴凹面锥齿轮进行了齿面接触应力分析, 表明通过优化加工参数可以明显降低轮齿最大接触应力。温建民等^[8]对非渐开线变厚

齿轮的轮齿修形进行了理论分析。朱才朝等^[9-11]基于节圆锥啮合理论, 考虑近似线接触条件, 建立了相交/交错轴变厚齿轮传动啮合模型, 对其几何设计与啮合特性等方面进行了研究。陈思雨等^[12]在考虑实际齿轮啮合刚度及静态传递误差的基础上, 研究了不同修形量和修形长度对齿轮的动力学特性的影响。张俊等^[13]以斜齿轮作为载体, 基于 Kriging 法获得的拟合函数, 以动态传递误差波动量在修形区间内最小为目标对修形参数进行了优化。综上现有研究主要针对两变厚齿轮组成的相交/交错轴传动几何设计, 啮合特性等方面展开研究, 而对于相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮副的几何设计, 齿面修形与啮合特性分析优化等方面的相关文献较少。

本文基于轮齿修形原理, 建立了考虑修形的渐开线变厚齿轮齿面数学模型, 基于有限元法建立了相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮副啮合模型, 研究了不同修形方式和修形量对啮合特性的影响规律, 研究结果对改善其啮合性能并指导几何设计具有重要的意义。

1 考虑修形的变厚齿轮数学模型

采用滚削加工方法, 根据 MERRITT 提出的展成理论, 变厚齿轮齿廓可以看作是由常规齿条刀具齿面包络形成。为获得变厚齿轮齿面方程, 建立如图 3 所示的坐标系。 $S_n(x_n, y_n, z_n)$ 、 $S_p(x_p, y_p, z_p)$ 和 $S_c(x_c, y_c, z_c)$ 分别为与齿条刀具法面、端面和节面固联的动坐标系。法面坐标系和端面坐标系所成角度为螺旋角 β , 端面坐标系和节面坐标系所成角度为节锥角 γ ; $S_b(x_b, y_b, z_b)$ 为空间固定坐标系, $S_j(x_j, y_j, z_j)$ 为与渐开线变厚齿轮毛坯固联的动坐标系; S_n 的坐标原点位置 O_n 由变量 $u = O_p O_n$ 和螺旋角 β 共同确定。 ω 为齿轮毛坯旋转角速度, r 为渐开线变厚齿轮分度圆柱半径, $v = \omega r$ 为刀具平移速度, 变厚齿轮在加工过程中转过的角度为 ϕ_j 。

在刀具法面坐标系 $S_n(x_n, y_n, z_n)$ 中, 齿条刀具法向齿廓位置矢量可表示为^[14]

$$\mathbf{R}_n = [x_n \ y_n \ z_n \ 1]^T \quad (1)$$

在节面坐标系 $S_c(x_c, y_c, z_c)$ 中, 刀具曲面可以通过下列坐标变换得到

$$\mathbf{R}_c = \mathbf{M}_{cn} \mathbf{R}_n \quad (2)$$

$$\mathbf{M}_{cn} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \sin \beta & \sin \gamma \cos \beta & u \cos \beta \sin \gamma \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta & u \sin \beta \\ -\sin \gamma & -\cos \gamma \sin \beta & \cos \gamma \cos \beta & u \cos \beta \cos \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{R}_n$, $\mathbf{R}_c$ 为齿条刀具齿面在坐标系 S_n 和 S_c 中的位置矢量; $\mathbf{M}_{cn}$ 为坐标系 S_n 到 S_c 的变换矩阵; 将式(1)和式(3)代入式(2)中, 则

$$\mathbf{R}_c = [x_c \ y_c \ z_c \ 1]^T = \begin{bmatrix} x_n \cos \gamma - y_n \sin \gamma \sin \beta + z_n \sin \gamma \cos \beta + u \cos \beta \sin \gamma \\ y_n \cos \beta + z_n \sin \beta + u \sin \beta \\ -x_n \sin \gamma - y_n \cos \gamma \sin \beta + z_n \cos \gamma \cos \beta + u \cos \beta \cos \gamma \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

通过齿条刀具加工齿坯过程中两者之间的相对运动关系推导出变厚齿轮齿面在坐标系 $S_j(x_j, y_j, z_j)$ 中的表示为^[10]

$$\mathbf{R}_j = \begin{cases} x_j = x_c \cos \phi_j - y_c \sin \phi_j + r(\cos \phi_j + \phi_j \sin \phi_j) \\ y_j = x_c \sin \phi_j + y_c \cos \phi_j + r(\sin \phi_j + \phi_j \cos \phi_j) \\ z_j = z_c \\ \phi_j = \mathbf{n}_{xc} y_c - \mathbf{n}_{yc} x_c / (\mathbf{n}_{xc} r) \end{cases} \quad (5)$$

式中, x_c, y_c, z_c 为刀具齿面在坐标系 S_c 中的位置矢量; $\mathbf{n}_{xc}, \mathbf{n}_{yc}, \mathbf{n}_{zc}$ 为刀具齿面在坐标系 S_c 中的单位法向矢量。

由齿面方程可以推导出单位法向矢量为

$$\mathbf{n}_j = \mathbf{R}_u \times \mathbf{R}_l / |\mathbf{R}_u \times \mathbf{R}_l| = [n_{xj}, n_{yj}, n_{zj}]^T \quad (6)$$

式中, $\mathbf{R}_u = [\partial x_j / \partial u, \partial y_j / \partial u, \partial z_j / \partial u]^T$, $\mathbf{R}_l = [\partial x_j / \partial l, \partial y_j / \partial l, \partial z_j / \partial l]^T$; n_{xj}, n_{yj}, n_{zj} 为变厚齿轮齿面单位法向矢量。

图3 渐开线变厚齿轮加工坐标系

图4为变厚齿轮齿面修形前后齿面示意图, 虚线和实线分别为修形前后渐开线齿廓, u, l 分别为变厚齿轮沿齿宽方向和齿廓方向参数; Δ 为修形量, 方向垂直于渐开线齿面; 通过齿面单位法向矢量可以将 Δ 分解为坐标系 $S_j(x_j, y_j, z_j)$ 中沿三个坐标轴方向的分量 $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ 。修形后的变厚齿轮齿面数学方程为

$$\mathbf{R}_j'(u, l) =$$

$$\begin{cases} x_j = x_c \cos \phi_j - y_c \sin \phi_j + r(\cos \phi_j + \phi_j \sin \phi_j) - \Delta_x \\ y_j = x_c \sin \phi_j + y_c \cos \phi_j + r(\sin \phi_j + \phi_j \cos \phi_j) - \Delta_y \\ z_j = z_c - \Delta_z \\ \phi_j = \mathbf{n}_{xc} y_c - \mathbf{n}_{yc} x_c / (\mathbf{n}_{xc} r) \end{cases} \quad (7)$$

图4 变厚齿轮修形示意图

当修形方式为齿向修形时, 修形曲线可表示为

$$\Delta_u = k_0'' u^2 + k_1'' u + k_2'' \quad (8)$$

$$\begin{cases} k_0'' u_{\min}^2 + k_1'' u_{\min} + k_2'' = \Delta_1 \\ k_0'' ((u_{\max} - u_{\min})/2)^2 + k_1'' ((u_{\max} - u_{\min})/2) + k_2'' = \Delta_2 \\ k_0'' u_{\max}^2 + k_1'' u_{\max} + k_2'' = \Delta_3 \end{cases} \quad (9)$$

式中, k_0'', k_1'', k_2'' 是用于确定曲线方程的系数; $k_0'' = 0$ 时为直线修形, $k_0'' \neq 0$ 时为二次曲线修形; Δ_u 为沿齿宽方向上各个 u 所对应的修形量; $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ 为修形曲线两个端点和中点的修形量, $u_{\min}$ 和 $u_{\max}$ 分别为小端和大端的齿向参数。

将修形曲线式(8)代入式(7)中, 齿向修形的变厚齿轮齿面数学方程为

$$\begin{cases} x_j = x_c \cos \phi_j - y_c \sin \phi_j + r(\cos \phi_j + \phi_j \sin \phi_j) - \mathbf{n}_{xj}(k_0'' u^2 + k_1'' u + k_2'') \\ y_j = x_c \sin \phi_j + y_c \cos \phi_j + r(\sin \phi_j + \phi_j \cos \phi_j) - \mathbf{n}_{yj}(k_0'' u^2 + k_1'' u + k_2'') \\ z_j = z_c - \mathbf{n}_{zj}(k_0'' u^2 + k_1'' u + k_2'') \\ \phi_j = \mathbf{n}_{xc} y_c - \mathbf{n}_{yc} x_c / (\mathbf{n}_{xc} r) \end{cases} \quad (10)$$

图5所示为渐开线变厚齿轮齿向鼓形与齿向边坡两种修形方式的修形曲线和修形示意图。虚线表示修形前齿面, 实线表示修形后齿面, $\Delta_{\max}$ 为沿齿向方向的最大修形量。

图5 齿向修形示意图

图6 齿廓修形示意图

当修形方式为齿廓修形时, 修形曲线方程可以表示为

$$\Delta_l = k_0^l l^2 + k_1^l l + k_2^l \quad (11)$$

$$\begin{cases} k_0^l l_{\min}^2 + k_1^l l_{\min} + k_2^l = \Delta_1 \\ k_0^l ((l_{\max} - l_{\min})/2)^2 + k_1^l ((l_{\max} - l_{\min})/2) + k_2^l = \Delta_2 \\ k_0^l l_{\max}^2 + k_1^l l_{\max} + k_2^l = \Delta_3 \end{cases} \quad (12)$$

式中, k_0^l, k_1^l, k_2^l 是用于确定曲线方程的系数; $k_0^l = 0$ 时为直线修形, $k_0^l \neq 0$ 时为二次曲线修形; Δ_l 为沿齿廓方向上各个 l 所对应的修形量; $l_{\min}$ 和 $l_{\max}$ 分别为齿根和齿顶的齿廓参数。

将修形曲线式(11)代入式(7)中, 则齿廓修形的变厚齿轮齿面数学方程为

$$\begin{cases} x_j = x_c \cos \phi_j - y_c \sin \phi_j + r(\cos \phi_j + \phi_j \sin \phi_j) - \\ \quad n_{xj}(k_0^l l^2 + k_1^l l + k_2^l) \\ y_j = x_c \sin \phi_j + y_c \cos \phi_j + r(\sin \phi_j + \phi_j \cos \phi_j) - \\ \quad n_{yj}(k_0^l l^2 + k_1^l l + k_2^l) \\ z_j = z_c - n_{zj}(k_0^l l^2 + k_1^l l + k_2^l) \\ \phi_j = n_{xc} y_c - n_{yc} y_c / (n_{xc} r) \end{cases} \quad (13)$$

图6所示为渐开线变厚齿轮齿廓边坡与齿廓鼓形两种修形方式的修形曲线和修形示意图。虚线表示修形前齿面, 实线表示修形后齿面, $\Delta_{\max}$ 为沿齿廓方向的最大修形量。

2 相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮副的有限元啮合模型

相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮传动啮合坐标系如图7所示。 $S_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $S_2(x_2, y_2, z_2)$ 分别为齿轮1、齿轮2所在局部坐标系, $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 为空间固定坐标系, 坐标原点分别为 O_1 、 O_2 、 O_f ; 两齿轮工作节圆锥相切于 P 点, 变厚齿轮节锥角为 γ_{w1} ; d_1 、 d_2 分别为两齿轮安装距; δ 为两啮合齿轮间的轴交角, w_{g1} 、 w_{g2} 为变厚齿轮两端面到工作节端面的距离, w_{p1} 、 w_{p2} 为圆柱齿轮两端面到工作节端面的距离。

图7 相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮传动啮合坐标系

节端面的距离， r_{w1} 、 r_{w2} 分别为两齿轮在工作节端面上的工作节圆半径。

根据相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮传动设计流程^[12]，计算得到表 1 所示齿轮副几何参数。采用 Matlab 编制渐开线变厚齿轮修形数学模型计算程序，计算出齿面点集三维坐标，并将齿面点集三维坐标导入 Pro/E 中，遵循“点-曲线-曲面”的原则，生成的三维实体模型如图 8、9 所示。

表 1 相交轴圆柱与变厚齿轮副几何参数

参数	变厚齿轮	圆柱齿轮
法向模数/mm	4	
顶隙系数	0.25	
法向压力角/(°)	20	
轴交角/(°)	6	
齿数	33	45
齿宽/mm	30	34
螺旋角/(°)	15	-15
节锥角/(°)	6	0
端面变位系数	0.0811	-0.0807

图 8 渐开线变厚齿轮单齿三维模型

图 9 渐开线变厚齿轮三维模型

采用有限元分析软件 ABAQUS 进行齿轮副承载接触特性分析。齿轮选用材料 17CrNiMo6，弹性模量为 206 GPa，泊松比为 0.27。选取变厚齿轮为主动轮，圆柱齿轮为从动轮，主动轮旋转方向从其小端看为逆时针方向，对主动轮施加转动位移边界条件，使主动轮转过 5 个齿的角位移，对从动轮施加负载转矩为 200 N·m。计算过程中相互接触的 5 对齿面定义成接触对，建立齿轮轴线中点与齿轮内圈的耦合约束；划分网格时，采用六面体网格单元(C3D8R)类型，同时为提高计算效率，降低计算代

价，将接触对所在齿面划分较密的网格。建立相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮副啮合模型如图 10 所示。

图 10 相交轴圆柱与变厚齿轮副啮合模型

3 啮合特性分析

在 ABAQUS 中提取变厚齿轮一个啮合周期内各个时刻的接触压应力(CPRESS)组成齿面接触印痕如图 11 所示。

图 11 修形前变厚齿轮齿面接触印痕

沿齿宽方向，齿面接触区域偏向于小端，发生了轻微的偏载现象。另外可以看出在加载过程中，轮齿在载荷作用下产生弯曲变形，齿根部位出现了明显的边缘接触，影响了齿轮传动的承载能力及其平稳性。

针对相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮副出现的偏载与边缘接触现象，分别选择沿齿向的边坡、鼓形修形和沿齿廓的边坡、鼓形修形以及两者组合的修形方式对变厚齿轮与圆柱齿轮进行修形，并进行承载接触特性分析。修形方案如表 2 所示。

表 2 修形方案(μm)

		变厚齿轮	圆柱齿轮
齿向修形	边坡	10/20	10/20
	鼓形	10/20	10/20
齿廓修形	边坡	10/20	10/20
	鼓形	10/20	10/20
组合修形(变厚齿轮	方案一	0	0
齿廓鼓形	方案二	10	10
圆柱齿轮齿向边坡修形)	方案三	15	15
	方案四	20	20

3.1 齿向修形啮合特性分析

图12和图13所示为不同修形量下齿向鼓形修形接触印痕。结果表明,单独对圆柱齿轮或变厚齿轮进行修形,得到的接触印痕基本一致。随着修形量增加,沿齿宽方向接触印痕面积逐渐减小且集中于轮齿中部位置,齿面最大接触应力增大。

(a) 修形量 10 μm

(b) 修形量 20 μm

图12 仅变厚齿轮齿向鼓形修形接触印痕

(a) 修形量 10 μm

(b) 修形量 20 μm

图13 仅圆柱齿轮齿向鼓形修形接触印痕

图14和图15所示为不同修形量下齿向边坡修形接触印痕

(a) 修形量 10 μm

(b) 修形量 20 μm

图14 仅变厚齿轮齿向边坡修形接触印痕

(a) 修形量 10 μm

(b) 修形量 20 μm

图15 仅圆柱齿轮齿向边坡修形接触印痕

形接触印痕,从图中可以看出单独对圆柱齿轮或变厚齿轮进行修形,得到的接触印痕差异较大。对变厚齿轮修形后齿面接触应力增加,且接触区域偏向于小端;对圆柱齿轮修形,随着修形量的增加,接触印痕由小端逐渐向大端偏移,修形量为 20 μm 时,接触印痕偏移至轮齿中部,同时最大接触应力降低。

图16~18为齿向鼓形修形和齿向边坡修形对齿根应力、传动误差及其峰峰值的影响。从图中可以看出,齿向鼓形修形后齿根弯曲应力增大,同时传动误差峰峰值增加;随着修形量的增加,齿向边坡

图16 齿向修形对齿根应力的影响

图17 齿向修形对传动误差的影响

修形减小了齿根弯曲应力,但对传动误差影响不大。结果表明对圆柱齿轮进行齿向边坡修形有效地改善了相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮副偏载的现象。

图 18 齿向修形对传动误差峰峰值的影响

3.2 齿廓修形啮合特性分析

图 19、20 所示为不同修形量下齿廓边坡修形接触印痕。结果表明,随着修形量的增加,对变厚齿轮进行齿廓边坡修形后齿根部位的边缘接触现象加剧,接触应力增大;对圆柱齿轮进行齿廓边坡修形得到了与变厚齿轮相反的结果,随着修形量的增加,

图 19 仅变厚齿轮齿廓边坡修形接触印痕

图 20 仅圆柱齿轮齿廓边坡修形接触印痕

接触区域逐渐减小并集中在齿顶区域,最大接触应力逐渐增大。

图 21 和图 22 所示为不同修形量下齿廓鼓形修形接触印痕,从图中可以看出单独对圆柱齿轮或变厚齿轮进行修形,接触印痕基本一致。随着修形量增加印痕均呈现增大趋势,同时齿面接触应力较修形前有所降低。当修形量达到 $20 \mu\text{m}$ 时齿根部分不再参与啮合,接触印痕分布于渐开线齿廓部分,改善了齿根部位的边缘接触。

(a) 修形量 $10 \mu\text{m}$

(b) 修形量 $20 \mu\text{m}$

图 21 仅变厚齿轮齿廓鼓形修形接触印痕

(a) 修形量 $10 \mu\text{m}$

(b) 修形量 $20 \mu\text{m}$

图 22 仅圆柱齿轮齿廓鼓形修形接触印痕

图 23~25 所示为齿廓鼓形修形和齿廓边坡修

图 23 齿廓修形对齿根应力的影响

图24 齿廓修形对传动误差的影响

图25 齿廓修形对传动误差峰峰值的影响

形对齿根应力、传动误差及其峰峰值的影响。从图中可以看出,齿廓鼓形修形前后的齿根应力变化不大,但传动误差峰峰值有明显降低;齿廓边坡修形会导致齿根应力增大,传动误差峰峰值增加,影响传动平稳性。

3.3 组合修形啮合特性分析

基于上述单独的齿向和齿廓修形对于相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮副啮合特性的影响分析,可以看出,仅对变厚齿轮进行鼓形修形或单独对圆柱齿轮进行齿向边坡修形能较好地改善齿轮副的啮合特性,故将两种修形方式结合,即变厚齿轮采用齿廓鼓形修形方式,圆柱齿轮采用齿向边坡修形方式,研究其对啮合特性的影响,针对此种组合修形方式不同修形量提出方案一,二,三和四。

图26和图27所示为四组修形工况下齿面接触印痕以及齿根应力影响曲线。结果表明,修形后的印痕与修形前有明显差异。从图26a~26d可以看出,随着圆柱齿轮和变厚齿轮修形量的增加,接触区域逐步向轮齿中部移动,且接触区域逐渐变大且集中于渐开线齿廓,齿根部位边缘接触消除。同时修形后的齿面接触应力与齿根弯曲应力均有一定幅度的减小。

图28、29所示为四种修形工况下传动误差及其峰峰值。

图26 组合修形对接触印痕的影响

图27 组合修形对齿根应力的影响

图28 组合修形对传动误差的影响

图 29 组合修形对传动误差峰峰值的影响

从计算结果可以看出修形后的传动误差均值与峰峰值都有降低,说明该组合修形方式可以降低冲击与振动,改善齿轮副传动平稳性。

4 结论

推导了考虑修形的渐开线变厚齿轮数学模型,基于有限元法,建立了相交轴渐开线圆柱与变厚齿轮副有限元啮合模型,单独齿廓修形与组合修形对啮合特性的影响。

(1) 变厚齿轮和圆柱齿轮单独齿向鼓形修形使得齿面接触区域减小,齿面接触应力与齿根弯曲应力增大,传动误差峰峰值增加;圆柱齿轮齿向边坡修形使得接触印痕由小端逐渐向大端偏移,齿面和齿根应力降低,提高了承载能力,较好地改善偏载现象。

(2) 变厚齿轮单独齿廓边坡修形使得齿根弯曲应力逐渐增大;圆柱齿轮单独齿廓边坡修形使得齿面接触区域逐渐减小,传动误差峰峰值增加;变厚齿轮齿廓鼓形修形与圆柱齿轮齿廓鼓形修形后接触印痕基本一致,均呈现增大趋势。

(3) 变厚齿轮齿廓鼓形修形和圆柱齿轮齿向边坡修形的组合修形方式明显改善齿面啮合性能,增加接触印痕面积,降低了啮合过程中的应力和传动误差,使齿轮副传动更加平稳。

参 考 文 献

- [1] BÖRNER J, HUMM K, JOACHIM F. Development of conical involute gears (beveloids) for vehicle transmissions[C]// ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, September 2-6, 2003, Chicago, Illinois, USA, DETC2003/PTG-48089: 1-8.
- [2] MITOME K, YAMAZAKI T. Design of conical involute gear engaged with profile shifted spur gear on intersecting shafts[J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C, 1996, 62(598): 2436-2441.
- [3] WU S H, TSAI S J. Contact stress analysis of skew conical involute gear drives in approximate line contact[J]. Mechanism & Machine Theory, 2009, 44(9): 1658-1676.
- [4] ALFONSO F, INGNACIO G, KENICHI H. Computerized design of conical involute gears with improved bearing contact and reduced noise and vibration[J]. VDI-Society for Product and Process Design, International Conference on Gears-Europe invites the world, 2010, Technical University of Munich, Garching, Germany: 635-646.
- [5] CHRISTOPHER T, HANSGEORG B, MATTHIAS B. The influence of manufacturing deviations on the transmission behavior of conical involute gears[C]// VDI-Society for Product and Process Design, International Conference on Gears-Europe Invites the World, October 4-6, 2010, Technical University of Munich, Garching, Germany: 647-658.
- [6] BÖRNER J, HUMM K, JOACHIM F, YAKARIA H. Application, design, and manufacturing of conical involute gears for power transmissions[C]// International Conference on Gears, Pts 1 and 2 - EUROPE INVITES THE WORLD, September 14-16, 2005, Garching, Germany, 1904: 125-144.
- [7] CHEN Y C, LIU C C. Contact stress analysis of concave conical involute gear pairs with non-parallel axes[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2011, 47(4): 443-452.
- [8] 温建民, 李瑰贤, 李笑, 等. 非渐开线变厚齿轮修形方法的研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2003(6): 660-663. WEN Jianmin, LI Guixian, LI Xiao, et al. Study of tooth modification of noninvolute beveloid gears[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2003, 24(6): 660-663.
- [9] SONG C, ZHU C, LIM T C, et al. Parametric analysis of gear mesh and dynamic response of loaded helical beveloid transmission with small shaft angle[J]. Journal of Mechanical Design, 2012, 134(8): 084501.
- [10] ZHU C, SONG C, LIM T C, et al. Pitch cone design and influence of misalignments on tooth contact behaviors of crossed beveloid gears[J]. Mechanism & Machine Theory, 2013, 59(59): 48-64.
- [11] SONG C, ZHOU Y, ZHU C, et al. Loaded tooth contact analysis of intersected beveloid and cylindrical involute gear pair with small shaft angle[J]. Journal of Advanced Mechanical Design Systems & Manufacturing, 2018, 12(1): 1-15.

- [12] 陈思雨, 唐进元, 王志伟, 等. 修形对齿轮系统动力学特性的影响规律[J]. 机械工程学报, 2014, 50(13): 59-65.
CHEN Siyu, TANG Jinyuan, WANG Zhiwei, et al. Effect of modification on dynamic characteristics of gear transmissions system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(13): 59-65.
- [13] 汪建, 张俊. 轮齿修形对斜齿轮传递误差影响的比较性分析[J]. 振动与冲击, 2018, 37(2): 254-260.
WANG Jian, ZHANG Jun. Effects of gear modification on transmission error of a helical gear pair[J]. Journal of

Vibration and Shock, 2018, 37(2): 254-260.

- [14] 宋朝省. 小倾角船用齿轮箱交错轴传动特性研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2011.
SONG Chaosheng. Study on transmission characteristics of staggered shaft for small inclination marine gear box[D]. Chongqing: Chongqing University, 2011.

作者简介: 周尧, 男, 1992 年出生。主要研究方向为齿轮啮合理论与设计。

E-mail: zhoyaoxxx@126.com

宋朝省(通信作者), 男, 1983 年出生, 博士, 副教授, 博士研究生导师。主要研究方向为精密齿轮传动与机械系统动力学。

E-mail: chaoshengsong@hotmail.com