

DOI: 10.3901/JME.2023.21.245

支承动刚度对转子系统临界转速的影响 及试验验证^{*}

罗 忠^{1,2,3} 刘凯宁^{1,2} 刘家希^{1,2} 李 雷^{1,2} 姜广义^{1,2}

(1. 东北大学机械工程与自动化学院 沈阳 110819;

2. 东北大学佛山研究生院 佛山 528312;

3. 东北大学航空动力装备振动及控制教育部重点实验室 沈阳 110819;

4. 中国航发沈阳发动机研究所 沈阳 110015)

摘要: 支承动刚度对转子系统的临界转速等固有特性影响很大,但其影响规律及程度研究尚不深入,研究动刚度对临界转速的影响规律,提出用动刚度影响判断指数表征动刚度影响程度。首先,建立了考虑支承动刚度的转子系统动力学模型。然后,分析了支承动刚度对临界转速的影响及其不同参数对应的规律。结果表明,支承动刚度可导致临界转速降低并出现新的共振峰,且动刚度对临界转速的影响程度与初始支承刚度呈正相关,与转轴长度、转盘质量呈负相关。最后,提出了动刚度影响判断指数可用于动刚度影响程度定量表征,通过数值算例与试验研究对所提动刚度影响判断指数进行验证,数值与试验研究均验证了动刚度影响判断指数的有效性。

关键词: 转子系统; 支承动刚度; 临界转速; 判断指数; 影响规律

中图分类号: V231; TB123

Influence of Dynamic Stiffness of Support on Critical Speed of Rotor System and Experimental Verification

LUO Zhong^{1,2,3} LIU Kaining^{1,2} LIU Jiayi^{1,2} LI Lei^{1,2} JIANG Guangyi^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819;

2. Foshan Graduate School of Northeastern University, Northeastern University, Foshan 528312;

3. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion System Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819;

4. AECC Shenyang Engine Research Institute, Shenyang 110015)

Abstract: The dynamic stiffness of support affects the critical speed and inherent characteristics of rotor system greatly, but the research of influence law and influence degree of dynamic stiffness are not thorough. The influence law of dynamic stiffness on the critical speed is studied and the dynamic stiffness influence judgment index is proposed to represent the degree of dynamic stiffness influence. Firstly, the dynamic model of the rotor system considering the dynamic stiffness of the support is established. Then, the influence of dynamic stiffness on critical speed and its vary law under different parameters are analyzed. The dynamic stiffness of the supports may lead to the reduction of the critical speed and the emergence of a new resonance peak. The influence effect of dynamic stiffness is positively correlated with the initial support stiffness, but negatively correlated with the length of the shaft and the mass of the disk. Finally, the dynamic stiffness influence judgment index is proposed for the quantitative characterization of the dynamic stiffness impact degree, and the dynamic stiffness influence judgment index is verified by numerical examples and experimental

^{*} 国家自然科学基金(11872148, U1908217)和广东省粤佛联合重点基金(2020B1515120015)资助项目。20221208 收到初稿, 20230505 收到修改稿

studies. Both numerical and experimental results verify the validity of the dynamic stiffness influence judgment index.

Key words: rotor system; dynamic support stiffness; critical speed; judgment index; influence law

0 前言

转子支承系统是航空发动机、燃气轮机和离心压缩机等机械结构的重要组成部分,其固有特性和响应与支承刚度密切相关,在工程实践中发现的整机突发振动现象一般被认为是由于支承刚度变化引起的,即支承动刚度可导致转子系统临界转速发生变化^[1]。支承系统在转子基频及其倍频载荷的周期性激励下产生动态响应,所谓支承动刚度,即周期性载荷激励与动态变形量之比。然而,目前关于支承动刚度对临界转速影响方面的研究尚不深入,不同系统参数下动刚度对临界转速的影响规律及转子系统受动刚度影响程度的表征尚未掌握,开展动刚度影响规律及程度研究十分必要。

目前众多学者开展了关于工程结构的动刚度研究,KIM 等^[2]建立了五轴多任务机床三维实体有限元模型并计算了该模型在三个方向的动刚度,最后用激振器开展了动刚度试验,验证了结果的正确性。OOI 等^[3]对发动机橡胶支座同时进行了以激振器、力锤为激励源的动刚度试验,验证了以力锤进行动刚度试验的可行性,体现出力锤激励方便快捷的优点;TAO 等^[4]分析了部件结构参数和运行状况对掘进机液压支承系统刚度特性的影响,发现其动刚度特性随时间呈 U 形与反 U 形。然而,以上文献未开展关于转子支承系统动刚度的研究。GUPTA 等^[5]研究了不同的转子系统结构参数对轴承平均和瞬时动刚度的影响作用,发现轴承刚度分量为非时变参数的函数;肖世富等^[6]采用 Rayleigh-Ritz 方法建立了转子动力学模型,研究了其支承动刚度随运转速度的变化关系,发现支承刚度非定值;鲁鹏等^[7]提出了一种不受初始弯曲变形影响的动刚度测试方法,然后利用动刚度与影响系数之间的关系提出了基于动刚度的无试重动平衡方法,并进行了试验验证;雷杰等^[8]在某双盘转子试验器上开展了关于转子的动刚度测试试验,并利用转子动刚度研究了不同支座地脚螺栓拧紧力矩对转子系统的影响;杜兆刚等^[9]对 MS9001E 燃气轮机轴承支座进行了动刚度测试试验,介绍了该试验动刚度测试原理并对结果进行了分析;赵文涛等^[10]基于振动模态分析理论得到了某航空发动机机匣动刚度的建模方法,并将仿真结果与多种测试方案的试验结

果进行对比,发现了良好的一致性。但是,以上文献仅关注支承结构部件级的动刚度,未分析转子系统级的动刚度特性,即支承动刚度对转子系统动力学特性的影响。

HONG 等^[11]分析了在考虑机匣支承动刚度与鼠笼式支承结构刚度耦合作用下的转子系统临界转速,发现考虑机匣支承动刚度的模型结果要更加接近于整机模型结果;SONG 等^[12]建立了某低压压气机转子试验器动刚度模型,并进一步分析了该动刚度对转子系统动力学特性的影响,发现坎贝尔图中出现了多交点、频响曲线出现了附加峰值的现象;龙伦等^[13]建立了某涡轴发动机燃气发生器转子支承系统的有限元分析模型,分析了转子分别在静、动刚度下的临界转速,发现在动刚度影响下各阶临界转速存在不同程度的下降。然而,以上文献在动刚度对转子系统临界转速影响方面的研究不够深入,未揭示动刚度对临界转速的参数影响规律,同时动刚度影响程度表征问题尚未解决。

在建立考虑支承动刚度的转子系统动力学模型基础上,分析支承动刚度对临界转速的影响与不同系统参数下动刚度对临界转速的影响规律,最后提出了动刚度影响判断指数并通过数值算例与试验研究对其准确性进行验证。

1 考虑支承动刚度的转子系统建模

转子-支承系统建模采用有限单元法^[14-16]建模,转轴采用 Timoshenko 梁单元进行建模,将盘和支承简化为集中质量单元,转子系统共包括 80 个 Timoshenko 梁单元和 4 个盘单元,有限元模型如图 1 所示,其物理参数如表 1 所示。转子支承系统整体运动方程如下

$$M\ddot{x} + (C - \Omega G)\dot{x} + Kx = Q \quad (1)$$

式中, M 为转子-支承系统的整体质量矩阵; C 为阻尼矩阵; G 为陀螺矩阵; K 为刚度矩阵; Ω 为转子系统的转速; Q 为广义外力; x 为广义位移向量。式中具体的单元矩阵和矩阵组集见文献[14-15]。采用 Rayleigh 阻尼^[17],整体刚度矩阵由转子刚度矩阵与变化的支承动刚度矩阵组集而成,表达式为

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_r + \mathbf{K}_s \quad (2)$$

$$\mathbf{K}_s = \mathbf{K}^* \quad (3)$$

式中, \mathbf{K}_r 为转子系统刚度矩阵; \mathbf{K}_s 为支承结构刚度矩阵。

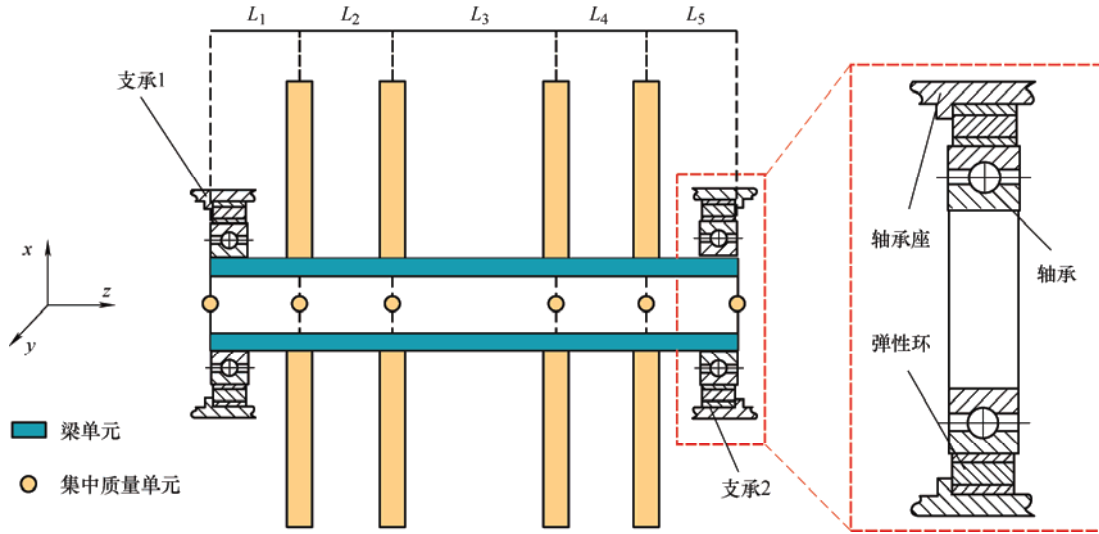


图1 转子支承系统有限元模型示意图

表1 转子物理参数

轴段	长度 /m	单元个数	内径 /m	外径 /m	质量 /kg	直径转动惯量 / $(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$
1	0.033 50	10	0.038	0.051	0	0
2	0.034 59	15	0.038	0.051	1.663	0.003 67
3	0.122 79	30	0.038	0.051	1.663	0.003 67
4	0.024 64	15	0.038	0.051	1.138	0.002 43
5	0.038 48	10	0.038	0.051	1.138	0.002 43

转子在运转过程中产生规律性变化的基频与倍频简谐激励 $f(t)$, 该激励会进一步传递到支承系统, 导致支承系统在该简谐激励下出现变化的振动响应 $x^*(t)$, 简谐激励与振动响应的比值即为支承动刚度 \mathbf{K}^* 。

$$f(t) = F \sin(\omega t) \quad (4)$$

$$x^*(t) = X \sin(\omega t - \theta) \quad (5)$$

$$\mathbf{K}^* = \frac{f(t)}{x^*(t)} \quad (6)$$

式中, F 为激励力; X 为振动响应的幅值; θ 为运动的相位角; ω 为激励的循环频率。

弹性支承的动刚度与系统参数息息相关, 如转子转频 ω_r 、转子轴段长度 l_s 、转子转盘质量 m_r 、转子转轴轴径 D_r 、支承质量 m_s 、支承阻尼 C_s 及初始支承刚度值 K_i (静刚度) 等。因此除了上式(6)所给出的通用动刚度计算公式外, 动刚度理论公式还可以表达为该部分因素的函数

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K}_d = f(\omega_r, l_s, m_r, D_r, m_s, C_s, K_i) \quad (7)$$

求解涡动频率与临界转速时, 仅需考虑与式(1)对应的齐次方程^[18], 即为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{C} - \Omega \mathbf{G})\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (8)$$

求解式(8)特征值, 就可得出在转速 Ω 时系统的自然频率或涡动角速度。

2 支承动刚度对临界转速的影响

2.1 支承动刚度计算

由图1可知, 支承1和支承2均由轴承座、弹性环组件^[19-20]及轴承组成, 而弹性环组件结构刚度远小于轴承刚度, 结合串联刚度计算公式^[11]可以分析得到支承结构总体刚度主要取决于弹性环组件结构刚度, 而弹性环组件刚度又主要取决于弹性环, 将弹性环刚度近似为支承总刚度。弹性环组件均采用 9Cr18 材料, 弹性模量为 2.19×10^5 MPa。由于支承刚度主要取决于弹性环, 故仅给出弹性环结构参数, 如表2所示。

表2 弹性环结构参数

参数	支承1	支承2
内径 D/mm	190	210
凸台个数	10	10
凸台长度 b/mm	5	5
凸台高度 Δ/mm	0.2	0.2
壁厚 s/mm	2.3	3.9
宽度 L/mm	23	26

为了模拟弹性环支承结构的真实工况,所建立的有限元模型包括内衬套、弹性环和外衬套三部分,采用 SOLID186 单元建模。弹性环、内衬套以及外衬套之间的接触面采用接触单元模拟,由接触单元 CONTAC174 和目标单元 TARGE170 组成。在内衬套内表面施加均匀的简谐力 500 N,约束外衬套外表面的所有自由度以及弹性环侧面的所有周向自由度。弹性环组件边界条件及有限元分析模型示意图如图 2 所示。

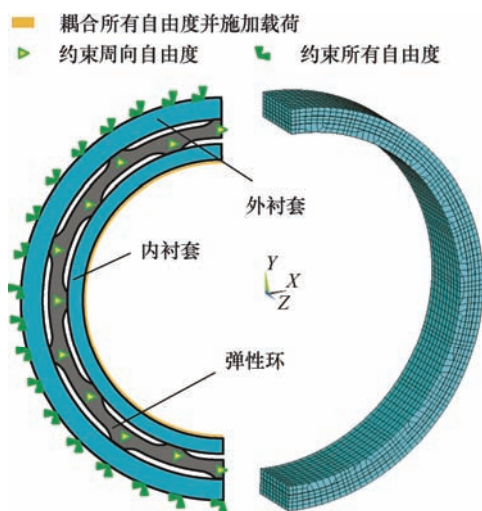


图 2 弹性环边界条件及有限元模型

根据谐响应分析方法,得到弹性环质心节点的频响曲线,随后结合式(6)得到相应的动刚度,两支承的频响曲线和动刚度如图 3 所示。可以看出,支承 1 和支承 2 的谐振频率分别为 340 Hz 和 360 Hz,支承 1 谐振峰的峰值高于支承 2,支承 1 和支承 2 的初始支承刚度分别为 4.4×10^7 N/m 和 1.2×10^7 N/m。在 0~100 Hz 的频率范围内,两支承的动刚度值与初始支承刚度值较接近,随着转频的不断增大,动刚度在谐振频率前逐渐减小,在谐振频率处,由于振动位移的突然增加,刚度值达到最小。当转速超过谐振频率,刚度值又逐渐恢复甚至在 480 Hz 附近超过初始支承刚度值。

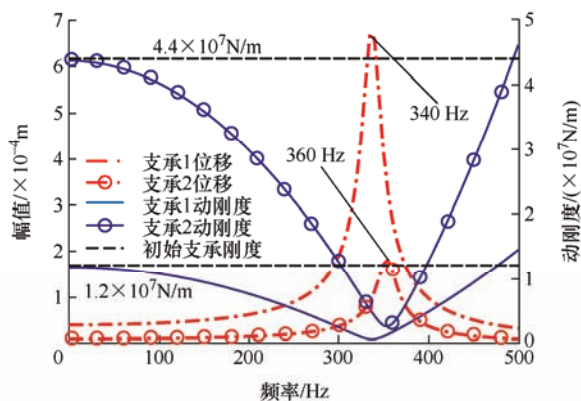


图 3 两支承频响曲线及动刚度

2.2 支承动刚度对转子系统临界转速的影响

基于得到的随转速变化的支承动刚度,进行考虑动刚度的转子动力学特性建模,提出一种 ANSYS 与 Matlab 相结合考虑支承动刚度的动力学特性建模方法,该建模方法流程图如图 4 所示。

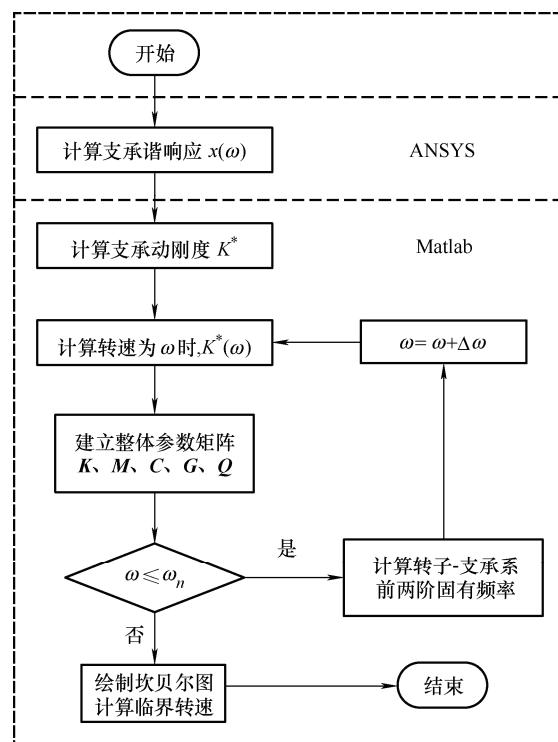


图 4 考虑支承动刚度的转子系统动力学建模流程图

首先通过有限元分析软件获得支承 1、2 在 0~500 Hz 的频响曲线,随后利用 Matlab 结合上文给出的动刚度计算方法得到支承 1、2 相应的动刚度数值,在定义转子系统的质量、刚度、阻尼、外力矩阵基础上将不同转速下相应的支承动刚度带入整体刚度矩阵,随后计算转子支承系统在该转速下的前两阶固有频率值,循环计算转频在 0~500 Hz 范围内的所有结果,得到转子支承系统在考虑动刚度时的坎贝尔图,最后进行临界转速分析。为了更直观地观察动刚度的影响,坎贝尔图中只给出前两阶正进固有频率变化曲线。

根据该计算方法,得到了在 0~500 Hz 内考虑支承动刚度及仅考虑初始支承刚度(静刚度条件)时转子系统前两阶正转固有频率变化曲线及相对应的频响曲线,如图 5 和图 6 所示,图中虚线表示静刚度条件下相应曲线。由图 5 可以看出,在支承系统动刚度作用下前两阶正转固有频率变化曲线均出现了明显的下凹,导致一阶正进固有频率变化曲线与等转速线交点前移、二阶正进固有频率变化曲线与等转速线出现额外交点,相应的由图 6 可以看

出一阶临界转速降低了约 22.95%，由 18 300 r/min 降低至 14 100 r/min，同时新增两个谐振峰，位置分别为 20 100 r/min、22 500 r/min，坎贝尔图交点情况与频响曲线对应一致性较好。

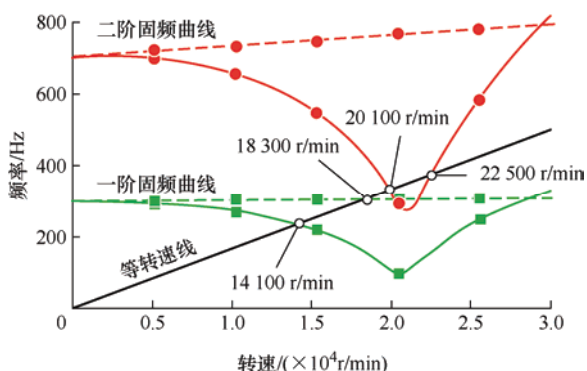


图 5 在动刚度影响下的坎贝尔图

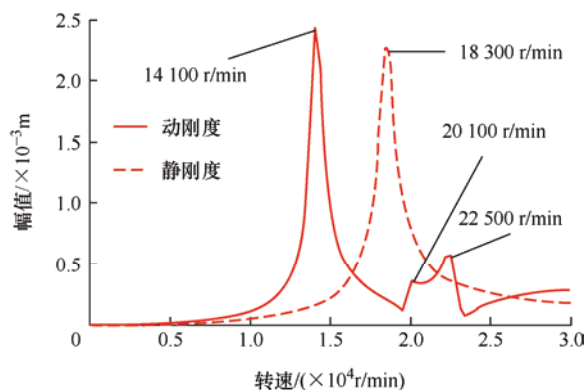


图 6 在动刚度影响下的频响曲线

通过研究动刚度对坎贝尔图的影响来分析动刚度对临界转速的影响，动刚度对坎贝尔图的影响会随系统多参数变化而变化，即不同的系统参数会决定动刚度对转子系统具体的影响作用。

3 动刚度对临界转速的参数影响规律

在考虑弹性环组件支承动刚度时，坎贝尔图中出现下凹，同时频响曲线出现了新的谐振峰。目前关于动刚度影响的研究还不够深入，而动刚度参数影响规律研究十分必要，基于已建立考虑弹性环组件支承动刚度的转子模型，分析了动刚度对临界转速的影响随转子支承系统中部分参数如转轴长度、转盘质量及初始支承刚度等因素的变化规律。

3.1 转轴长度的影响

转轴长度的改变通过在转轴长度前乘比例系数实现，在初始转轴长度的基础上，调整长度比例系数 K_l 实现转轴长度的整体调节。最终得到考虑动刚

度时 K_l 在范围[0.5, 2]内不同转轴长度下的前两阶固频曲线和频响曲线，分别如图 7、图 8 和图 9 所示，图中虚线表示静刚度下的相应曲线。

随转轴长度比例系数不断增加，前两阶固频曲线均出现了整体下移；由图 7 可知，一阶固频曲线与等转速线的交点个数始终唯一，但交点位置逐渐前移，且动刚度影响下产生的下凹程度越来越小，导致等转速线与分别在初始支承刚度、动刚度条件下的固频曲线交点的横向间距减小，即随转轴长度的增加，动刚度对临界转速的降低程度越来越小，由图 9 可知该结论在频响曲线的变化中得到更明显的验证，动刚度影响下谐振峰的前移间隔在不断减小；由图 8 可知，二阶固频曲线与等转速线的交点个数经历了由 0 到 1 再到 2 的过程，频响曲线中出现额外谐振峰的个数等于二阶固频曲线与等转速线的交点个数，本模型在 $K_l = 1.0$ 、1.5、2.0 时出现了额外谐振峰，且在该范围内，额外出现的两个谐振峰之间的间距随转轴长度增加而增加，不同的转轴长度会决定转子系统是否出现额外谐振峰或谐振峰的个数。

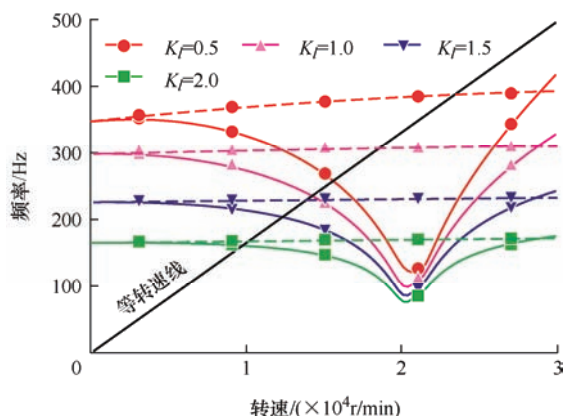


图 7 不同转轴长度下一阶固频曲线变化

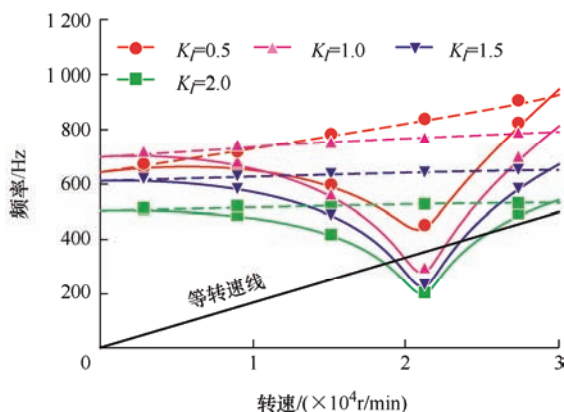


图 8 不同转轴长度下二阶固频曲线变化

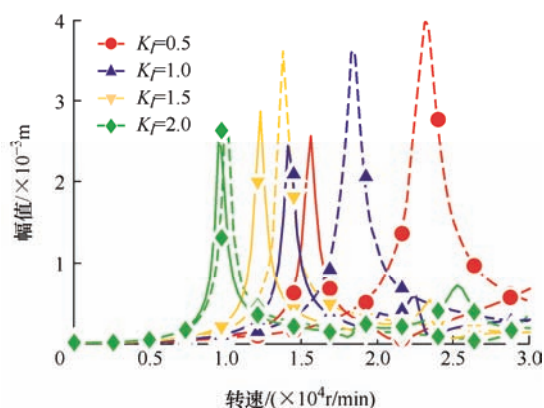


图9 不同转轴长度下频响曲线变化

3.2 转盘质量的影响

转盘质量的改变通过在初始转盘质量前乘比例系数实现,调整质量比例系数 K_m 实现转盘质量的整体调节。最终得到在考虑动刚度且 K_m 在范围[0.5, 2]内不同转盘质量下的前两阶固频曲线和频响曲线,分别如图10、图11和图12所示,图中虚线表示静刚度下的相应曲线。

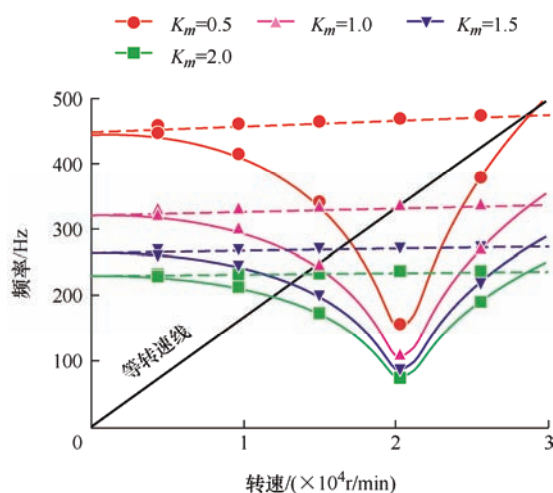


图10 不同转盘质量下一阶固频曲线变化

随着转盘质量比例系数的不断增加,前两阶固频曲线均出现了一定程度的整体下移;由图10可知,一阶固频曲线与等转速线的交点个数在 $K_m=0.5$ 时出现了两个交点,并非始终唯一,且一阶固频曲线与等转速线的第二个交点对应的谐振峰位置较高、谐振峰的峰值较大。

与动刚度影响随转轴长度的变化规律类似,第一个交点位置逐渐前移,下凹程度越来越小,等转速线与分两种刚度条件下固频曲线交点的横向间距减小,即随转盘质量的增加,动刚度对临界转速的降低程度越来越小,由图12可知在

频响曲线的变化中该结论得到进一步更明显的验证,动刚度影响导致的谐振峰前移间隔不断减小,四种质量下的间隔分别为 11 400 r/min、5 300 r/min、3 000 r/min、2 100 r/min;由图11可知,二阶固频曲线与等转速线的交点个数同样存在由0到1再到2的过程,本模型在 $K_m=1.0$ 、1.5、2.0 时出现了额外谐振峰,且在该范围内,额外出现的两个谐振峰之间的间距随转轴长度增加而增加,不同的转盘质量会决定转子系统是否出现额外谐振峰或谐振峰的个数。

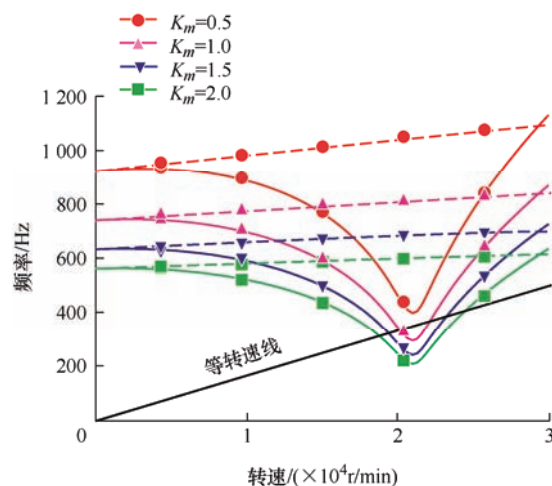


图11 不同转盘质量下二阶固频曲线变化

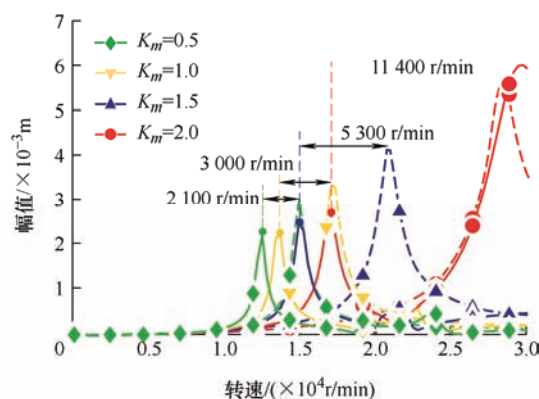


图12 不同转盘质量下频响曲线变化

3.3 初始支承刚度的影响

初始支承刚度的改变通过改变弹性环组件中弹性环壁厚来实现,设置5组初始支承刚度逐渐变大的支承刚度条件 k_s ,各刚度条件下的弹性环壁厚及对应刚度值,如表3所示。最终得到在此5组刚度条件下考虑动刚度时的前两阶固频曲线及频响曲线,如图13、图14和图15所示,图中虚线表示静刚度下的相应曲线。

表 3 支承刚度条件

刚度条件		支承 1	支承 2
k_{s1}	壁厚 s/mm	1.7	3.3
	刚度/(N/m)	5.38×10^6	2.98×10^7
k_{s2}	壁厚 s/mm	2	3.6
	刚度/(N/m)	8.33×10^6	3.67×10^7
k_{s3}	壁厚 s/mm	2.3	3.9
	刚度/(N/m)	1.20×10^7	4.40×10^7
k_{s4}	壁厚 s/mm	2.6	4.2
	刚度/(N/m)	1.67×10^7	5.17×10^7
k_{s5}	壁厚 s/mm	2.9	4.5
	刚度/(N/m)	2.17×10^7	5.98×10^7

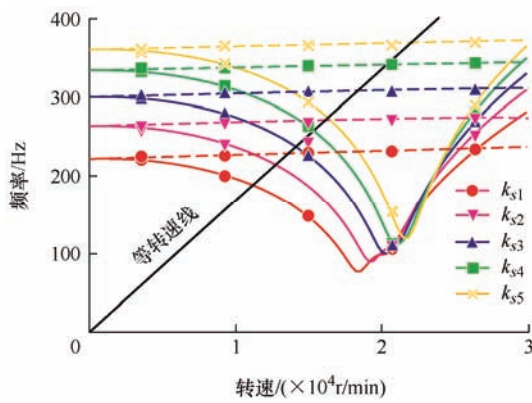


图 13 不同刚度条件下一阶固频曲线变化

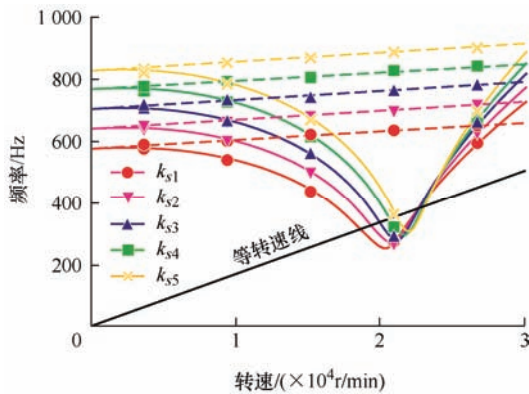


图 14 不同刚度条件下二阶固频曲线变化

在支承刚度条件由 k_{s1} 变化到 k_{s5} 的过程中，整体支承刚度逐渐增加，前两阶固频曲线均整体向右上方移动，且下凹程度逐渐增大；由图 13 所示，一阶固频曲线与等转速线的交点个数始终为一，交点位置逐渐后移，等转速线与两种刚度条件下固频曲线的交点横向间距存在较小程度的增加，即随初始支承刚度的增加，动刚度对临界转速的降低程度越来越大，由图 15 所示该结论可在相应的频响曲线中得到更直观的验证，动刚度影响导致的谐振峰前移

间隔在不断增加，5 组支承刚度条件下的间隔分别为 2 700 r/min、3 300 r/min、4 200 r/min、5 100 r/min 以及 5 700 r/min；由图 14 所示，二阶固频曲线与等转速线的交点个数在本研究范围内始终为 2，但根据图像中所反映出的变化趋势，存在交点个数为 1 或者 0 的可能，不同的初始支承刚度会决定转子系统是否出现额外谐振峰或谐振峰的个数。

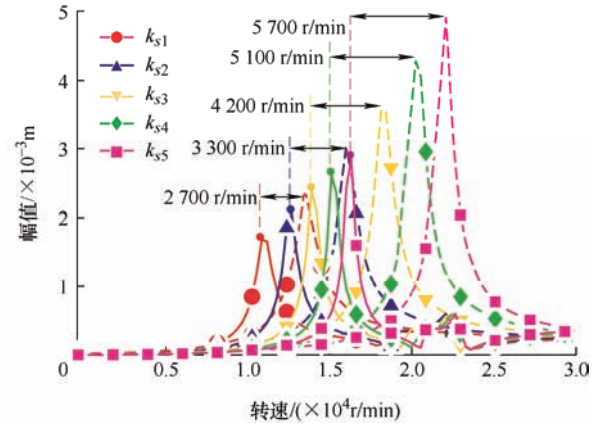


图 15 不同刚度条件下频响曲线变化

4 动刚度影响程度表征

4.1 动刚度影响判断指数

给出一种对动刚度影响程度进行定量表征的方法，即动刚度影响判断指数 η ，作为在转子系统设计过程中是否需要考虑动刚度的判断依据和条件，同时在确定需考虑动刚度情况下可在一定程度上表征动刚度影响的程度。动刚度影响判断指数 η 如式(9)

$$\eta = \min \left(\frac{\sum_{i=1, j=1}^{m, n} A_{ij} \omega_{ij}}{\omega_N \times \sum_{i=1, j=1}^{m, n} A_{ij}} - 1 \right) \quad (9)$$

式中， ω_{ij} 为支承 i 的第 j 阶谐振频率， A_{ij} 为支承 i 的第 j 阶固有频率对应的响应位移， ω_N 为转子支承系统的第 N 阶固有频率 ($i=1, 2, \dots, m$ 、 $j=1, 2, \dots, n$ 、 $N=1, 2, \dots, k$)。

该方法通过将动刚度影响判断指数数值范围划分为三部分，从而实现了动刚度影响的定量表征，该三部分分别是影响区 ($\eta \leq 1$)、模糊区 ($1 < \eta \leq 2$)、非影响区 ($\eta > 2$)。当 η 位于影响区，此时动刚度的影响较明显，动刚度影响不可忽略；当 η 位于非影响区，此时动刚度影响可忽略不计。

4.2 数值验证

为验证动刚度影响判断指数表征作用的准确性, 根据所建立转子支承系统分析其动刚度影响判断指数随转轴长度、转盘质量在一定范围内的变化规律, 如图 16 所示。转轴长度及转盘质量的调整方式与上文类似, 通过在初始的转轴长度或者转盘质量前乘比例系数实现。

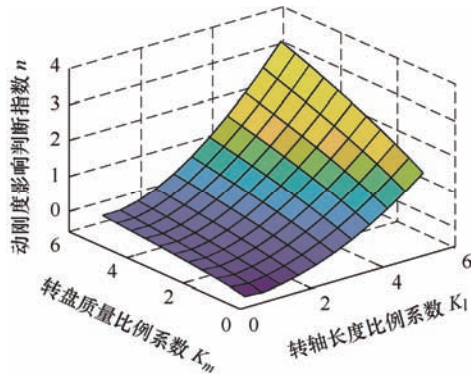


图 16 动刚度影响判断指数变化规律

由图 16 可知, η 随转轴长度、转盘质量而在范围 $[0, 3]$ 内变化, 因此同时存在影响区、模糊区及非影响区, 为了进一步研究动刚度特性因子对动刚度影响的定量表征作用, 给出在 $K_m=5$ 时的动刚度影响判断指数随 K_l 变化的曲线以及相应的坎贝尔图的变化情况, 如图 17 和图 18 所示, 其中坎贝尔图仅给出二阶固频, 图中虚线表示静刚度下的相应曲线。

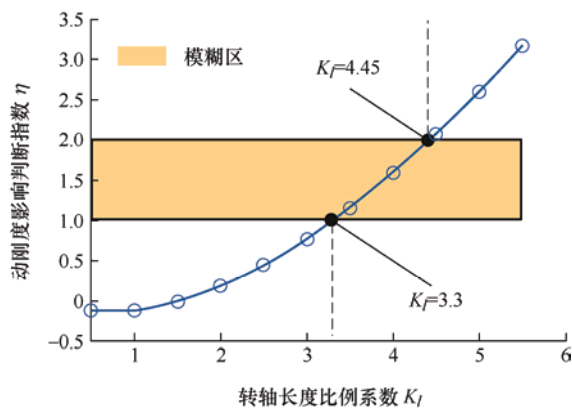


图 17 动刚度影响判断指数随转轴长度变化

由图 17 可知, 当 $K_l < 3.3$ 时, η 小于 1, 由图 18 可知此时二阶固频曲线存在较明显的下凹, 等转速线与两种刚度条件下固频曲线的交点间存在较明显的横向间距, 即动刚度影响作用较明显, 一阶临界转速在动刚度影响下降低; 而当 $K_l > 4.5$ 时, η 大于 2, 动刚度的这种对临界转速的降低作用变得微乎其微, 可近似忽略不计。

由此可以得出结论, 当 $\eta < 1$ 时, 动刚度对临界转速具有较明显的降低作用, 此时动刚度的影响不可忽略; 而当 $\eta > 2$ 时, 坎贝尔图受动刚度影响很小, 此时动刚度的影响可忽略不计。

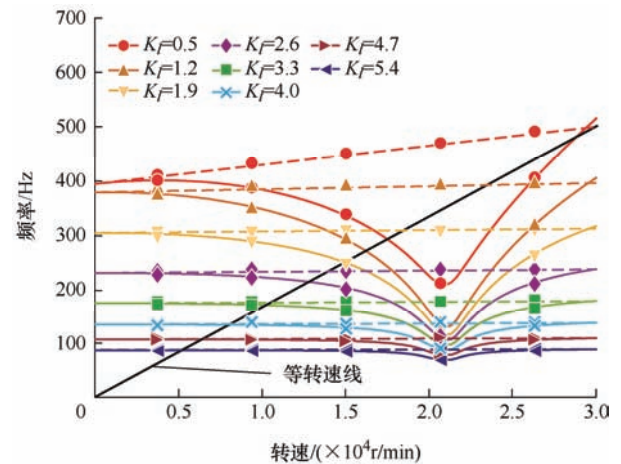


图 18 二阶固频曲线随转轴长度的变化

分别以模型 1 以及文献[12]、文献[13]中转子支承系统模型为对象进行数值验证, 计算各模型相应的动刚度影响判断指数, 如表 4 所示。模型 1 转子系统中支承 1、2 刚度分别为 1×10^6 N/m、 0.8×10^6 N/m, 转子有限元模型如图 19 所示, 材料参数见表 5, 转子结构物理参数见表 6。

表 4 各模型动刚度影响判断指数

模型	模型 1	文献[12]	文献[13]
η	3.030	0.194	0.722

表 5 模型 1 材料参数

密度 ρ /(kg/m ³)	弹性模量 E /GPa	泊松比 μ
8 000	205	0.3

表 6 模型 1 转子物理参数

轴段	长度/m	单元个数	内径 /m	外径/m	质量/kg	直径转动惯量/(kg·m ²)
1	0.080	8	0	0.035	0	0
2	0.093	10	0	0.035	0	0
3	0.012	2	0	0.070	0	0
4	0.030	3	0.056	0.070	0	0
5	0.101	10	0.056	0.070	5.860	0.060
6	0.134	11	0.056	0.070	5.860	0.060
7	0.037	3	0.056	0.070	5.860	0.060
8	0.042	10	0.026	0.040	0	0
9	0.055	5	0	0.040	0	0
10	0.061	6	0	0.040	5.860	0.060
11	0.007	1	0	0.035	0	0
12	0.024	3	0	0.035	0	0

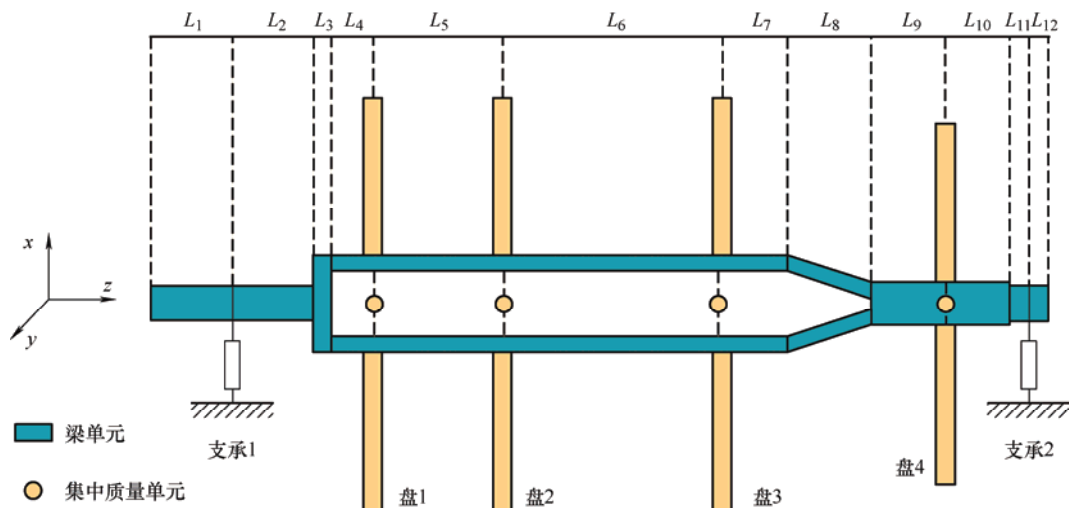


图 19 模型 1 转子有限元模型

由表 4 可知, 文献[12]、文献[13]中转子支承系统模型对应的 η 均小于 1, 且文献中均存在不同程度的动刚度影响, 文献[12]中出现了附加峰值且一阶临界转速降低, 文献[13]中模型在动刚度作用下各阶临界转速均出现了不同程度的降低。该部分文献符合所提出的动刚度影响判断指数, 验证了其有效性。然而, 模型 1 的动刚度影响判断指数大于 2, 根据上文提出的动刚度影响判断指数该模型动刚度影响可忽略不计, 为了验证该判断的正确性以及动刚度影响判断指数在 $\eta > 2$ 时的有效性, 需进一步进行试验验证。

4.3 试验验证

为进一步验证所提出动刚度影响判断因子准确性, 以模型 1 转子系统为对象开展扫频试验, 模型 1 转子试验台如图 20 所示。

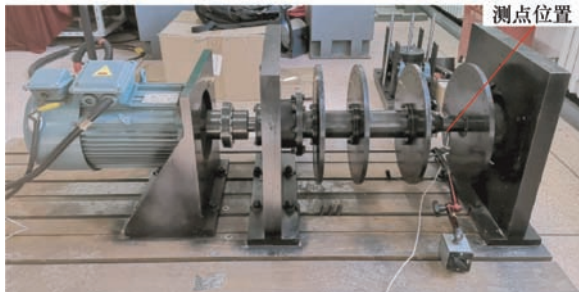


图 20 模型 1 转子试验台

测试中采样频率为 2 048 Hz, 以 60 r/min 为间隔在转速范围[60, 6 000] r/min 进行扫频, 得到了该转速范围内测点处的位移信号, 经处理后得到瀑布图, 如图 21 所示。同样采用有限元方法建立该转子

试验台理论模型, 即模型 1 转子支承系统, 得到其在[0, 6 000] r/min 范围内仅考虑初始支承刚度时的坎贝尔图, 如图 22 所示。

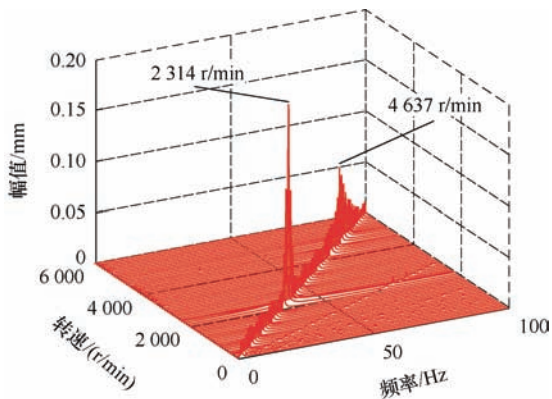


图 21 试验瀑布图

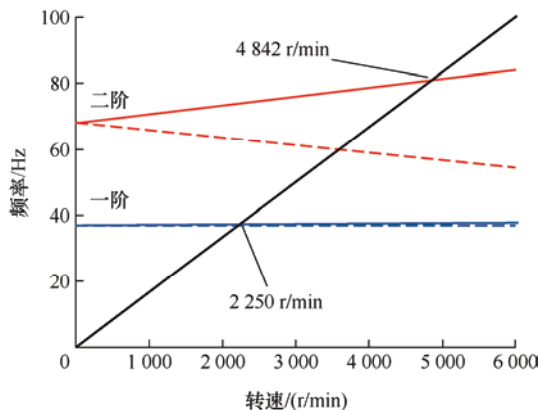


图 22 仿真坎贝尔图

由图 21 可知, 模型 1 的前两阶临界转速试验结果分别为 2 314 r/min、4 637 r/min。有限元仿真临界转速结果与试验结果的对比见表 7。

表 7 仿真结果与试验对比

临界转速/(r/min)	仿真结果	试验结果	相对误差(%)
一阶	2 250	2 314	2.8
二阶	4 842	4 637	4.2

由表 7 可知, 前两阶临界转速与试验结果的误差分别为 2.8%、4.2%, 说明有限元模型仿真的数值结果与试验结果具有很好的一致性, 而试验过程真实地考虑了支承动刚度的影响, 说明模型 1 受动刚度影响很小, 验证了上文关于该模型动刚度影响判断的正确性, 从而进一步全面验证了提出的动刚度影响判断指数的准确性。

5 结论

(1) 支承动刚度可导致临界转速降低并出现新的共振峰, 一阶临界转速降低了约 22.95%, 由 18 300 r/min 降低至 14 100 r/min, 同时新增了两个谐振峰, 位置分别在 20 100 r/min、22 500 r/min 转速处, 坎贝尔图交点情况与频响曲线对应一致性较好;

(2) 随转轴长度或转盘质量的增加, 动刚度对临界转速的降低程度越来越小, 且前者的变化更明显; 随初始支承刚度的增加, 动刚度对临界转速的降低程度越来越大。在不同的系统参数下, 动刚度的影响程度不尽相同;

(3) 当 $\eta < 1$ 时, 动刚度对临界转速具有较明显的降低作用, 动刚度的影响不可忽略; 当 $\eta > 2$ 时, 转子系统受动刚度影响很小, 此时动刚度的影响可忽略不计。数值与试验研究均表明动刚度影响判断指数的准确性较高, 验证了动刚度影响判断指数的有效性。

参 考 文 献

- [1] 洪杰, 王华, 肖大为, 等. 转子支承动刚度对转子动力特性的影响分析[J]. 航空发动机, 2008, 34(1): 23-27. HONG Jie, WANG Hua, XIAO Dawei, et al. Analysis of the influence of rotor support dynamic stiffness on rotor dynamic characteristics[J]. Aeroengine, 2008, 34(1): 23-27.
- [2] KIM S G, JANG S H, HWANG H Y, et al. Analysis of dynamic characteristics and evaluation of dynamic stiffness of a 5-axis multi-tasking machine tool by using FEM and exciter test[C]// International Conference on

Smart Manufacturing Application, 2008, Goyangi, Korea, 563-567.

- [3] OOI L E, RIPIN Z M. Dynamic stiffness and loss factor measurement of engine rubber mount by impact test[J]. Materials & Design, 2011, 32(4): 1880-1887.
- [4] TAO Jianfeng, LEI Junbo, LIU Chengliang, et al. Nonlinear static and dynamic stiffness characteristics of support hydraulic system of TBM[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2019, 32(6): 36-44.
- [5] GUPTA T C. Parametric studies on dynamic stiffness of ball bearings supporting a flexible rotor[J]. Journal of Vibration and Control, 2019, 25(15): 2175-2188.
- [6] 肖世富, 陈红永. Jeffcott 刚性支承转子系统的稳定性与动刚度分析[J]. 应用力学学报, 2021, 38(4): 1663-1669. XIAO Shifu, CHEN Hongyong. Stability and dynamic stiffness analysis of Jeffcott rigid support rotor system[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2021, 38(4): 1663-1669.
- [7] 鲁鹏, 廖明夫, 李明. 一种动刚度的测试方法及其在动平衡中的应用[J]. 噪声与振动控制, 2014, 34(2): 207-211. LU Peng, LIAO Mingfu, LI Ming. A test method of dynamic stiffness and its application in dynamic balance[J]. Noise and Vibration Control, 2014, 34(2): 207-211.
- [8] 雷杰, 雷晓波, 房剑锋, 等. 基于不平衡响应的转子动刚度测量方法[J]. 机械设计与研究, 2019, 35(2): 142-146. LEI Jie, LEI Xiaobo, FANG Jianfeng, et al. Rotor dynamic stiffness measurement method based on unbalanced response[J]. Machine Design and Research, 2019, 35(2): 142-146.
- [9] 杜兆刚, 张艳春, 刘少权. Ms9001e 燃气轮机轴承支座结构动刚度测试研究[J]. 燃气轮机技术, 2010, 23(1): 30-33. DU Zhaogang, ZHANG Yanchun, LIU Shaoquan. Research on dynamic stiffness test of bearing support structure of MS9001E gas turbine[J]. Gas Turbine Technology, 2010, 23(1): 30-33.
- [10] 赵文涛, 陈果, 李琼, 等. 航空发动机机匣支承动刚度有限元计算及验证[J]. 航空计算技术, 2011, 41(5): 34-38. ZHAO Wentao, CHEN Guo, LI Qiong, et al. Finite element calculation and verification of dynamic stiffness of aero-engine casing support[J]. Aeronautical Computing Technology, 2011, 41(5): 34-38.

- [11] HONG Jie, CHEN Meng, LIU Shuguo, et al. Application of whole engine finite element models in aero-engine rotordynamic simulation analysis[C]// Proceedings of the ASME Turbo Expo, 2007, Montreal, Canada. ASME, 2007: 771-778.
- [12] SONG Huiying, WANG Shaohui, SUN Kai. Rotordynamic characteristics analysis for an aero-engine low pressure rotor rig test model[C]// International Conference on Mechanical, Material and Aerospace Engineering, 2018, Wuhan, China. MATEC Web of Conferences, 2018.
- [13] 龙伦, 吕彪, 袁巍. 支承动刚度对某涡轴发动机燃气发生器转子临界转速影响分析[J]. 风机技术, 2018, 60(2): 66-70.
LONG Lun, LÜ Biao, YUAN Wei. Analysis of the influence of supporting dynamic stiffness on the critical speed of a turboshaft engine gas generator rotor[J]. Fan Technology, 2018, 60(2): 66-70.
- [14] 姜彦翠, 刘献礼, 吴石, 等. 考虑结合面和轴向力的主轴系统动力学特性[J]. 机械工程学报, 2015, 51(19): 66-74.
JIANG Yancui, LIU Xianli, WU Shi, et al. Dynamic characteristics of spindle system considering joint surface and axial force[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(19): 66-74.
- [15] 陈果. 航空发动机整机振动耦合动力学模型及其验证[J]. 航空动力学报, 2012, 27(2): 241-254.
CHEN Guo. Vibration coupling dynamics model of aero-engine and its verification[J]. Journal of Aeronautical Dynamics, 2012, 27(2): 241-254.
- [16] 罗忠, 王晋雯, 韩清凯, 等. 组合支承转子系统动力学的研究进展[J]. 机械工程学报, 2021, 57(7): 44-60.
- LUO Zhong, WANG Jinwen, HAN Qingkai, et al. Research progress in dynamics of combined supported rotor systems[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(7): 44-60.
- [17] 李雷, 罗忠, 何凤霞, 等. 考虑变幂数的畸变动力学相似实验模型设计方法及实验研究[J]. 机械工程学报, 2020, 56(23): 107-117.
LI Lei, LUO Zhong, HE Fengxia, et al. Design method and experimental research of similar experimental model for distortion dynamics considering variable powers[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(23): 107-117.
- [18] 李里. 转子系统的动力学建模与分析[D]. 北京: 华北电力大学, 2017.
LI Li. Dynamic modeling and analysis of rotor system[D]. Beijing: North China Electric Power University, 2017.
- [19] LUO Zhong, LI Lei, YANG Yang, et al. Experimental and numerical investigations on novel models for mechanical behaviors of the elastic ring in aero-engine[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2021, 235(22): 1-11.
- [20] ZHANG Wei, DING Qian. Elastic ring deformation and pedestal contact status analysis of elastic ring squeeze film damper[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 346: 314-327.

作者简介: 罗忠(通信作者), 男, 1978 年出生, 博士, 教授, 博士研究生导师。主要研究方向为机械动力学与控制、模型实验理论与方法。

E-mail: zhluo@mail.neu.edu.cn

刘凯宁, 男, 1997 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为转子支承系统建模及支承动刚度的影响分析。

E-mail: knightleo1997@qq.com